

125^л

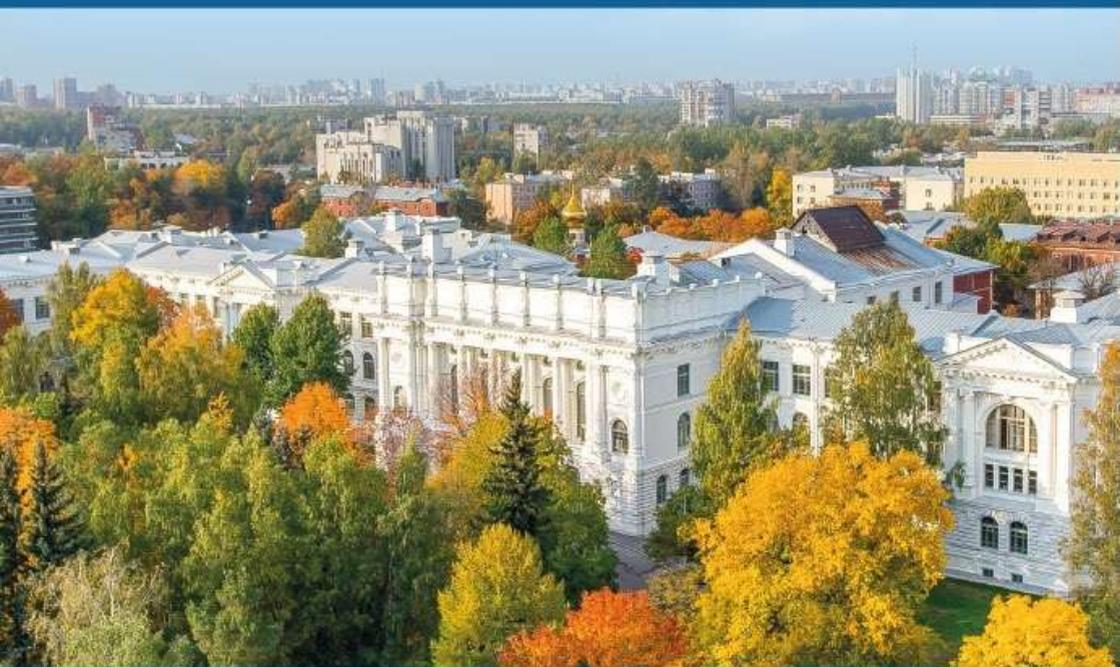


ПОЛИТЕХ
Физико-механический
институт

НЕДЕЛЯ НАУКИ ФИЗМЕХ

Сборник материалов
Всероссийской научной конференции

1–5 апреля 2024 года



ПОЛИТЕХ-ПРЕСС

Санкт-Петербургский
политехнический университет
Петра Великого

2024

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО

Физико-механический институт

НЕДЕЛЯ НАУКИ ФИЗМЕХ

Сборник материалов
Всероссийской научной конференции

1–5 апреля 2024 года



ПОЛИТЕХ-ПРЕСС

Санкт-Петербургский
политехнический университет
Петра Великого

Санкт-Петербург

2024

УДК 51;53
ББК 22
Н42

Неделя науки ФизМех : сборник материалов Всероссийской научной конференции, 1–5 апреля 2024 г. – СПб. : ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2024. – 489 с.

В сборник включены статьи студентов, аспирантов, молодых ученых и сотрудников СПбПУ, университетов, научных организаций и предприятий Санкт-Петербурга, России, зарубежных стран, принятых на секционные заседания конференции «Неделя науки ФизМех». Статьи отражают современный уровень научно-исследовательской работы участников конференции в области прикладной математики, физики и механики.

Представляет интерес для специалистов в различных областях знаний, для учащихся и работников системы высшего образования и Российской академии наук.

Редакционная коллегия
Физико-механического института СПбПУ:
А. В. Филимонов (и. о. директора института),
Я. А. Гатаулин, Е. М. Смирнов, М. Е. Фролов,
Н. Г. Иванов, Е. Е. Журкин, С. А. Щербак, И. А. Шаров,
Н. Ю. Золоторевский, А. Н. Баженов, А. С. Семенов,
С. А. Галаев, А. С. Мурачев, Б. С. Теришкин

Печатается по решению
Совета по издательской деятельности Ученого совета
Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

ISBN 978-5-7422-8767-4

© Санкт-Петербургский политехнический
университет Петра Великого, 2024

РАССМОТРЕНИЕ N-СТУПЕНЧАТОГО ПЕРЕХОДА МЕЖДУ ДВУМЯ ПОЛУБЕСКОНЕЧНЫМИ ОДНОМЕРНЫМИ КРИСТАЛЛАМИ

Введение. При нынешнем развитии электроники основной проблемой, мешающей дальнейшему росту технологий, является отвод тепла. На микро- и наноуровнях может нарушаться закон Фурье, описывающий перенос тепла, и в силу вступает баллистическое распространение тепловых волн [1]. Большой интерес вызывает место стыка двух материалов при отводе тепла. Изучение таких переходов позволяет узнать эффективность теплопередачи между материалами. В работе [2] для изучения такого процесса рассматривалась модель двух одномерных полубесконечных гармонических кристаллов на подложке, соединенных пружиной, которая выступала в качестве интерфейса. Такой переход представляет собой простейший случай – резкая смена материала. Для данной постановки были получены выражения для коэффициентов прохождения и отражения, показывающие «эффективность» интерфейса при прохождении через него волнового пакета.

Настоящее исследование ставило целью рассмотрение более сложного N-ступенчатого интерфейса.

Модель. В качестве модели в работе рассматривалась система из двух полубесконечных гармонических кристалла на подложке, соединенных ступенчатым интерфейсом. В левой части задается волновой пакет с энергией E_0 , движущийся направо.

Коэффициенты прохождения и отражения. Для нахождения полных коэффициентов прохождения и отражения для интерфейса необходимо найти отношения энергий:

$$T = \frac{E_{+\infty}}{E_0}, \quad (1)$$

$$R = \frac{E_{-\infty}}{E_0},$$

где E_0 – начальная энергия волнового пакета, $E_{+\infty}$ – энергия, прошедшая во вторую цепочку, $E_{-\infty}$ – отраженная энергия.

Для двухступенчатого перехода данные коэффициенты были независимо аналитически выражены через коэффициенты перехода между ступенями:

$$T = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2 - T_1 T_2}, \quad (2)$$

$$R = 1 - \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2 - T_1 T_2},$$

где T_1 – коэффициент прохождения из первой цепочки на ступень интерфейса, T_2 – коэффициент прохождения из ступени интерфейса во вторую цепочку.

Исходя из вида формулы, было предложено обобщение для N-ступенчатого перехода:

$$T = \frac{\prod_{i=0}^N T_i}{\sum_{i=0}^N \left[(-1)^i \sum_{0 \leq j_0 < j_1 < \dots < j_k \leq N} T_{j_0} T_{j_1} \dots T_{j_k} \right]}. \quad (3)$$

Выражение в знаменателе можно интерпретировать как сумму коэффициентов многочлена, корнями которого являются коэффициенты перехода T_i . Из чего следует, что

^(*) А.Д. Ершов, totamonik@gmail.com

интерфейсы с одним набором T_i будут иметь одинаковый полный коэффициент прохождения. Также можно отметить, что из симметричности T_i следует и симметричность T . Данная формула была подтверждена численными экспериментами для $N=2, 3, 4$.

Сравнение с одноступенчатым интерфейсом. В данной задаче был рассмотрен случай, где массы частиц и жесткости подложки были равны во всей цепочке. В таком случае выражение для коэффициента прохождения примет более простую форму:

$$T = \frac{4g_1g_2}{(g_1 + g_2)^2}, \quad (4)$$

где g_1 и g_2 – групповые скорости слева и справа от перехода соответственно. Такое выражение является аналогом формулы Френеля [3] для прохождения световой волны через раздел двух сред.

В данной постановке была построена зависимость отношения коэффициентов прохождения для двухступенчатого интерфейса T_{step} и одноступенчатого интерфейса T при варьировании групповой скорости g_3 в ступеньке (рис 1.).

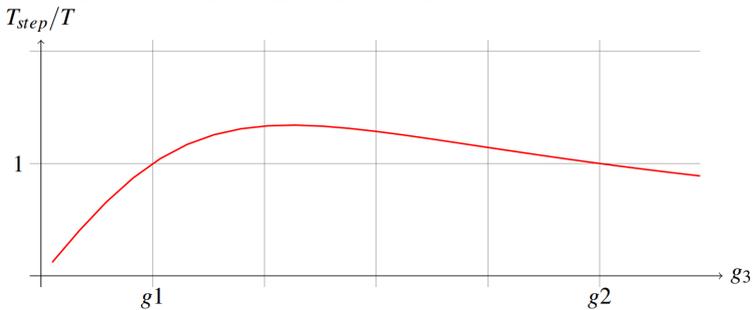


Рис. 1. График зависимости T_{step}/T от групповой скорости g_3 .

Можно выделить три случая влияния добавочной ступени:

1. $g_3 \in (g_1, g_2)$: Введение дополнительной ступени увеличивает коэффициент прохождения.
2. $g_3 = g_1$ и $g_3 = g_2$: Введение такой ступени эквивалентно смещению всей системы вправо или влево, коэффициент остается неизменным.
3. $g_3 \notin [g_1, g_2]$: Введение ступени с групповой скоростью, выходящей за рамки промежутка, уменьшает коэффициент прохождения.

Заключение. В данном исследовании был рассмотрен в общем виде N -ступенчатый интерфейс, соединяющий одномерные гармонические кристаллы на подложке. Получены выражения (2) и (3) для коэффициентов прохождения и отражения, описывающие его пропускающую способность. Также проведено сравнение с более простым вариантом интерфейса. Показано, что при варьировании параметров ступеней интерфейса можно как увеличить пропускающую способность, так и уменьшить ее.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kuzkin V.A., Krivtsov A.M. Unsteady ballistic heat transport: linking lattice dynamics and kinetic theory // Acta Mech. – 2021. – Vol.232 – P.1983–1996.
2. Kuzkin V.A. Acoustic transparency of the chain-chain interface // Phys. Rev. E. – 2023. – Vol.107 (6) – P.1-14.
3. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. — М.: Наука, 1973. — 720 с.

ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЯ ПАРАКСИАЛЬНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ВОЛНОВОГО
УРАВНЕНИЯ N-ГО ПОРЯДКА

Введение. Между классической механикой и оптикой существуют огромные различия и, говоря строго, нельзя сопоставлять эти две науки друг другу. Но с другой стороны, в природе многие процессы описываются схожими законами, например, хорошо известно подобие задач фильтрации и теплопроводности [1]. Другим примером служит механико-электрическая аналогия: можно построить описание электромагнитных явлений с позиций рациональной механики [2].

В данной работе рассматривается многомерное волновое уравнение, описывающее упругую изотропную среду. Данная система рассматривается в парааксиальном приближении и строится решение в виде пучка Гаусса 0 моды.

Уравнения динамики. Рассмотрим волновое уравнение, описывающее идеальную упругую изотропную среду:

$$\rho \ddot{u} = C \nabla^2 u, \quad (1)$$

где ρ – плотность среды, C – жесткость среды, u – перемещение, ∇ – набла-оператор Гамильтона, жирным начертанием выделены векторные или тензорные величины, кроме набла-оператора. Рассматривается безграничная среда с произвольными начальными условиями, дающими конечную энергию.

Парааксиальное приближение. Рассмотрим парааксиальное приближение (1). Подставим решение в виде:

$$u = \text{Re}(A(\mathbf{r}) \exp(i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \alpha))), \quad (2)$$

где A – комплексная амплитуда, i – мнимая единица, \mathbf{k} – волновой вектор, ω – частота, α – фаза, \mathbf{r} – радиус-вектор, t – время. Тогда слагаемые связанные с квадратом частоты и квадратом волнового вектора уходят в силу дисперсионного соотношения:

$$\omega^2 = c^2 \mathbf{k}^2 \quad (3)$$

а уравнение принимает вид

$$0 = c^2 (\nabla^2 A + 2i \nabla A \cdot \mathbf{k}) \quad (4)$$

Рассмотрим парааксиальное приближение:

$$\left| \frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2} \right| \ll \left| \mathbf{k} \frac{\partial A}{\partial \xi} \right| \quad (5)$$

где ξ – координата вдоль вектора \mathbf{k} . Тогда уравнение (4) принимает вид:

$$\nabla_{\perp}^2 A + 2i \nabla A \cdot \mathbf{k} = 0, \quad (6)$$

где ∇_{\perp}^2 – квадрат набла-оператора, вычисляемого по всем направлениям, перпендикулярным волновому вектору \mathbf{k} . Обозначим \mathbf{r}_{\perp} – радиус-вектор, перпендикулярный \mathbf{k} , k – модуль волнового вектора, σ – масштаб аргумента.

Рассмотрим решение в виде пучка Гаусса. Его можно получить, выполнив подстановку в (6) в виде:

$$A = \exp(a(\xi) r_{\perp}^2 + b(\xi)). \quad (7)$$

Подставляя (7) в (6) и приравнявая коэффициенты при различных степенях \mathbf{r}_{\perp} , получается система уравнений относительно a и b :

(*)И.Е. Груздев, superigor_2000@mail.ru

$$\begin{cases} \frac{da}{d\xi} = \frac{2i}{k}a^2, \\ \frac{db}{d\xi} = \frac{i}{k}(n-1)a, \end{cases} \quad (8)$$

где $n - 1$ – размерность радиус-вектора \mathbf{r}_\perp , при условиях, предложенных в [3]:

$$\begin{aligned} a(0) &= -\frac{1}{\sigma^2}, \\ b(0) &= \ln A_0 + i\alpha. \end{aligned} \quad (9)$$

Система (8) в условиях (9) имеет решение:

$$\begin{aligned} a(\xi) &= -\frac{1}{\sigma^2(1 + ik\xi)}, \\ b(\xi) &= -\frac{(n-1)}{2}\ln(1 + ik\xi) + \ln A_0 + i\alpha. \end{aligned} \quad (10)$$

Тогда решение (6) имеет вид:

$$A = \frac{A_0}{(1 + ik\xi)^{\frac{n-1}{2}}} \exp\left(-\frac{\mathbf{r}_\perp^2}{\sigma^2(1 + ik\xi)} + i\alpha\right). \quad (11)$$

Уберем мнимую часть знаменателя с помощью полярного представления комплексного числа:

$$A(\xi, \mathbf{r}_\perp) = \frac{A_0}{(1 + k^2\xi^2)^{\frac{n-1}{4}}} \exp\left(-\frac{1 - ik\xi}{1 + k^2\xi^2} \frac{\mathbf{r}_\perp^2}{\sigma^2} - \frac{i(n-1)}{2}\arctan(k\xi) + i\alpha\right). \quad (12)$$

Таким образом, можно построить приближенное решение (1) в виде:

$$\begin{aligned} u &= \Re(A(\xi, \mathbf{r}_\perp) \exp(-i\omega t + i\alpha)), \\ u(\xi, \mathbf{r}_\perp, t) &= \frac{A_0}{(1 + k^2\xi^2)^{\frac{n-1}{4}}} \exp\left(-\frac{1}{1 + k^2\xi^2} \frac{\mathbf{r}_\perp^2}{\sigma^2}\right) \cdot \\ &\cdot \cos\left(\frac{k\xi}{1 + k^2\xi^2} \frac{\mathbf{r}_\perp^2}{\sigma^2} - \frac{(n-1)}{2}\arctan(k\xi) - \omega t + \alpha\right) \end{aligned} \quad (13)$$

Сравнение. В [4] и [5] предложены решения для двумерной и трехмерной задач, описываемых (6). Подставляя $n = 2$ и $n = 3$ соответственно в формулу (12) и выполняя замены переменных, можно убедиться в том, что (12) согласуется с решениями, известными ранее.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бакиевич Н.И. Связь между решениями уравнения фильтрации жидкости в трещиноватых породах и уравнения теплопроводности // Изв. вузов. Матем. – 1980. – № 11. – С. 70–72.
2. Жилин П.А. Рациональная механика сплошных сред: учеб. пособие — СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2012. — 584 с.
3. Гончаренко А.М. Оптические гауссовы пучки и солитоны – Минск: Беларус. наука, 2011. – 125 с.
4. Y. Mizuyama. Параксиальное приближение для описания гауссова пучка. Блог COMSOL, 2016 [Электронный ресурс]. – <https://www.comsol.ru/blogs/understanding-the-paraxial-gaussian-beam-formula> (дата обращения: 29.03.2024).
5. Пучок Гаусса в оптике. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://en.wikipedia.org/wiki/Gaussian_beam (дата обращения: 29.03.2024).

О ПРИБЛИЖЕННЫХ МЕТОДАХ ОЦЕНКИ ХАРАКТЕРИСТИК
 ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ МАЯТНИКА

Введение. Приближенные методы оценки параметров колебательных процессов широко используются в решении задач анализа и синтеза нелинейных динамических систем [1-3], в частности, периодически нестационарных систем. Метод ван дер Поля в отличие от многих формально не требует введения малого параметра, но предполагает медленное изменение огибающей процесса. Метод стационаризации периодического параметра [4] является развитием метода гармонической линеаризации, для его применения необходимо выполнение гипотезы фильтра линейной части системы. Простой в реализации метод стационаризации дает не худшую, чем по методу ван дер Поля, оценку размаха установившихся параметрических колебаний маятника с одной степенью подвижности.

Построение границ возбуждения первого параметрического резонанса (ППР) для линейной модели маятника с демпфированием. Рассмотрим свободные колебания математического маятника с вибрирующей точкой подвеса. Положим, что вертикальное перемещение точки подвеса происходит по заданному закону $y(t) = a_0 \sin \Omega t$, в котором амплитуда a_0 и частота Ω могут варьироваться. Запишем уравнение колебаний маятника

$$ml^2 \ddot{\alpha} + 2vml^2 \dot{\alpha} + (mg - ma_0 \Omega^2 \sin \Omega t)l \sin \alpha = 0, \quad (1)$$

где $\alpha(t)$ – угол отклонения маятника от вертикали; m – значение точечной массы, закрепленной на конце абсолютно жесткого безынерционного подвеса длиной l ; v – коэффициент демпфирования.

Колебания маятника вблизи вертикали описываются линеаризованным уравнением

$$\ddot{\alpha} + 2v\dot{\alpha} + \omega_0^2(1 - \mu \sin \Omega t)\alpha = 0, \quad (2)$$

где $\omega_0 = \sqrt{g/l}$ – собственная частота малых колебаний маятника с неподвижной точкой подвеса; $\mu = \frac{a_0}{l} \frac{\Omega^2}{\omega_0^2}$ – варьлируемый параметр.

Уравнение (2) является уравнением Матье, следовательно, имеет неустойчивое колебательное решение с частотой $\omega = \Omega/2$, называемое ППР. Чтобы определить на плоскости параметров линейной модели (2) границы возбуждения ППР, воспользуемся приближенными аналитическими методами. В соответствии с методом ван дер Поля [2], сделаем замену переменных в уравнении (2)

$$\alpha = A(t)e^{i\Omega t/2} + A^*(t)e^{-i\Omega t/2}, \quad \dot{\alpha} = i\Omega(A(t)e^{i\Omega t/2} - A^*(t)e^{-i\Omega t/2})/2, \quad A(t) = a(t)e^{i\varphi(t)},$$

где $A(t)$ – комплексная функция; $a(t)$, $\varphi(t)$ – действительные функции; $*$ обозначает операцию комплексного сопряжения.

Преобразуем уравнение (2) учетом равенств $\dot{A}e^{i\Omega t/2} + \dot{A}^*e^{-i\Omega t/2} = 0$, $\sin \Omega t = i(e^{-i\Omega t} - e^{i\Omega t})/2$ и после усреднения по периоду $T = 2\pi$ в предположении о медленном изменении $A(t)$ получим укороченное уравнение

^(*) Н.А. Смирнова, smirnova_na@spbstu.ru

$$[\omega_0^2 - (\Omega/2)^2]A + i\Omega\dot{A} + i\nu\Omega A + i\omega_0^2\mu A^* / 2 = 0. \quad (3)$$

Баланс действительных частей имеет вид уравнения Адлера

$$\dot{\varphi} = \frac{\omega_0^2 - (\Omega/2)^2}{\Omega} + \frac{\omega_0^2\mu}{2\Omega} \sin 2\varphi,$$

в котором существует установившийся режим $\bar{\varphi} = const$ при условии $\frac{\omega_0^2\mu}{2} > |\omega_0^2 - (\Omega/2)^2|$.

Баланс мнимых частей дает уравнение

$$\frac{\dot{a}}{a} + \nu = -\frac{\omega_0^2\mu}{2\Omega} \cos 2\varphi,$$

которое при условии $\bar{\varphi} = const$ преобразуется к виду

$$\frac{d \ln a}{dt} = \pm \sqrt{\frac{\omega_0^4\mu^2}{4\Omega^2} - \frac{[\omega_0^2 - (\Omega/2)^2]^2}{\Omega^2}} - \nu.$$

Здесь под корнем стоит положительное число при условии существования режима $\bar{\varphi} = const$. Условие наступления ППР $\frac{d \ln a}{dt} > 0$ удобно записать в виде

$$\frac{a_0}{l} > 2 \sqrt{\left[\left(\frac{\omega_0}{\Omega} \right)^2 - \frac{1}{4} \right]^2 + \left(\frac{\nu}{\omega_0} \right)^2 \left(\frac{\omega_0}{\Omega} \right)^2}. \quad (4)$$

Согласно методу стационаризации [4], периодический параметр $\mu \sin \Omega t$ следует заменить на комплексный коэффициент передачи $W = i0,5\mu e^{-i\varphi}$, если в уравнении (2) имеют место колебания переменной $\alpha(t)$ с частотой $\omega = \Omega/2$ и со сдвигом фазы φ относительно колебаний параметра. Уравнение (2) принимает вид

$$\ddot{\alpha} + 2\nu\dot{\alpha} + \omega_0^2(1 - i0,5\mu e^{-i\varphi})\alpha = 0, \quad (5)$$

а условие возбуждения неустойчивых колебаний по критерию Михайлова дает формулу (4).

Численное решение уравнения (2) подтверждает состоятельность оценки (4). Размах параметрических колебаний в линейной модели при соблюдении условий резонанса (4) не ограничивается наличием демпфирования. Известно, что на практике параметрический резонанс завершается режимом установившихся колебаний.

Оценка амплитуды установившихся параметрических колебаний для нелинейной модели маятника с демпфированием. Рассмотрим уравнение Матье-Дуффинга

$$\ddot{\alpha} + 2\nu\dot{\alpha} + \omega_0^2(1 - \mu \sin \Omega t)\alpha + \varepsilon\omega_0^2\alpha^3 = 0. \quad (6)$$

Применение метода ван дер Поля [3] позволяет получить систему укороченных уравнений

$$[\omega_0^2 - (\Omega/2)^2]a - a\Omega\dot{\varphi} + 3\varepsilon\omega_0^2a^3 = -0,5\omega_0^2\mu a \sin 2\varphi; \quad \Omega\dot{a} + \nu\Omega a = -0,5\omega_0^2\mu a \cos 2\varphi.$$

Установившееся значение \bar{a} (при $\dot{\varphi} = 0$, $\dot{a} = 0$) вычисляется по формуле

$$\bar{a}^2 = \frac{1}{3\varepsilon} \left[\pm \left(\frac{\Omega}{\omega_0} \right)^2 \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{a_0}{l} \right)^2 - \left(\frac{\nu}{\Omega} \right)^2} + \frac{1}{4} \left(\frac{\Omega}{\omega_0} \right)^2 - 1 \right]. \quad (7)$$

Если в уравнении (1) положить $\sin \alpha \approx \alpha - \alpha^3/6$ и пренебречь слагаемым $\omega_0^2\mu \sin \Omega t \alpha^3/6$, считая $\mu/6$ малым, то уравнение (1) приобретет вид (6). Следовательно, установившаяся амплитуда \bar{a} параметрических колебаний при условии их возникновения оценивается с учетом (7) при $\varepsilon = -1/6$ по формуле

$$\bar{a}^2 = 8 \left[1 - \frac{1}{4} \left(\frac{\Omega}{\omega_0} \right)^2 \mp \left(\frac{\Omega}{\omega_0} \right)^2 \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{a_0}{l} \right)^2 - \left(\frac{\nu}{\omega_0} \right)^2 \left(\frac{\omega_0}{\Omega} \right)^2} \right]. \quad (8)$$

В области $\Omega / \omega_0 \geq 2$ существует единственный установившийся режим (перед корнем в формуле (8) знак плюс). В области $\Omega / \omega_0 < 2$ могут быть найдены два значения установившейся амплитуды; большее соответствует режиму установившихся параметрических колебаний, меньшее – неустойчивому (нереализуемому) режиму. Два различных решения (8) имеются при несоблюдении условия возникновения параметрического резонанса (4), в этом случае сосуществуют два устойчивых режима: параметрических колебаний и покоя.

Вспользуемся методом стационаризации периодического параметра для оценки амплитуды установившихся колебаний в приближенной нелинейной модели маятника

$$\ddot{\alpha} + 2\nu\dot{\alpha} + \omega_0^2(1 - \mu \sin \Omega t)(\alpha - \alpha^3 / 6) = 0.$$

В соответствии с методом гармонической линейризации заменим $\alpha^3 \approx (3\bar{\alpha}^2 / 4)\alpha$, а периодический параметр его комплексным коэффициентом передачи. Получим уравнение

$$\ddot{\alpha} + 2\nu\dot{\alpha} + \omega_0^2(1 - \bar{\alpha}^2 / 8)(1 - i0,5\mu e^{-i\varphi})\alpha = 0, \quad (9)$$

которое отличается от (5) приближенной зависимостью частоты свободных колебаний маятника от их амплитуды. Условие существования в уравнении (9) периодического решения заключается в расположении корней характеристического полинома линейризованного уравнения (9) на мнимой оси $\lambda_{1,2} = \pm i\Omega / 2$:

$$-\left(\frac{\Omega}{2}\right)^2 \pm 2\nu i \frac{\Omega}{2} + \omega_0^2 \left(1 - \frac{\bar{\alpha}^2}{8}\right) \left(1 - i \frac{\mu}{2} e^{-i\varphi}\right) = 0.$$

Амплитуда установившихся параметрических колебаний является корнем уравнения

$$2\sqrt{\left(\frac{\omega_0^2}{\Omega^2} \left(1 - \frac{\bar{\alpha}^2}{8}\right) - \frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{\nu}{\omega_0}\right)^2 \left(\frac{\omega_0}{\Omega}\right)^2} = \frac{a}{l} \left|1 - \frac{\bar{\alpha}^2}{8}\right|. \quad (10)$$

Численный поиск корней уравнения (10) показал, что в области $\Omega / \omega_0 < 2$ наблюдается сосуществование режимов покоя и установившихся колебаний при несоблюдении условий возбуждения параметрического резонанса (4). В таблице 1 показаны результаты аналитических расчетов и численного моделирования процессов в уравнении (1) при $a_0 / l = 0,1$; $\nu / \omega_0 = 0,01$.

Табл. 1. Амплитуда установившихся колебаний первого параметрического резонанса

Ω / ω_0	$\bar{\alpha}$ рад, формула (8)	$\bar{\alpha}$ рад, численно	$\bar{\alpha}$ рад, формула (10)
2,18	0,66	0,61	0,59
2,08	1,02	0,94	0,93
2	1,26	1,16	1,15
1,92	1,44	1,35	1,32
1,85	1,58	1,50	1,46
1,82	0,22; 1,64	1,57	0,30; 1,52
1,79	0,60; 1,70	1,64	0,65; 1,58

При увеличении отношения a_0 / l метод стационаризации дает более состоятельную оценку установившейся амплитуды $\bar{\alpha}$, чем метод ван дер Поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Найфе А. Введение в методы возмущений. – М.: Мир, – 1984.
2. Трубецков Д.И., Рожнев А.Г. Линейные колебания и волны. – М.: Физматлит, – 2001.
3. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рыскин Н.М. Нелинейные колебания. – М.: Физматлит, – 2002.
4. Чечурин С.Л., Чечурин Л.С. Физические основы теории колебаний. – Изд. СПбПУ, – 2005.

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ УСИЛЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ КОЛЬЦЕВОГО РЕЗОНАТОРА
МИКРОМЕХАНИЧЕСКОГО ВИБРАЦИОННОГО ГИРОСКОПА

Введение. Важной задачей при разработке МЭМС гироскопов является увеличение их точности и чувствительности. Одним из способов усовершенствования работы гироскопов является использование эффекта параметрического усиления. В данной работе исследован эффект параметрического усиления в кольцевом гироскопе.

Математическая модель. Для вывода уравнения движения системы использовался метод Ритца. Кольцевой гироскоп имеет две вырожденные собственные формы $\cos 2\theta$ и $\sin 2\theta$ с модальными координатами $A(t)$ и $B(t)$ соответственно. Собственная форма $\cos 2\theta$ принимается ведущей, и воздействие на нее от $\sin 2\theta$ не учитывалось.

Структура электродов, возбуждающих колебания, изображена на рис. 1. Угол каждого электрода $-\frac{\pi}{4}$.

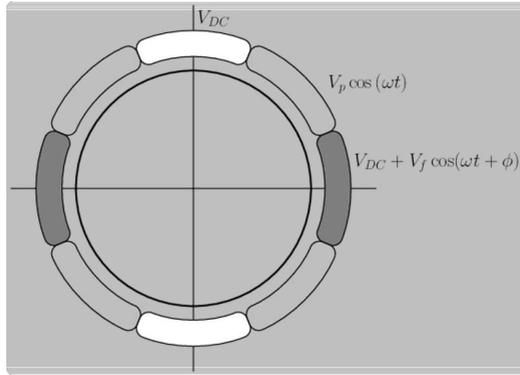


Рис. 1. Распределение напряжения в системе

После определения Лагранжиана системы, применения метода Ритца и обезразмеривания модальных координат и времени системы получается уравнение

$$\ddot{q}(1 + \mu q^2) + 2\Gamma \dot{q} + q \left(1 + \dot{q}^2 \mu - F_{f1} \cos(\Omega t + \phi) - F_{p1} \cos(2\Omega t) \right) - q^2 F_{f2} \cos(\Omega t + \phi) + q^3 \left(\gamma - F_{f3} \cos(\Omega t + \phi) - F_{p3} \cos(2\Omega t) \right) = F \cos(\Omega t + \phi)$$

где $\dot{(\)}$ – производная по безразмерному времени $\tau = \omega_0 t$; $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$ – безразмерная частота

переменного напряжения; $q(\tau) = \frac{A(\tau)}{\Delta}$ – безразмерная модальная координата; $\omega_0^2 = \frac{3\pi\Delta^3 E h^3 + 2R^4 \varepsilon_0 (-2V_{DC}^2 + V_p^2) - \pi R^4 \varepsilon_0 (2V_{DC}^2 + V_p^2)}{5\pi\Delta^3 R^4 h \rho}$ – собственная частота системы;

$$\gamma = \frac{12\pi\Delta^5 E h^3 + 8R^6 \varepsilon_0 (-2V_{DC}^2 + V_p^2) - 3\pi R^6 \varepsilon_0 (2V_{DC}^2 + V_p^2)}{10\pi\Delta^3 R^6 h \omega_0^2 \rho}; \quad F = \frac{4\sqrt{2}V_{DC}V_f \varepsilon_0}{5\pi\Delta^3 h \omega_0^2 \rho}; \quad F_{f1} = \frac{2V_{DC}V_f \varepsilon_0 (2+\pi)}{5\pi\Delta^3 h \omega_0^2 \rho}; \quad F_{f2} =$$

^(*) Д.В. Антуфьев, antufiev.dv@edu.spbstu.ru

$\frac{2\sqrt{2}V_{DC}V_f\epsilon_0}{\pi\Delta^3h\omega_0^2\rho}$; $F_{f3} = \frac{V_{DC}V_f\epsilon_0(8+3\pi)}{5\pi\Delta^3h\omega_0^2\rho}$; $F_{p1} = \frac{V_p^2\epsilon_0(-2+\pi)}{5\pi\Delta^3h\omega_0^2\rho}$; $F_{p3} = \frac{V_p^2\epsilon_0(-8+3\pi)}{10\pi\Delta^3h\omega_0^2\rho}$; $\mu = \frac{33\Delta^2}{5R^2}$; Γ – демпфирование системы; ρ – плотность материала; E – Модуль Юнга материала; h – ширина сечения; ϵ_0 – электрическая постоянная; Δ – зазор между кольцом и электродами. Значения параметров системы были взяты из [1].

Уравнения в медленных переменных. Для анализа системы были выведены уравнения в медленных переменных с помощью метода многих масштабов. Уравнения были получены для переменных $B_r(\tau)$ и $B_i(\tau)$ – вещественной и мнимой части комплексной амплитуды решения уравнения движения [3]. Уравнения в медленных переменных имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{B}_r &= \frac{F\sin(\phi)}{4} + \frac{3F_{f2}B_i^2\sin(\phi)}{4} + \frac{F_{f2}B_iB_r\cos(\phi)}{2} + \frac{F_{f2}B_r^2\sin(\phi)}{4} - \frac{F_{p1}B_i}{4} - F_{p3}B_i^3 - \Gamma B_r - \frac{3\gamma B_i^3}{2} \\ &\quad - \frac{3\gamma B_i B_r^2}{2} + \mu B_i^3 + \mu B_i B_r^2 + \sigma E B_i, \\ \dot{B}_i &= -\frac{F\cos(\phi)}{4} - \frac{3F_{f2}B_i^2\cos(\phi)}{4} - \frac{F_{f2}B_iB_r\sin(\phi)}{2} - \frac{3F_{f2}B_r^2\cos(\phi)}{4} - \frac{F_{p1}B_r}{4} - F_{p3}B_r^3 - \Gamma B_i \\ &\quad + \frac{3\gamma B_i^2 B_r}{2} + \frac{3\gamma B_r^3}{2} - \mu B_i^2 B_r - \mu B_r^3 - \sigma E B_r, \end{aligned}$$

где σ – безразмерная расстройка частоты напряжения.

Амплитудно-частотная характеристика системы при изменении V_p изображена на рис. 2.

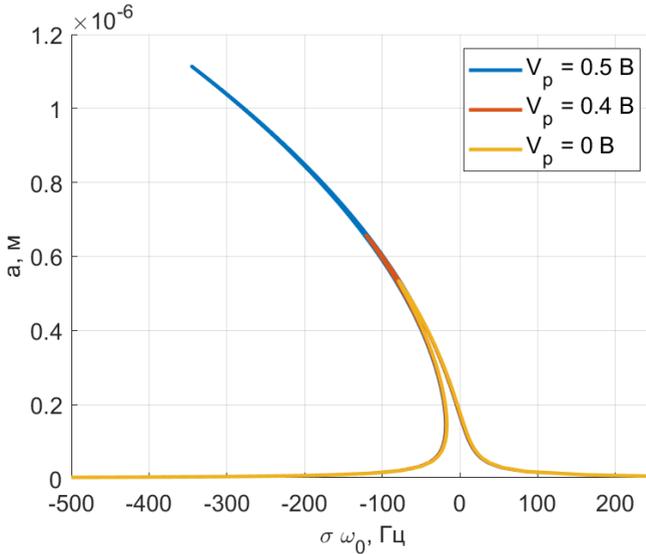


Рис. 2. Резонансная характеристика при $V_{DC} = 2$ В, $V_f = 0.01$ В, $\varphi = 0$

При увеличении параметрического возбуждения наблюдается эффект параметрического усиления. Особенность параметрического усиления – зависимость от относительной фазы параметрической и внешней нагрузки. Для исследования этой зависимости используется функция усиления:

$$G(\varphi) = \frac{q_{peak|pump\ on}}{q_{peak|pump\ off}},$$

где $q_{peak|pump\ on}$ – пиковое значение амплитудно-частотной характеристики при параметрическом воздействии; $q_{peak|pump\ off}$ – пиковое значение амплитудно-частотной характеристики при отсутствии параметрического воздействия. График зависимости усиления от фазы внешнего воздействия изображен на рис. 3а.

Интерес представляет максимальное параметрическое усиление, возможное в системе с данными параметрами, и соответствующее ему значение V_p . Для этого на рис. 3б построена зависимость усиления от параметрического напряжения.

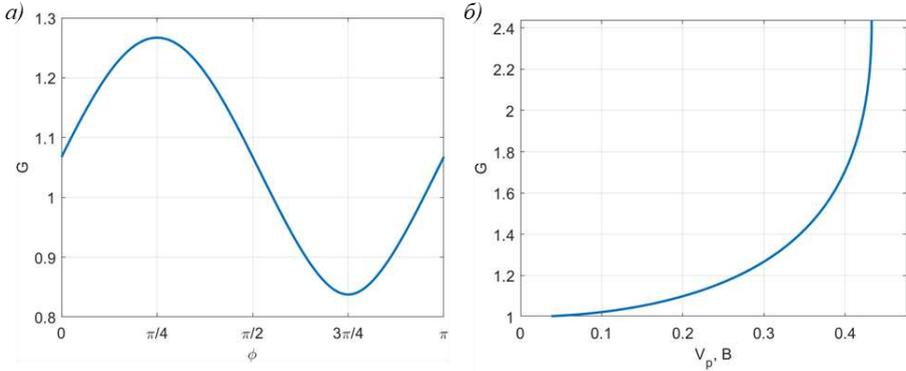


Рис. 3. а) Зависимость параметрического усиления от фазы при $V_{DC} = 2$ В, $V_f = 0.01$ В, $V_p = 0.3$ В;
б) Зависимость параметрического усиления от V_p .

Максимум параметрического усиления наблюдается при $\varphi = \frac{\pi}{4}$. Также стоит отметить, что при некоторых значениях фазы наблюдается уменьшение пиковых значений амплитуды.

Максимальное параметрическое усиление наблюдается при $V_p = 0.4328$ В, и пик амплитудно-частотной характеристики увеличивается примерно в 2.4 раза.

ЛИТЕРАТУРА

1. Polunin P.M., Shaw S.W. Self-Induced Parametric Amplification in Ring Resonating Gyroscopes // *International Journal of Non-Linear Mechanics* – 2017 – Vol. 94 – P. 300–308.
2. Indeitsev D.A., Zavorotneva E.V., Lukin A.V., Popov I.A., Igumnova V.S. Nonlinear Dynamics of a Microscale Rate Integrating Gyroscope with a Disk Resonator under Parametric Excitation // *Nelineinaya Dinamika* – 2023 – Vol. 19(1) – P. 59–89.
3. Nayfeh A.H., Mook D. Nonlinear oscillations – J. Wiley & sons – 1995 – 700 p.
4. Rugar D., Grütter P. Mechanical parametric amplification and thermomechanical noise squeezing // *Physical Review Letters*. – 1991 – Vol. 6 (67). – P. 699–702.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПОЛЗУЧЕСТИ ПОРИСТЫХ
ЭЛЕКТРОДОВ ТВЕРДООКСИДНЫХ ТОПЛИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Введение. Согласно современной статистике, уровень мирового потребления энергии ежегодно возрастает на 1.6% [1]. При этом наибольшая часть этой энергии производится за счет сжигания ископаемого топлива, запасы которого стремительно истощаются. Более того, сжигание такого рода топлива имеет серьезные последствия для окружающей среды. Возникает необходимость поиска новых, альтернативных источников возобновляемой энергии. Одним из возможных решений является использование топливных элементов – электрохимических устройств, работа которых базируется на прямом преобразовании химической энергии в электрическую.

Одними из наиболее перспективных топливных элементов являются твердооксидные топливные элементы (ТОТЭ) благодаря своему высокому КПД, который при одновременном получении электрической и тепловой энергии может достигать 90% [2]. Наряду с высокой эффективностью ТОТЭ также является экологически безупречным источником энергии в случае использования водорода в качестве топлива. При этом ТОТЭ работают при достаточно высоких температурах от 600 до 1000 °С, вследствие чего при значительных механических напряжениях в пористых электродах возникают деформации ползучести, а надежность и долговечность определяются длительной прочностью и термомеханической усталостью.

Целью данной работы является определение эффективных параметров анизотропной ползучести пористого электрода, изготовленного из кермета Ni-8YSZ (металлокерамической гетерогенной композиции никеля и керамики) на основе вычислительных экспериментов с представительным объемом, содержащим неизолированную пору эллипсоидальной формы.

Определяющие уравнения. Деформация ползучести определяется на основе равенства:

$$\dot{\varepsilon}^c = \frac{\partial Q}{\partial \sigma}, \quad (1)$$

где $Q = \frac{A}{n+1} \sigma_{eq}^{n+1}$ – потенциал ползучести, соответствующий закону Нортона, A, n – параметры ползучести, σ_{eq} – эквивалентное напряжение Хилла:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{xz}^2 + 2N\tau_{xy}^2}, \quad (2)$$

где F, G, H, L, M, N – константы квадратичного критерия для ортотропного материала.

Результатом подстановки (2) в (1) в предположении $\sigma_i > 0$ получается система уравнений, которую можно рассматривать также как систему для определения A, n, F, G, H :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_x^c = A(G + H)^{\frac{n+1}{2}} \sigma_x^n, \\ \dot{\varepsilon}_y^c = A(F + H)^{\frac{n+1}{2}} \sigma_y^n, \\ \dot{\varepsilon}_z^c = A(F + G)^{\frac{n+1}{2}} \sigma_z^n \end{cases} \Rightarrow \dot{\varepsilon}_i^c = A_i \sigma_i^n, \quad i \in [x, y, z]. \quad (3)$$

Для определения четырех искомых параметров пористого материала $\alpha_i = \ln(A_i)$, n на основе вычислительных экспериментов используется метод наименьших квадратов:

$$L = \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^{N_i} \left[\ln(\dot{\varepsilon}_i^{c(k)}) - \alpha_i - n \cdot \ln(\sigma_i^{(k)}) \right] \rightarrow \min, \quad (4)$$

^(*)Я.К. Астапов, astapov.yaroslav.00@mail.ru

где N_i – число вычислительных экспериментов на растяжение в направлениях Ox , Oy , Oz , соответственно. Взяв частные производные по искомым параметрам от функционала (4), была составлена следующая система линейных алгебраических уравнений:

$$\hat{A}q = \hat{B}, \quad (5)$$

где $q = [\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z, n]^T$ – вектор параметров, \hat{A} – матрица 4×4 коэффициентов при параметрах ползучести q , \hat{B} – вектор свободных членов.

Подставив найденное решение системы (5) q в условие $\alpha_i = \ln(A_i)$ уравнения (3), получим систему 3х уравнений для 4х неизвестных.

$$\begin{cases} A(G+H)^{\frac{n+1}{2}} = e^{\alpha_x}, \\ A(F+H)^{\frac{n+1}{2}} = e^{\alpha_y}, \\ A(F+G)^{\frac{n+1}{2}} = e^{\alpha_z}. \end{cases} \quad (6)$$

Для нахождения решений (6) принимается $H = 0,5$ в соответствии с изотропным случаем.

Параметры исследуемого материала. Рассматривается представительный объем (ПО) с неизолированной эллипсоидальной порой с отношением полюсов к размеру ПО $a_x/L=0.4$; $a_y/L=0.4$; $a_z/L=0.6$. Пористость материала составляет $c_{air} = 38.62\%$.

В качестве материала рассматривается кермет Ni-8YSZ (никель и диоксид циркония стабилизированный 8% иттрием), свойства которого представлены в табл. 1.

Табл. 1. Механические параметры непористого материала Ni-8YSZ [3] при 800 °С

Модуль Юнга	E_0	29	ГПа
Коэффициент Пуассона	ν_0	0.29	-
Коэффициент А (з. Нортона)	A_0	$2.64 \cdot 10^{-11}$	$c^{-1} \cdot \text{МПа}^{-n}$
Показатель степени (з. Нортона)	n_0	1.7	-

Результаты вычислительных экспериментов. На рис. 1 и 2 представлены распределения полей интенсивностей напряжений и деформаций ползучести в ПО при нагрузке 500 МПа в течении 500 с, приложенной вдоль осей Ox и Oz , соответственно.

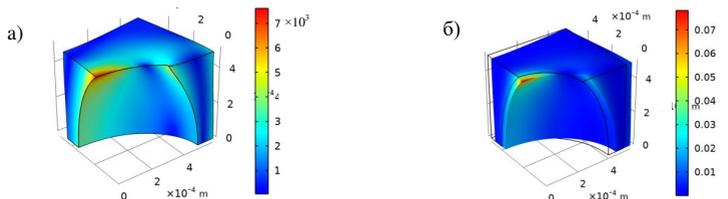


Рис. 1. Распределение полей а) интенсивности напряжений по Мизесу σ_i [МПа], б) интенсивности деформаций ползучести ε_i^c [-] в ПО пористого электрода Ni-8YSZ при нагружении вдоль оси Ox постоянной нагрузкой $p = 500$ МПа в течении 500 с

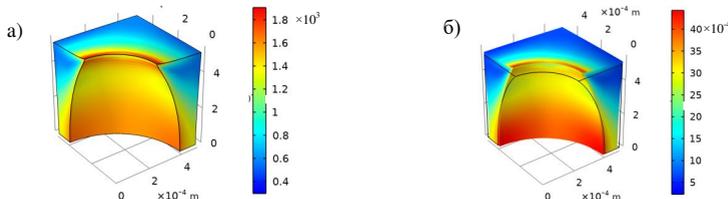


Рис. 2. Распределение полей а) интенсивности напряжений по Мизесу σ_i [МПа], б) интенсивности деформаций ползучести ε_i^c [-] в ПО пористого электрода Ni-8YSZ при нагружении вдоль оси Oz постоянной нагрузкой $p = 500$ МПа в течении 500 с

На рис. 3 представлены результаты сравнения зависимостей осредненной по объему [4] интенсивности деформации $\bar{\varepsilon}_i$ от времени для различных направлений приложения нагрузки и для различных уровней нагрузки от 100 МПа до 500 МПа.

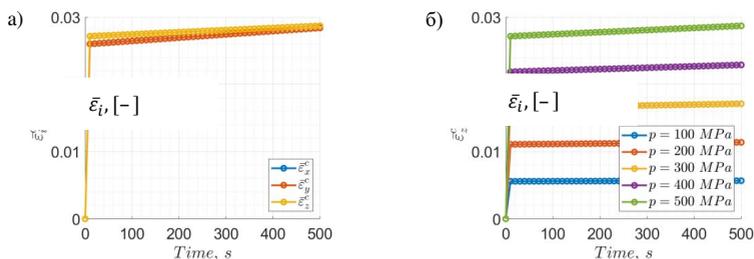


Рис. 3. Сравнение зависимостей осредненной интенсивности деформации $\bar{\varepsilon}_i$ [-] от времени для: а) различных направлений (Ox и Oz) приложения нагрузки $p = 500$ МПа, б) различных уровней нагрузки от 100 МПа до 500 МПа при нагружении вдоль оси Oz

Как видно из рис. 3а, скорость накопления деформации больше в направлениях Ox и Oy в сравнении с направлением Oz , тем самым деформация будет накапливаться интенсивней вдоль данных осей при больших значениях времени нагружения. В табл. 2 представлены расчетные значения эффективных параметров анизотропной ползучести.

Табл. 2. Значения эффективных параметров ползучести пористых электродов ТОТЭ

A	A_x	A_y	A_z	n	F	G	H
$7.27 \cdot 10^{-11}$	$5.26 \cdot 10^{-11}$	$5.26 \cdot 10^{-11}$	$3.43 \cdot 10^{-11}$	1.688	0.286	0.286	0.5
$[c^{-1} \text{ МПа}^{-n}]$	$[c^{-1} \text{ МПа}^{-n}]$	$[c^{-1} \text{ МПа}^{-n}]$	$[c^{-1} \text{ МПа}^{-n}]$	[-]	[-]	[-]	[-]

Показатель степени n пористого материала остался практически неизменным (уменьшился на 0.7%) в сравнении с значением n_0 непористого материала, а коэффициент A увеличился в сравнении с A_0 приблизительно в 2,75 раз. Константы Хилла F и G (2) совпали, что было ожидаемо в связи с осевой симметрией поры относительно оси Oz .

Выводы. На основе многовариантных вычислительных экспериментов были определены эффективные характеристики установившейся ползучести для ПО пористого электрода, изготовленного из кермета Ni-8YSZ. Исследовано влияние направления нагружения и уровня нагрузки на поведение пористого материала при ползучести. Установлено, что накопление деформаций ползучести происходит наиболее интенсивно при нагружении вдоль наименьшей оси эллипсоида.

ЛИТЕРАТУРА

1. Shayan S., Samane G., Environmental impacts of a standalone solar water splitting system for sustainable hydrogen production // Int. J. of Hydrogen Energy. – 2023. – Vol. 48, – P. 19326-19339.
2. Riensche E., Meusinger J., Stimming U., Unverzagt G., Optimization of a 200 kW SOFC cogeneration power plant. Part II: variation of the flowsheet // Journal of Power Sources. – 1998. – Vol. 71, – Issues 1-2. – P. 306-314.
3. Laurencin J., Delette G., Usseglio-Viretta F., Di Iorio S., Creep behaviour of porous SOFC electrodes: Measurement and application to Ni-8YSZ cermets // Journal of European Ceramic Society. – 2011. – Vol. 31, – Issues 9. – P. 1741-1752.

ВЛИЯНИЕ УСЛОВИЙ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ И ТЕХНОЛОГИИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ НА ВИБРАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА ЛОПАТКИ ГАЗОВОЙ ТУРБИНЫ

Введение. Газовая турбина, являющаяся одним из основных энергетических устройств для энергоэффективного преобразования и чистой системы утилизации, находит широкое применение в авиации, энергетике, нефтехимии и различных отраслях промышленности. Компоненты ее горячего тракта, особенно рабочие лопатки, подвержены комбинированному действию интенсивной центробежной нагрузки, аэродинамическому ударному воздействию и наличию высоких переменных температур и их значительных градиентов [1]. В процессе эксплуатации лопатки газовых турбин работают в широком диапазоне частот вращения и температур. Обеспечение их прочности [2] и долговечности [3,4] при различных режимах эксплуатации и различных технологий изготовления, включающих аддитивные, является важной и актуальной для практики задачей.

Целью работы являлось комплексное исследование влияния условий термомеханического воздействия (частоты вращения, температуры) и технологии изготовления на вибрационные свойства рабочих лопаток газовых турбин. Результаты анализа собственных частот и форм колебаний лопаток в условиях центробежных нагрузок и температурных полей, производилась на основе выполнения многовариантных вычислительных экспериментов с использованием конечно-элементного программного комплекса Ansys.

Объектом исследования являлась неохлаждаемая рабочая лопатка, для оптимизации дискретной трехмерной модели (рис. 1б) которой была разработана многосекционная твердотельная модель (рис. 1а).



Рис. 1. а) Твердотельная многосекционная модель рабочей лопатки; б) конечно-элементная модель

Основные уравнения. Высокоскоростные вращающиеся лопатки подвержены действию вибрации, что может отразиться на их производительности и безопасности. Эти проблемы усугубляются механическими и высокотемпературными воздействиями, ускоряющими процесс накопления повреждений. Вибрационные свойства лопаток газовой турбины определяются геометрией пера лопатки, свойствами материала, скоростью вращения и распределением поля температур. Наблюдаются различные виды вибраций, включающие продольные, крутильные и поперечные, вызванные изменением скорости вращения ротора и распределением массы. Общее уравнение движения для любой дискретной или дискретизированной системы с несколькими степенями свободы имеет вид:

^(*) М.М. Баккар, mamadyan1997@gmail.com

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = f(t), \quad (1)$$

где $[M]$, $[C]$, $[K]$ – матрицы масс, демпфирования и жесткости лопатки, $\{x\}$ – вектор перемещения, $\{f(t)\}$ – вектор внешней силы [5]. При отсутствии демпфирования и внешнего воздействия в динамической системе наблюдаются незатухающие свободные колебания, собственные частоты и формы которых определяются путем нахождения собственных значений (модальный анализ).

Материалы. Рассматривались три способа изготовления лопатки газовой турбины из материала IN738LC: литьем, направленной кристаллизацией и аддитивными технологиями [6].

Результаты. На рис. 2 показаны первые шесть форм колебаний рабочей лопатки, изготовленной литьем из сплава IN738LC. Результаты соответствуют нулевому гармоническому индексу (отсутствие узловых диаметров). Всего в расчетах рассмотрен 31 гармонический индекс (суммарно было проанализировано 186 форм колебаний). Расчеты производились для тринадцати скоростей вращения в пределах диапазона $0 \div 8000$ об/мин.

Низшая собственная частота колебаний 123 Гц соответствует первой изгибной моде в плоскости минимальной жесткости (рис. 2а). Важно отметить, что при рабочей частоте вращения турбины 3000 об/мин резонанса в соответствии с диаграммой Кэмпбелла (рис. 3б) не наблюдается. Однако для достижения рабочей частоты вращения необходимо преодолеть 4 критических диапазона частот. Результаты расчетов для всех 31 гармонических индексов также показали удовлетворительную отстройку для данной лопатки.

Аналогичные результаты для монокристаллической рабочей лопатки показаны на рис. 4 для первых шести форм свободных колебаний, частоты которых демонстрируют меньшие значения в сравнении с литыми лопатками. Отличие в диаграммах Кэмпбелла (рис. 3 и 5) для лопаток, изготовленных литьем и направленной кристаллизацией незначительно.

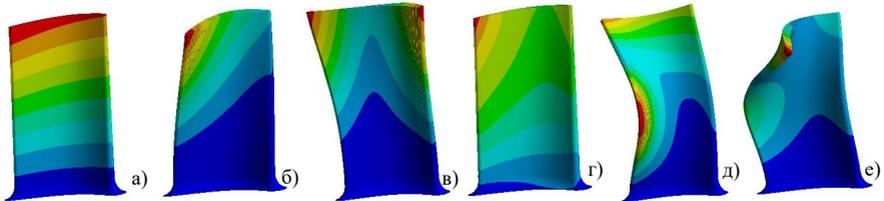


Рис. 2. Формы колебаний (гармонич. индекс 0) рабочей лопатки, изготовленной литьем из сплава IN738LC: а) 1 изгибная мода в плоскости мин. жесткости (123 Гц); б) 1 изгибная в плоск. макс. жесткости (571 Гц); в) 1 крутильная мода (943 Гц); г) 2 изгибная в плоск. мин. жесткости (1654 Гц); д) 2 изгибная в плоск. макс. жесткости (1810 Гц); е) 3 изгибная в плоск. мин. жесткости (2006 Гц)

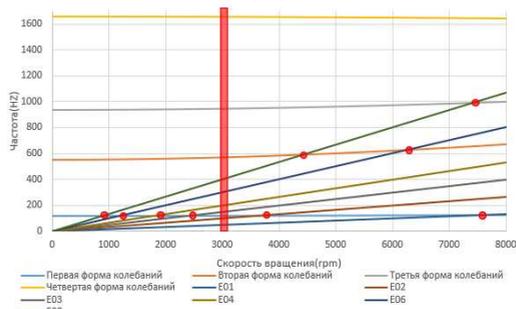


Рис. 3. Диаграмма Кэмпбелла для рабочей лопатки, изготовленной литьем из сплава IN738LC

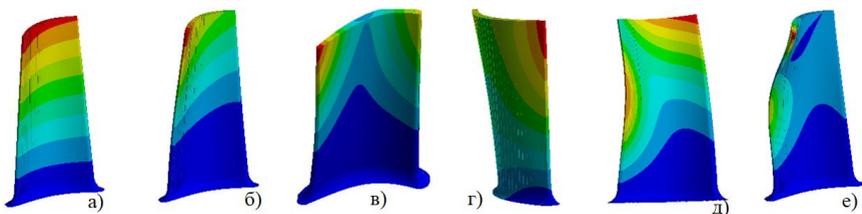


Рис. 4. Формы колебаний (гармонич. индекс 0) монокристаллической рабочей лопатки из сплава IN738LC: а) 1 изгибная мода в плоск. минимальной жесткости (124Гц); б) 1 изгибная в плоск. макс. жесткости (449 Гц); в) 1 крутильная мода (812 Гц); г) 2 изгибная в плоск. мин. жестк. (1205 Гц); д) 2 изгибная в плоск. макс. жестк. (1405 Гц); е) 3 изгибная в плоскости мин. жестк. (1651 Гц)

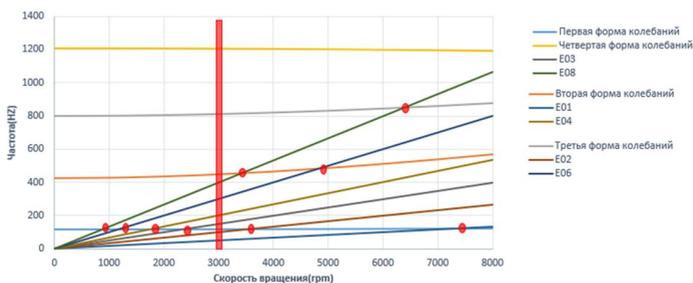


Рис. 5. Диаграмма Кэмпбелла для монокристаллической рабочей лопатки из сплава IN738LC

Выводы. Отличие в способе изготовления лопаток значительно влияет на их вибрационные свойства. Если первая собственная частота отличалась всего на 0,2%, то разница в значении вторых собственных частот достигла 21%, третьих собственных частот 18%. При использовании монокристаллических лопаток наблюдается понижение частот в сравнении с литыми. С ростом рабочей температуры также наблюдается понижение собственных частот, однако данный эффект в рассматриваемом диапазоне температур (300÷800°C) не превосходит 2%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Pahlwan A., Patel A., Patel R. Design and Analysis of Gas Turbine Rotor Blade // International Journal of Emerging Technologies and Innovative Research. – 2019, – Vol. 6, – Issue 4., – P. 900-904.
2. Гецов Л.Б., Семенов А.С. О запасах прочности деталей газотурбинных двигателей при термодинамическом нагружении // Авиационные двигатели. – 2023. – № 1 (18). – С. 79-98.
3. Семенов А.С., Грищенко А.И., Колотников М.Е., Гецов Л.Б. Конечно-элементный анализ термодинамической прочности лопаток газовых турбин. Часть 1. Модели материала, критерии разрушения, идентификация параметров // Вестник УГАТУ. – 2019. – Т. 23, – №1 (83). – С. 70-81.
4. Семенов А.С., Грищенко А.И., Колотников М.Е., Гецов Л.Б. Конечно-элементный анализ термодинамической прочности лопаток газовых турбин. Часть 2. Результаты расчетов // Вестник УГАТУ. – 2019. – Т. 23, – №2 (84). – С. 61-74.
5. Nandish R.V., Madhu E., Vizhian S.P. et al. Dynamic vibration analysis of Ti-alloy gas turbine blade rotating at high speed after grind-out repair of foreign object damage // IJMET – 2017. – Vol. 8. – P. 203-211.
6. Каблов Е.Н., Петрушин Н.В., Светлов И.Л., Демонис И.М. Никелевые литые жаропрочные сплавы нового поколения // Авиационные материалы и технологии. – 2012. – С. 36-52.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛОВЫХ И МОМЕНТНЫХ РЕАКЦИЙ
В ШАРНИРАХ КАРКАСА ЭКСЗОСКЕЛЕТА

Введение. Одним из современных направлений и трендов развития робототехники является создание биоморфных устройств. К подобным устройствам можно отнести экзоскелет – изделие, закрепляемое на теле человека и выполняющее различные функции:

- восстановление локомоторных возможностей человеческого организма;
- увеличение силовых возможностей человеческого организма;
- перераспределение или компенсация внешней нагрузки, приложенной к опорно-двигательному аппарату человека (далее ОДА)

Классификация экзоскелетов довольно обширна. По способу использования источника энергии существуют активные, полуактивные и пассивные модели [1]. Также различают мягкие экзоскелеты (рис. 1а), представляющие из себя тканные изделия с эластичными накопителями энергии или активными приводами, и жесткие (рис. 1б), в состав которых входит бионический каркас, выполненный с использованием различных материалов. Его основная функция – воспринимать внешнюю нагрузку, действующую на ОДА, полностью снимать или перераспределять ее.



Рис. 1. а) мягкий экзоскелет; б) жесткий экзоскелет с бионическим каркасом

Целью данной работы является определение силовых и моментных реакций в шарнирах бионического каркаса экзоскелета нижних конечностей во время ходьбы человека, для дальнейшего использования полученных данных при оптимизации формы элементов каркаса и подбора подходящего материала. Для получения реакций была сформулирована и решена обратная задача динамики для системы тел, соединенных между собой посредством шарниров различной степени подвижности, чем и является каркас. Рассматривался конкретный случай применения экзоскелета, а именно реабилитационное использование. Это значит, что вес всех сегментов человеческого тела приходится на бионический каркас экзоскелета и нагружает шарнирные соединения.

Сформулируем обратную задачу динамики. Как известно из теоретической механики, движение i -го твердого тела (далее его будем называть i -м сегментом) системы в инерциальной системе отсчета можно описать при помощи системы из двух

^(*) И.С. Барынкин, ivan.barynkin08@gmail.com

дифференциальных уравнений (1), которые отвечают за трансляционное (прямолинейной) и ротационное (вращательное) движение [2]:

$$\begin{cases} \underline{Q}_{ci} = \sum \underline{F}_i \\ \underline{K}_{ci} = \sum \underline{M}_i \end{cases} \quad (1)$$

где \underline{Q}_{ci} – количество движения (импульс) центра масс i -го сегмента относительно центра масс, \underline{K}_{ci} – кинетический момент i -го сегмента, взятые относительно центра масс твердого тела, $\sum \underline{F}_i$ – сумма сил, действующих на i -ый сегмент, $\sum \underline{M}_i$ – сумма моментов, действующих на i -ый сегмент. Раскроем систему уравнений:

$$\begin{cases} m_i \underline{\dot{v}}_{ci} = \underline{F}_{Ti} + \underline{Q}_i \\ \underline{J}_{ci} \cdot \underline{\dot{\omega}}_i + \underline{\omega}_i \times \underline{J}_{ci} \cdot \underline{\omega}_i = \underline{M}_a + \underline{M}_{HR} + \underline{M}_{Qi} \end{cases} \quad (2)$$

где m_i – масса сегмента, $\underline{\dot{v}}_{ci}$ – ускорение центра масс сегмента, \underline{F}_{Ti} – сила тяжести, действующая на сегмент, \underline{Q}_i – главный вектор внутренних сил реакций шарниров, соединяющих текущий сегмент с соседними, \underline{J}_{ci} – центральный тензор инерции сегмента, $\underline{\omega}_i, \underline{\dot{\omega}}_i = d\underline{\omega}/dt$ – векторы угловой скорости и ускорения сегмента, \underline{M}_a – главный момент задаваемых крутящих моментов и пар сил, \underline{M}_{HR} – главный момент моментных реакций в соединениях с соседними сегментами, \underline{M}_{Qi} – главный момент силовых реакций в соединениях с соседями.

Важно отметить, что ходьба человека бывает разной. Чаще всего ходьбой называют периодическое движение, которое можно разделить на попеременно сменяющиеся фазы: двухопорную, когда две ступни находятся на поверхности земли, и одноопорную, когда ступня опорной ноги находится на поверхности земли пока другая нога выносится вперед (рис. 2).

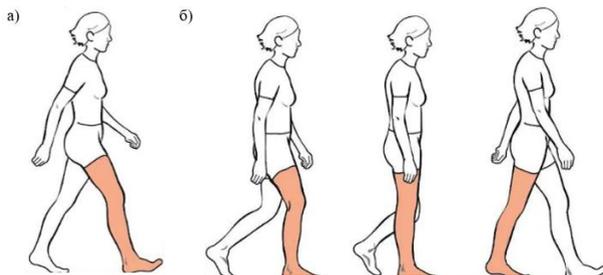


Рис.2. а) двухопорная фаза ходьбы; б) одноопорная фаза ходьбы

Наиболее критической фазой для каркаса, когда некоторые его сегменты больше всего воспринимают нагрузку, является именно одноопорная фаза, так как вся нагрузка от веса человека и экзоскелета приходится на одну опорную ногу. Для сегмента, являющимся опорным (ступней), система уравнений запишется следующим образом:

$$\begin{cases} 0 = \underline{F}_{Ti} + \underline{Q}_i + \underline{N} \\ 0 = \underline{M}_a + \underline{M}_{HR} + \underline{M}_{Qi} + \underline{M}_N \end{cases} \quad (3)$$

где \underline{N} – сила реакции, действующая на опорную поверхность, \underline{M}_N – момент реакции.

Для решения обратной задачи динамики необходимо определить массово-инерционные и кинематические характеристики. Для определения первого набора величин обратимся к

работе [3], в которой приводится формула линейной регрессии для нахождения массовых и инерционных характеристик сегментов тела, которая была получена в работе В.М.Зациорского (1981) [4] при помощи радиоизотопного метода:

$$B_0 + B_1X_1 + B_2X_2, \quad (4)$$

где B_0, B_1, B_2 – набор коэффициентов линейной регрессии для каждого сегмента (приведены в работе [3]), X_1 – вес человека, X_2 – рост. Путем подстановки двух параметров тела человека становится возможным определить массы, центральные тензоры инерции и положения центров масс сегментов.

Определение кинематического набора данных сложнее с точки зрения вычислений. Бионический каркас – это набор элементов разнообразной формы, соединенных между собой шарнирами. Каркас прикрепляется к телу оператора при помощи фурнитуры и изначально проектируется так, чтобы стеснение движений было минимальным. Поэтому делается допущение, что кинематика движений системы экзоскелет+человек практически идентична движению человека без экзоскелета. Поэтому для получения данных предлагается использование систем видеозахвата на подобии VICON, способных определить пространственные траектории движений инфракрасных маркеров-отражателей. Благодаря системе, становится возможным определить векторы перемещений, скоростей и ускорений, а также векторы угловых скоростей и ускорений.

Последней величиной, требующей определения, является сила реакции \underline{N} . Ее можно получить экспериментально, путем применения динамометрической платформы или тензометрических стелек. Также ее можно доопределить аналитически. Для одноопорного случая, если считать каркас экзоскелета и нижние конечности тела человека невесомыми. Для двухопорного случая вводится скалярная периодическая функция, которая отвечает за распределение силы реакции между двумя ступнями [5] во время двухопорной фазы.

После определения всех недостающих величин, становится возможным разрешить системы уравнений (2) и (3) и определить реакции в шарнирах, что в дальнейшем может использоваться при выборе материала изготовления каркаса и оптимизации формы его сегментов.

ЛИТЕРАТУРА

1. ГОСТ Р 12.4.306-2023 «Средства индивидуальной защиты опорно-двигательного аппарата. Экзоскелеты промышленные».
2. Добронравов В.В., Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. Изд. 4-е. –М.: Высш.школа, 1983. – 575 с.
3. Арсеньев Д.Г., Аранов В.Ю., Бауэр С.М., Бигдай Е.В., Зинковский А.В., Иванов А.А., Ильин И.Ю., Ликсонов Д.В., Маслов Л.Б., Пальмов В.А., Потехин В.В., Самойлов В.О., Шолуха В.А. Математические модели и компьютерное моделирование в биомеханике: Учеб. Пособие / Под ред. А.В. Зинковского и В.А. Пальмова: СПб.: Изд-в Политехн. Ун-та, 2004. 516 с.
4. Зациорский В.М., Аруин А.С., Селуянов В.Н. Биомеханика двигательного аппарата человека. –М.: ФиС, 1981. – 144 с.
5. Белецкий В.В. Двухногая ходьба: модельные задачи динамики управления. –М.: Наука, – 1984. – 288 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЯЗКОУПРУГОГО ПОВЕДЕНИЯ КОМПАУНДА СТЭП-K197
ПРИ ОДНООСНОМ СЖАТИИ

Введение. В настоящее время проведение испытаний и последующий анализ физико-механических характеристик материалов играет важную роль в различных областях промышленности и научных исследованиях. Эти процессы не только обеспечивают высокое качество и надежность продукции, но и способствуют поиску инновационных технологий. Они служат основой для оптимизации производственных процессов, повышения эффективности использования ресурсов и разработки продуктов, отвечающих современным требованиям надежности, устойчивости и функциональности. Целью данного исследования является определение вязкоупругих характеристик компаунда СТЭП-K197 и поиск адекватной модели материала для описания его реономного поведения.

Экспериментальные исследования. Была проведена серия экспериментов на испытательной машине Z100, Zwick/Roell (рис. 1). Исследовались физико-механические характеристики компаунда СТЭП-K197, который представляет собой двухкомпонентный заливочный материал, отверждаемый при комнатной температуре и обладающий повышенной эластичностью (относительное удлинение не менее 30%) [1]. При комнатной температуре материал демонстрирует наличие как упругих, так и вязких свойств. Поэтому для определения вязкоупругих характеристик рассматривались режимы ступенчатого нагружения с выдержками при постоянном напряжении вплоть до разрушения образца.

Образцы для испытаний на сжатие имели форму куба (рис. 2) с длиной стороны 30 мм. Образцы (5 шт.) изготавливались из компаунда СТЭП-K197 путем отливки в формы.



Рис. 1. Опыт на сжатие образца на испытательной машине Z100, Zwick/Roell

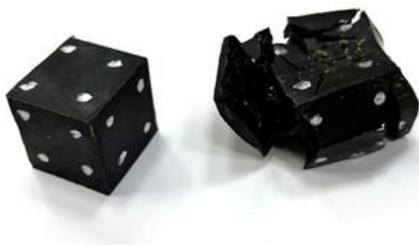


Рис. 2. Образцы из компаунда СТЭП-K197 до и после испытаний на сжатие

Для повышения степени однородности напряженного состояния образцов и исключения появления эффектов бочкообразности вследствие трения поверхности контакта испытательной машины и образца были обработаны графитовой смазкой.

Результаты испытаний. На рис. 3 и 5 показаны характерные экспериментальные зависимости силы от перемещения захватов испытательной машины при ступенчатом нагружении вплоть до разрушения при одноосном сжатии. Соответствующие им

^(*) И.В. Баянов, bayanov.iv@mail.ru

зависимости напряжений от деформаций для первых четырех этапов нагружения с выдержками показаны на рис. 4 и 6.

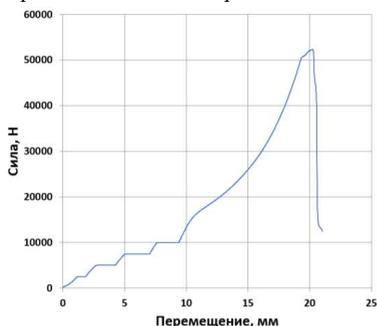


Рис. 3. Зависимость силы от перемещения для образца №1

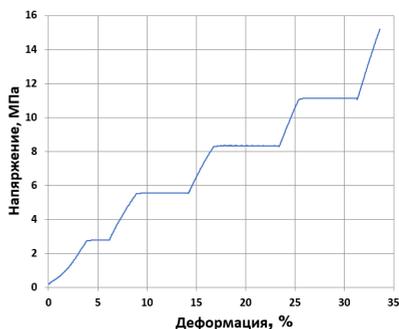


Рис. 4. Зависимость напряжения от деформации для образца №1

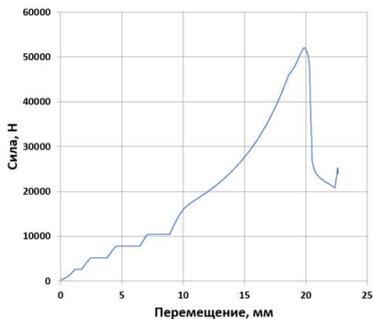


Рис. 5. Зависимость силы от перемещения для образца №2

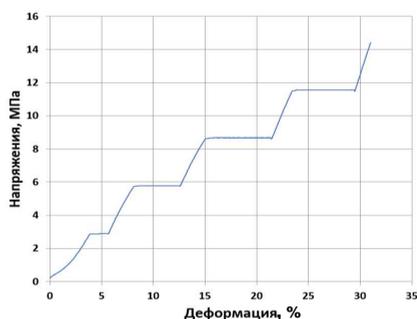


Рис. 6. Зависимость напряжения от деформации для образца №2

На этапах с выдержками (продолжительностью около 1 минуты) при постоянном напряжении наблюдается ползучесть материала, прогрессирующая с ростом нагрузки.

Из данных диаграмм также видно, что разрушение образца наступает при относительной деформации свыше 65%, что превышает заявленные характеристики [1].

Модель материала. Для описания вязкоупругого поведения материала компаунда СТЭП-К197 использовалась реологическая модель стандартного линейного вязкоупругого материала (рис. 7), включающая 3 константы материала (μ , μ_1 , η). Определяющее уравнение для рассматриваемой реологической модели имеет вид:

$$\left(\frac{1}{2\mu_1} + \frac{1}{2\mu}\right) \underline{\underline{\dot{e}}} + \frac{1}{2\eta} \underline{\underline{e}} = \frac{1}{2\mu_1} \left(\underline{\underline{\dot{s}}} + \frac{\underline{\underline{s}}}{\eta}\right). \quad (1)$$

Уравнение (1) допускает представление в интегральном виде:

$$\underline{\underline{e}}(t) = \int_0^t \Pi(t-z) \underline{\underline{dS}}(z), \quad (2)$$

где ядро ползучести $\Pi(t)$ определяется выражением:

$$P(t) = \frac{1}{2\mu + 2\mu_1} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{2\mu_1} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right). \quad (3)$$

Время релаксации τ определяется отношением вязкости η к эффективной жесткости пружин:

$$\tau = \frac{\eta(\mu + \mu_1)}{\mu_1\mu}. \quad (4)$$

Параметры реологической модели μ , μ_1 , η были определены на основе использования метода дифференциальной эволюции путем минимизации функционала невязки, представляющего собой сумму квадратов разности вычисленной и наблюдаемой в экспериментах деформации (разновидность метода наименьших квадратов). Полученные значения параметров реологической модели представлены в Табл. 1.

Табл. 1. Механические характеристики компаунда СТЭП-К197

Величина	Значение
Упругий модуль μ	40,0 МПа
Упругий модуль μ_1	17,9 МПа
Коэффициент вязкости η	681,4 МПа·с
Предел прочности (сжатие) σ_B	58 МПа

Сопоставление прогноза реологической модели (с константами из табл. 1) с результатами, наблюдаемыми в экспериментах, демонстрируют достаточно высокую точность прогноза зависимости деформаций от времени для ступенчатого нагружения с выдержками (рис. 8).

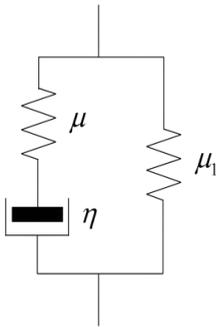


Рис. 7. Модель линейного вязко-упругого материала

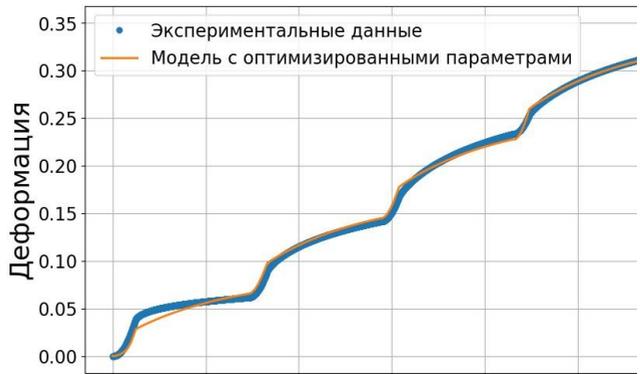


Рис. 8. Сравнение экспериментальных данных с прогнозом реологической модели линейного вязко-упругого материала

Выводы. Поведение компаунда СТЭП-К197 при ступенчатом нагружении с выдержками может быть описано с высокой степенью точности на основе реологической модели стандартного вязкоупругого материала. Найденные значения параметров реологической модели могут быть использованы при расчете напряженно-деформированного

состояния элементов конструкций, выполненных с использованием рассматриваемого материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Научно-производственная компания «СТЭП». [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://npkstep.ru/products/compounds/highly-elastic-casting-compounds/step-к197/> (дата обращения: 27.03.2024).

УДК 532.517

С.А. Быкова^{1,2}, Е.А. Иванова^{1,2}

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²Институт проблем машиноведения Российской академии наук

УРАВНЕНИЯ МЕХАНИКИ И ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ В СЛУЧАЕ ДВИЖУЩИХСЯ СРЕД

До конца XIX века физические процессы описывались механическими моделями, основанными на концепции эфира [1]. Многие известные ученые, такие как Вольта, Ампер, Коши, Стокс, Гаусс, Максвелл и другие внесли большой вклад в создание данных моделей.

Хотя первоначально уравнения Максвелла описывают электродинамику неподвижных сред, первые попытки рассмотреть электродинамику в движущихся средах были предприняты Герцем и Лоренцем. Если теория Герца, основанная на упругом континууме и использовании материального описания, лишь частично объясняла эксперименты в подвижной среде, то электронная теория Лоренца описывала все известные эксперименты, за исключением эксперимента Майкельсона. Имеющиеся механические модели электромагнитного поля не позволяли объяснить эксперимент. Пытаясь согласовать свою теорию с экспериментом Майкельсона, Лоренц заложил основы теории относительности.

В конце XX – начале XXI века интерес к механическим моделям физических процессов возродился. Жилин разработал модели, имеющие трансляционные [2], [3] и вращательные степени свободы [2], [4], в рамках которых он создал нелинейную теорию электромагнитного поля. На основе идей Жилина были построены модели термодинамических и электромагнитных процессов [5].

Целью данной работы является обобщение предложенной ранее механической модели электромагнитных процессов [6] на случай движущихся сред таким образом, чтобы уравнения Максвелла имели бы точно такую же форму, как и в случае неподвижных сред. Для этого мы рассматриваем механическую модель, основанную на континууме Коссера и обладающую как трансляционными, так и вращательными степенями свободы. Используя пространственное описание с подвижной точкой наблюдения [7], мы формулируем дифференциальные уравнения, описывающие поведение данного континуума, и сводим их к виду, удобному для сравнения с уравнениями Максвелла.

В предположении, что скорость $\mathbf{v} = \text{const}$, градиент скорости в точке наблюдения $\nabla \mathbf{v}_* = 0$, плотность $\rho = \text{const}$, тензор моментных напряжений – антисимметричный, и внутренняя энергия не зависит от тензора деформаций по трансляционным степеням свободы, в рамках обобщенной механической модели мы получаем следующие дифференциальные уравнения: уравнение векторного инварианта тензора деформаций по вращательным степеням свободы Θ_{\times} :

(*) С.А. Быкова, sonyabk5@gmail.com

$$\frac{d\Theta_{\times}}{dt} = \nabla \times (\boldsymbol{\omega} + (\mathbf{v} - \mathbf{v}_*) \times \Theta_{\times}) - \frac{1}{2}((\text{tr}\Theta)^2 - \Theta \cdot \Theta)(\mathbf{v} - \mathbf{v}_*) - \boldsymbol{\omega} \cdot (\Theta - (\text{tr}\Theta)\mathbf{E}), \#(1)$$

уравнение баланса кинетического момента \mathbf{K} в виде:

$$\frac{d\mathbf{K}}{dt} = -\nabla \times (\mathbf{M} - (\mathbf{v} - \mathbf{v}_*) \times \mathbf{K}) - (\nabla \cdot \mathbf{K})(\mathbf{v} - \mathbf{v}_*) + \mathbf{M} \cdot (\Theta - (\text{tr}\Theta)\mathbf{E}), \#(2)$$

аналог закона Гаусса для Θ_{\times} :

$$\nabla \cdot \Theta_{\times} = \frac{1}{2}((\text{tr}\Theta)^2 - \Theta \cdot \Theta), \#(3)$$

и уравнение баланса второго главного инварианта тензора Θ :

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2}((\text{tr}\Theta)^2 - \Theta \cdot \Theta) \right] = -\nabla \cdot \left[\boldsymbol{\omega} \cdot (\Theta - (\text{tr}\Theta)\mathbf{E}) + \frac{1}{2}((\text{tr}\Theta)^2 - \Theta \cdot \Theta)(\mathbf{v} - \mathbf{v}_*) \right], \#(4)$$

где $\boldsymbol{\omega}$ – вектор угловой скорости, \mathbf{E} – единичный тензор второго ранга, \mathbf{M} – вектор моментных напряжений.

Далее мы вводим механические аналогии электродинамических величин. В случае движущихся сред мы используем механические аналогии вектора электрической индукции \mathcal{D} , вектора магнитной индукции \mathcal{B} и плотности электрического заряда q , которые ранее были введены для случая неподвижных сред [6]:

$$\mathcal{D} = \chi \Theta_{\times}, \quad \mathcal{B} = \frac{1}{\chi} \mathbf{K}, \quad q = \frac{\chi}{2}((\text{tr}\Theta)^2 - \Theta \cdot \Theta), \#(5)$$

где χ – нормирующий коэффициент. Также мы вводим механические аналогии вектора электрического поля \mathcal{E} , вектора магнитного поля \mathcal{H} , вектора плотности электрического тока \mathcal{J} и вектора плотности электрического напряжения \mathcal{V} , которые обобщают введенные ранее аналогии для неподвижных сред на случай подвижных сред:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} &= \chi(\boldsymbol{\omega} + (\mathbf{v} - \mathbf{v}_*) \times \Theta_{\times}), & \mathcal{E} &= \frac{1}{\chi}(\mathbf{M} - (\mathbf{v} - \mathbf{v}_*) \times \mathbf{K}), \\ \mathcal{J} &= \chi \left[\boldsymbol{\omega} \cdot (\Theta - (\text{tr}\Theta)\mathbf{E}) + \frac{1}{2}((\text{tr}\Theta)^2 - \Theta \cdot \Theta)(\mathbf{v} - \mathbf{v}_*) \right], \\ \mathcal{V} &= -\frac{1}{\chi} [\mathbf{M} \cdot (\Theta - (\text{tr}\Theta)\mathbf{E}) - (\nabla \cdot \mathbf{K})(\mathbf{v} - \mathbf{v}_*)]. \end{aligned} \#(6)$$

После подстановки аналогий (5), (6) в механические уравнения (1) – (4), получаем закон Гаусса для электрического поля, закон сохранения заряда, первое уравнение Максвелла и модифицированное уравнение Максвелла-Фарадея:

$$\nabla \cdot \mathcal{D} = q, \quad \frac{dq}{dt} + \nabla \cdot \mathcal{J} = 0, \quad \frac{d\mathcal{D}}{dt} + \mathcal{J} = \nabla \times \mathcal{H}, \quad \frac{d\mathcal{B}}{dt} + \mathcal{V} = -\nabla \times \mathcal{E}. \#(7)$$

Наличие вектора \mathcal{V} отличает рассматриваемую модель электромагнитного поля от классической модели Максвелла. Вектор \mathcal{V} в уравнении Максвелла-Фарадея играет ту же роль, что и вектор \mathcal{J} в первом уравнении Максвелла. В результате уравнение Максвелла-Фарадея приобретает структуру, аналогичную структуре первого уравнения Максвелла. Подробное обсуждение физического смысла вектора \mathcal{V} можно найти в [8].

Благодаря введенным аналогиям в рамках механической модели мы приходим к уравнениям Максвелла для движущихся сред, совпадающими с модифицированными уравнениями Максвелла для неподвижных сред, предложенными в [6]. Эти уравнения совпадают с классическими уравнениями Максвелла, если вектор $\mathcal{V} = 0$.

Отметим, что из модифицированного уравнения Максвелла-Фарадея следует:

$$\frac{d(\nabla \cdot \mathbf{B})}{dt} = -\nabla \cdot \mathbf{V}. \#(8)$$

Тогда уравнение Гаусса для магнитного поля $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ может быть получено из уравнения (8), если $\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$ и в начальный момент времени $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$.

Строя механическую модель, мы используем простейшие определяющие уравнения:

$$\mathbf{M} = C_{\Psi} \boldsymbol{\Theta}_{\chi}, \quad \mathbf{K} = \rho J \boldsymbol{\omega} \#(9)$$

с механическими аналогиями:

$$C_{\Psi} = \frac{\chi^2}{\varepsilon \varepsilon_0}, \quad \rho J = \chi^2 \mu \mu_0. \#(10)$$

где C_{Ψ} – параметр жесткости, ρJ – объемная плотность инерции, ε_0 и μ_0 – диэлектрическая и магнитная проницаемости в вакууме, ε и μ – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости материала.

После подстановки механических аналогий (5), (6), (10) в определяющие соотношения (9) мы получаем определяющие соотношения в терминах электродинамических величин:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \varepsilon_0 (\boldsymbol{\mathcal{E}} + (\mathbf{v} - \mathbf{v}_*) \times \mathbf{B}), \quad \mathbf{B} = \mu \mu_0 (\boldsymbol{\mathcal{H}} - (\mathbf{v} - \mathbf{v}_*) \times \mathbf{D}). \#(11)$$

Здесь мы не обсуждаем вопрос о том, как изменить определяющие уравнения, чтобы получить, например, соотношения Минковского. Это будет тема дальнейших исследований.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №-23-11-00363.

ЛИТЕРАТУРА

1. Whittaker E. A History of the Theories of Aether and Electricity. The Classical Theories. Thomas Nelson and Sons Ltd. – London, 1910.
2. Жилин П.А. Рациональная механика сплошных сред: учеб. пособие / П. А. Жилин. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та. – 2012. – С. 584.
3. Жилин П.А. Реальность и механика // Труды XXIII летней школы “Анализ и синтез нелинейных механических колебательных систем”. – Санкт-Петербург, 1996. – С. 6-49.
4. Zhilin P.A. “The main direction of the development of mechanics for XXI century”. Lecture prepared for presentation at XXVIII Summer School-Conference “Advanced Problems in Mechanics”. – St. Petersburg, Russia, 2000.
5. Ivanova E.A. Thermo-electrodynamics of conductive media based on the nonlinear viscoelastic Cosserat continuum of a special type. Acta Mech. – 2023. – Vol. 234. – 6205-6249.
6. Ivanova E.A. Modeling of physical fields by means of the Cosserat continuum. Z. Angew. Math. Mech. – 2023. – Vol. 103(4).
7. Ivanova E.A., Vilchevskaya E.N., Müller W.H. Time derivatives in material and spatial description – What are the differences and why do they concern us? In: Naumenko, K., Aßmus, M. (ed.) Advanced Methods of Continuum Mechanics for Materials and Structures, Springer. – Berlin, 2016.
8. Ivanova E.A. Modeling of electrodynamic processes by means of mechanical analogies. Z. Angew. Math. Mech. – 2021. – Vol. 101(4).

МНОГОВАРИАНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КАМЕРЫ СГОРАНИЯ С УЧЕТОМ АЭРОДИНАМИКИ МНОГОФАЗНЫХ СИСТЕМ ДИСПЕРГИРОВАНИЯ

Введение. Настоящая работа посвящена моделированию напряженно-деформированного состояния камеры сгорания, а также аэродинамических процессов распыления метана в газовой фазе. Актуальность данной работы обусловлена стремлением разработать форсунку при наименьших затратах на ее изготовление. Форсунка предназначена для диспергирования жидкости в форму капли. Она должна исключить прилипание струи к стенкам. Кроме того, перепад давления не должен превышать 0,4 МПа. По конструктивному исполнению известна классификация форсунок на следующие типы: шланговые, струйно-ударные, встречно-струйные, центробежные, вихревые и комбинированные [1]. Исследуемая форсунка относится к шланговому типу.

В настоящей работе исследуется распыление жидкости с использованием инструментов численного моделирования. Различные подходы к численному моделированию распыления жидкости форсункой хорошо представлены в литературе. Так, в частности, в статье [2] описано использование подхода Эйлера. В статье [3] описан подход Эйлера-Лагранжа. В статье [4] получены результаты распыления капель жидкого топлива с использованием модели объема жидкости.

Математическая модель. Моделирование течения проведено с помощью метода объема жидкости (Volume of Fluid, VoF) [5]. Данная задача решалась в предположении турбулентного течения смеси с использованием модели турбулентности $k-\omega$ SST.

Постановка задачи. Геометрическая модель и расчетная область для моделирования аэродинамики распыления жидкости приведена на рис. 1. Синими стрелками отмечены входные границы с заданным массовым расходом, а красным – выходные границы с нулевым относительным давлением.

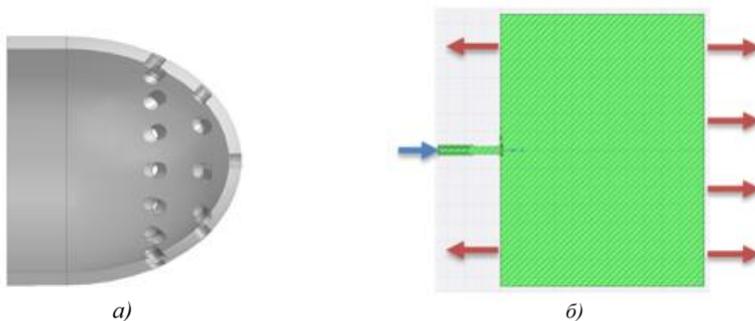


Рис. 1. а) геометрическая модель; б) расчетная область для моделирования аэродинамики распыления жидкости

(*) П.В. Живетьев, zhivetiev.pv@edu.spbstu.ru

Рассматривается течение рабочей многофазной среды, являющейся смесью жидкости (воды) и метана в рабочей секции камеры сгорания. Основные свойства рассматриваемых жидкостей представлены в табл. 1.

Табл. 1. Свойства жидкостей, протекающих в камере сгорания

Характеристика жидкости	Вода	Метан
Плотность, кг/м ³	1000	0,7168
Динамическая вязкость, Па·с	$1,787 \cdot 10^{-3}$	$10,39 \cdot 10^{-6}$
Массовый расход, кг/с	2,92	0,21

Результаты и обсуждение. На первом этапе рассмотрены конфигурации существующих форсунок, представляющих собой завихритель, сопло и комбинированную форсунку (завихритель и сопло). Ни для одной из рассмотренных конфигураций не зафиксировано выполнение требования по максимальному значению перепада давления, что подтверждается основными расходонапорными характеристиками, приведенными в табл. 2.

Gas Volume Fraction

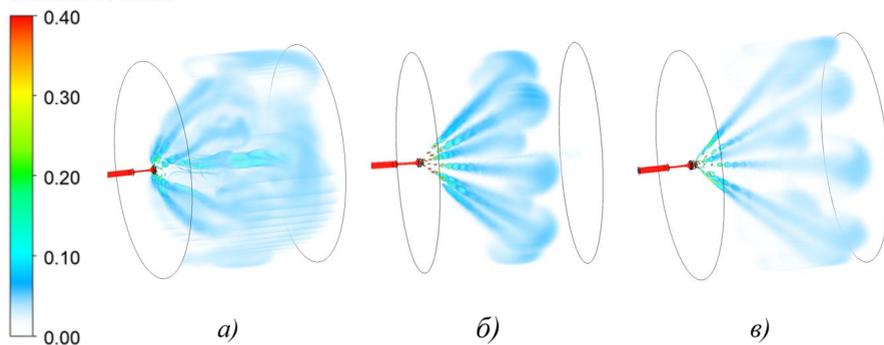


Рис. 2. Объемная доля газа в камере сгорания, в которой установлены: а) завихритель; б) сопло; в) комбинированная форсунка (завихритель и сопло)

По результатам, представленным на рис. 2, можно отметить, что во всех расчетных случаях наблюдается прилипание смеси к стенкам камеры сгорания.

Табл. 2. Основные расходонапорные характеристики течения при использовании существующих форсунок

Конструкция форсунки	Перепад давления, МПа
Завихритель	1,7
Сопло	1,2
Комбинированная форсунка (завихритель и сопло)	7

На основании полученных результатов рассмотрено несколько модификаций форсунки, нацеленных на обеспечение целевых показателей. В частности, рассмотрены: различные углы между осью отверстий и центральной осью; разный размер и количество отверстий; использование щитков. Результаты по определению объемной доли газа в камере сгорания для рассмотренных вариантов представлены на рис. 3, а соответствующие основные расходонапорные характеристики течения – в табл. 3.

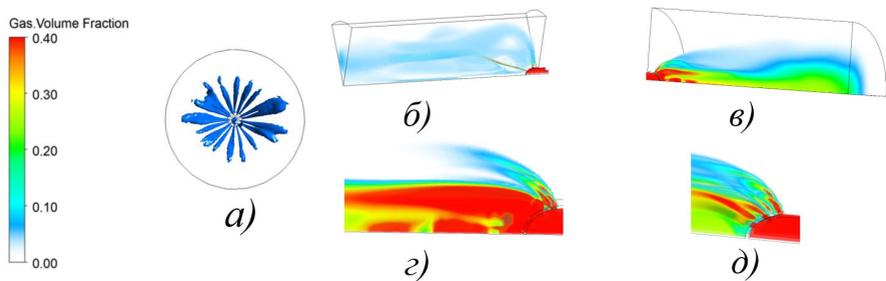


Рис. 3. Изоповерхность или распределение объемной доли газа для конфигурации: а) исходной форсунки; б) модифицированной форсунки с разными углами между осью отверстий и центральной осью; в) модифицированной форсунки с измененным размером и количеством отверстий; г) модифицированной форсунки с измененным размером и количеством отверстий, вблизи форсунки; д) модифицированной форсунки с использованием щитков, вблизи форсунки

Табл. 3. Основные расходонапорные характеристики течения для каждого варианта модифицированной форсунки

Конфигурация модифицированной форсунки	2 ряда отверстий диаметром 5 мм, ближний ряд ориентирован под углом 30° от центральной оси, дальний ряд – под углом 80°	4 ряда отверстий, диаметром 10 мм, расположенных в шахматном порядке	Использование щитков высотой 2-3 мм
Перепад давления, МПа	70	0,2	0,2

Отметим, что модифицированная форсунка с использованием щитков соответствует требуемому перепаду давления (рис. 3, д) и кроме того, позволяет исключить скопление газа вблизи форсунки непосредственно в камере сгорания. На заключительной стадии проведен поверочный прочностной расчет. По его результатам установлено, что максимальные перемещения составляют 0,13 мм, а эквивалентные напряжения – 7,72 МПа. Таким образом, можно заключить, что прочность форсунки обеспечена с коэффициентом запаса прочности не менее 3,25.

Заключение. Произведен аэродинамический расчет рабочей секции блока термического сгорания. Для каждого расчетного случая получены зависимости перепадов давления в каналах и углов полураствора распыленной смеси. Определено напряженно-деформированное состояние узлов камеры сгорания. В результате предложена модифицированная форсунка, удовлетворяющая всем требованиям по аэродинамике и прочности.

ЛИТЕРАТУРА

- Khanin, I., Mizin, V. Mechanical nozzles for chemical process equipment // Chem Petrol Eng. – 1971. – Vol. 7. – P. 83-87.
- Sachdev, J. S., Ahuja, V., Hosangadi, A. Analysis of Flame Deflector Spray Nozzles in Rocket Engine Test Stands. / 46th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, 25-28 July 2010. – Nashville, TN.
- Mahdi, M., Zeidi, S. Numerical investigation of the effect of different parameters on emitted shockwave from bubble collapse in a nozzle // Journal of Particle Science and Technology –2020. – Vol. 6 (2). – P. 67-80.
- Славинская, Н., Хайдн, О. Прямое численное моделирование распыления и рассеяния капель жидкого топлива // Вестник. Серия физическая – 2023. – Т. 1. – №84.
- Ansys Fluent 2021 R1 Documentation [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.ansys.com> (дата обращения: 20.01.2024).

ПОДБОР ДЕМПФИРУЮЩЕЙ СРЕДЫ ДЛЯ АМОРТИЗИРУЮЩЕГО УСТРОЙСТВА
ПРИ ТРАНСПОРТИРОВОКЕ КОНТЕЙНЕРОВ С ЯДЕРНЫМ ТОПЛИВОМ

Введение. В процессе эксплуатации атомных станций возникает потребность в безопасном хранении, транспортировке и утилизации отработанного ядерного топлива. Для этого используются специальные защитные контейнеры. При транспортировке возможны аварийные ситуации, такие как падение контейнера, что может привести к серьезным последствиям, включая остановку работы станции. Для предотвращения разрушения контейнеров применяются амортизирующие устройства, которые заполнены специальной демпфирующей средой.

Цели и задачи работы. Данная работа нацелена на получение расчетных данных при возникновении аварийных условий, связанных с падением невозвратного защитного контейнера (НЗК) на амортизирующее устройство. В данной работе представлены результаты исследования, направленного на подбор оптимального наполнителя для таких устройств и обеспечивающего целостность контейнеров с отработанным ядерным топливом.

Описание методов исследования. Расчеты выполнены с помощью программного средства ABAQUS в геометрически и физико-механически нелинейной постановках с учетом упруго-пластического деформирования сталей, процесса трещинообразования и накопления повреждений в бетонах, модели Кулона-Мора для моделирования поведения демпфирующего наполнителя.

В расчетах используется нелинейная модель деформирования и прочности бетона “Concrete damaged plasticity” [1-2]. Механические свойства определены согласно [3-4].

Для моделирования сталей в расчетах используется билинейный закон пластичности с изотропным упрочнением. Учет влияния изменения скоростей деформации в стали производится с помощью введения в модель закона Купера-Саймондса. Механические свойства сталей определены согласно [4].

В расчетах используется нелинейная модель материала для демпфирующего наполнителя “Mohr-Coulomb plasticity”. Разрушение контролируется максимальным напряжением сдвига и зависит от нормального напряжения. Основное внимание уделяется углу внутреннего трения, углу дилатансии и коэффициенту бокового давления. В табл. 1 указаны принятые в расчетах значения параметров модели МСР, определенные на основе [6-9].

Табл. 1. Константы для песка, используемые в расчетах

Характеристика	Песок рыхлый	Песок плотный
Угол внутреннего трения, град.	28.055	33.145
Угол дилатансии, град.	5	3.145
Модуль упругости, МПа	20	65
Коэффициент Пуассона	0.2	0.3
Коэффициент когезии, МПа	0	0.008
Плотность, кг/м ³	1470	1840

^(*) Ф.В. Шаделко, shadelko_fv@spbstu.ru

Объект исследования. Объектом исследования является типовой железобетонный типа НЗК, заполненный твердыми радиоактивными отходами. Корпус контейнера представляет собой железобетонную конструкцию стаканного типа 1375x1650x1650 с толщиной стенок 150 мм [10]. В нижней части корпуса выполнены вырезы для обслуживания НЗК автопогрузчиком. Масса контейнера, загруженного РАО, составляет 8,5 тонн.

Рассматривается ситуация падения контейнера с высоты 10 метров при его транспортировке на амортизирующее устройство. Устройство представляет собой металлический контейнер, заполненный демпфирующей средой. В данной работе в качестве заполнителя рассмотрены рыхлый и уплотненный пески [6-9].

На рис. 1 представлены изображения расчетной модели (контейнера типа НЗК и типового амортизирующего устройства). В расчетной модели предполагается, что контейнер упадет с высоты 10 м, это учтено заданием начальной скорости контейнера. На систему задано ускорение свободного падения, рис. 1. Стальные поверхности амортизирующего устройства шарнирно закреплены.

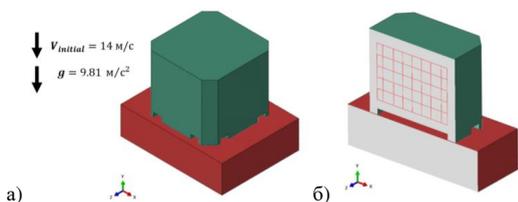


Рис. 1. Постановка задачи:
а) изометрический вид, б) разрез

Результаты. В качестве оценки прочности контейнера приняты следующие критерии. Прочность контейнера обеспечена при соблюдении следующих критериев: отсутствие пластических деформаций более 2% в продольной арматуре конструкции, отсутствие магистральных трещин в бетоне, отсутствие сквозного разрушения в бетоне. Считается, что бетон полностью разрушен при превышении общей скалярной меры поврежденности бетона SDEG значения 0.9.

На рис. 2 и 3 представлены поля суммарных перемещений, распределения общей скалярной меры поврежденности бетона (SDEG) и распределения пластических деформаций в арматуре для различных расчетных случаев в конце падения.

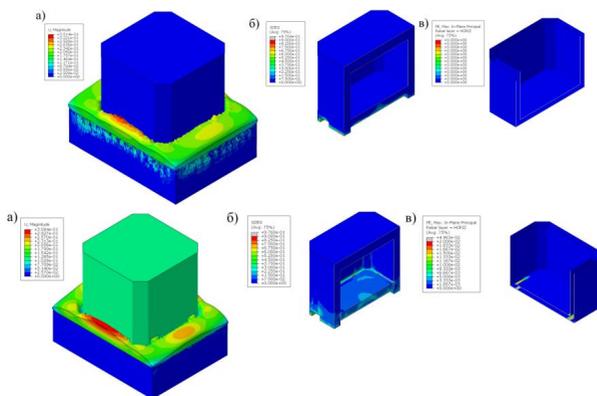


Рис. 2. Песок рыхлый:
а) суммарные перемещения, б) поврежденность бетона, в) пластические деформации в арматуре

Рис. 3. Песок плотный: а) суммарные перемещения, б) поврежденность бетона, в) пластические деформации в арматуре

Выводы. На основании проведенных расчетов можно сделать вывод, что использование плотного песка в качестве заполнителя амортизирующего устройства приводит к разрушению невозвратного защитного контейнера. Возникают сквозные трещины в бетоне, пластические деформации в арматуре превышают 2%. В качестве демпфирующего заполнителя необходимо использовать рыхлый песок. При этом прочность бетона сохраняется, за исключением вырезов для лап автопогрузчика, пластические деформации в арматуре отсутствуют.

ЛИТЕРАТУРА

1. Abaqus 2016 Theory Guide – Dassault Systems, 2016.
2. Abaqus 2016 Verification Guide – Dassault Systems, 2016.
- 3 EN 1992-1-1 (Eurocode 2) – Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings
4. EN 206-1 Concrete. Part 1: Specification performance, production, and conformity.
5. ПНАЭ Г-7-002-86. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок. М., Энергоатомиздат, 1989 г.
6. Sheikh Sharif Ahmed, Bipul Hawlader Finite element modeling of inclined load capacity of suction caisson in sand with Abaqus/Explicit – 2014 Faculty of Engineering and Applied Science, Memorial University St. John's, Newfoundland, Canada.
7. Орехов В.В., Орехов М.В. Использование модели упрочняющегося грунта для описания поведения песка различной плотности при нагружении // Вестник МГСУ. 2014. № 2.
8. Obrzud R. & Truty, A. THE HARDENING SOIL MODEL - A PRACTICAL GUIDEBOOK Z Soil.PC 100701 report, revised 31.01.2012.
9. Prat, M., Bisch, E., Millard, A., Mestat, P., and Cabot, G. (1995). La modelisation des ouvrages. Hermes, Paris.
10. Акционерное общество «345 механический завод». [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://345mz.ru/> (дата обращения: 23.01.2024).

УДК 539.538

Д.Н. Журавлев¹, А.И. Боровков¹, И.А. Михайлов²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²ООО Центротех-Инжиниринг, Санкт-Петербург

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗНАШИВАНИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ПАР ТРЕНИЯ В СТАЦИОНАРНОЙ ПОСТАНОВКЕ

Каменные опоры – один из классов осесимметричных пар трения, – главные преимущества которых состоят в их высокой износостойкости и стабильности фрикционных характеристик [1], являются распространенными и важными узлами многих измерительных приборов, а также применяются в различных роторных системах (кинетические накопители энергии, газовые центрифуги и пр.).

Ввиду высоких скоростей вращения таких устройств и длительного срока их эксплуатации решение износостойкости задачи на этапе проектирования является важной составляющей обеспечения качества изделий.

Основу износостойкости задачи составляют теория контактного взаимодействия деформируемых тел и область трибологии, связанная с теоретико-экспериментальными исследованиями закономерностей изнашивания [2]. Под изнашиванием обычно понимается процесс постепенного удаления материала с поверхности твердого тела и (или) увеличения его остаточной деформации при механическом воздействии на него другого тела или среды. Изнашивание проявляется в постепенном изменении размеров тела и количественно

(*) Д.Н. Журавлев, zhuravlev_dn@spbstu.ru

характеризуется величиной износа w , при этом различают линейный, массовый и объемный износы [3, 4].

Широко распространенным соотношением для определения величины износа является закон Арчарда, связывающий количество изношенного материала с контактным давлением и скоростью скольжения контактных поверхностей [5, 6].

В случае осесимметричной формы контактной поверхности и распределения контактного давления, данное соотношение может быть использовано для численного моделирования в стационарной постановке:

$$\Delta w_{(i)} = \frac{K}{H} p_{(i)}^n (r \tilde{\omega}_{(i)})^m \Delta t_{(i)}, \quad (1)$$

где $\Delta w_{(i)}$ – приращение величины износа на i -й итерации;

K – безразмерный коэффициент износа;

H – твердость поверхности;

$p_{(i)}$ – контактное давление в рассматриваемой точке на i -й итерации;

r – расстояние от рассматриваемой точки до оси вращения;

$\Delta t_{(i)}$ – инкремент, соответствующий i -й итерации;

$\tilde{\omega}_{(i)}$ – угловая скорость, соответствующая i -й итерации.

Подобная методология предложена многими авторами для расчета изнашивания различных пар трения [7–10]. В данной работе предложены способы вычисления износа на оси вращения, а также учета температурных зависимостей свойств материалов без явного решения связанной термомеханической задачи.

Недостатком модели (1) является невозможность вычисления износа при наличии контакта на оси вращения: в таком случае, значение $r = 0$, следовательно и $w = 0$, что противоречит экспериментальным результатам. В качестве интерпретации ненулевого износа на оси вращения, оставаясь в рамках линейной упругой модели материала (т.е. не рассматривая эффект пластического деформирования), предположим наличие малых колебаний оси вращения, которые в действительности имеют место быть в роторных системах [11–13]. Предполагаемое движение точки на вращающейся поверхности пары трения, таким образом, будет складываться из суммы вращения точки с радиальной координатой r вокруг оси с угловой скоростью ω , а также кругового движения с амплитудой δ и угловой скоростью ξ вокруг текущего положения. Среднее значение скорости рассматриваемой точки контактной поверхности может быть вычислено как:

$$\bar{v} = \frac{2}{\pi} (r\omega + \delta\xi) E \left(\frac{2\sqrt{r\omega\delta\xi}}{r\omega + \delta\xi} \right), \quad (2)$$

где E – полный эллиптический интеграл второго рода.

В общем случае, модель (1) предполагает зависимость параметров, в частности, твердости, от времени. Зависимость твердости от температуры предлагается учитывать, оставаясь в рамках механической задачи. Анализ литературы показал, что для различных сталей [14, 15], медных [16, 17] и алюминиевых [18 – 20] сплавов, керамических материалов [21, 22], зависимость твердости от температуры может быть аппроксимирована полиномиальной функцией. В предположении, что система является термодинамически замкнутой и весь тепловой поток, генерируемый на контактной поверхности вследствие трения, распределяется между взаимодействующими телами без потерь, температура поверхности определяется из аналитического решения одномерной нестационарной задачи

теплопроводности для конечной области, на одной границе которой задан тепловой поток, а другая поддерживается при постоянной температуре:

$$\theta(t) = -\frac{4}{\pi^2 \kappa} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2aq + \pi \kappa (-1)^n (2n+1)(\theta_a - \theta_0)}{(2n+1)^2} e^{-\frac{\pi^2 \kappa (2n+1)^2 t}{4a^2 c \rho}} + \theta_a + \frac{aq}{\kappa}, \quad (3)$$

где θ_0 – температура одномерной области в начальный момент времени;
 θ_a – температура на границе одномерной области;
 a – размер одномерной области;
 q – величина теплового потока;
 c – удельная теплоемкость материала;
 κ – коэффициент теплопроводности материала;
 ρ – плотность материала.

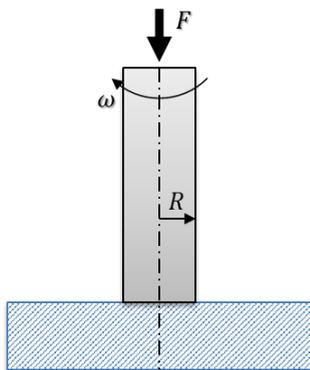


Рис. 1. Изнашивание цилиндра на плоском основании

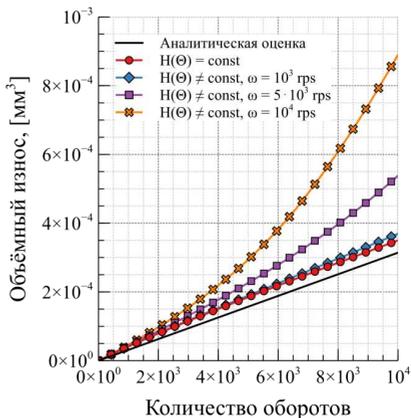


Рис. 2. Влияние учета зависимости твердости от температуры

На примере задачи об изнашивании сплошного цилиндра (рис. 1), имеющей приближенное аналитическое решение [23], показана возможность вычисления износа на оси вращения осесимметричной пары трения в стационарной постановке, а также продемонстрировано влияние учета зависимости твердости поверхности от температуры, обусловленной фрикционным нагревом (рис. 2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Хандельсман Ю.М. Камневые опоры. – М.: Машиностроение, 1973. – 152 с.
2. Солдатенков И.А. Износосеконтактная задача с приложениями к инженерному расчету износа. – М.: Физматкнига, 2010. – 160 с.
3. Крагельский И.В., Добычин М.Н., Комбалов В.С. Основы расчетов на трение и износ. — М.: Машиностроение, 1977. – 513 с.
4. Чичинадзе А.В., Браун Э.Д., Буше Н.А. и др. Основы трибологии (трение, износ, смазка). Под ред. А.В. Чичинадзе. — М.: Машиностроение, 2001. – 664 с.
5. Archard J.F. Contact and Rubbing of Flat Surfaces // Journal of Applied Physics – 1953 – Vol. 24 (8), – p. 981-988.
6. Archard J.F., Hirst W. The wear of metals under unlubricated conditions // Proceedings of the Royal Society – 1956 – Vol. 236 (1206) – p. 397-410.

7. Hegadekatte V. et al. A predictive modeling scheme for wear in tribometers // Tribology International – 2008 – Vol. 41 (11) – p. 1020-1031.
8. Pödra P., Andersson S. Simulating sliding wear with finite element method // Tribology International – 1999 – Vol. 32 – p. 71-81.
9. Söderberg A., Andersson S. Simulation of wear and contact pressure distribution at the pad-to-rotor interface in a disc brake using general purpose finite element analysis software // Wear – 2009 – Vol. 267 – p. 2243-2251.
10. Dai X., Zhang K., Tang C. Friction and wear of pivot jewel bearing on oil-bath lubrication for high rotational speed application // Wear – 2013 – Vol. 302 – p. 1506-1513.
11. Tang C., Han D., Yang J. Rubbing dynamics behavior of a flywheel shafting with a single point flexible support // Journal of Vibroengineering – 2017 – Vol. 19(6) – p. 4138–4154.
12. Tang C., Su B., Liu X. Dynamics research of a flywheel shafting with PMB and a single point flexible support // Journal of Vibroengineering – 2019 – Vol. 21(7) – p. 1819–1835.
13. Liu Q., Tang C., Wu T.-W., Bai Y. Influence of pivot support stiffness on dynamic characteristics of vertical rotor system // Journal of Vibroengineering – 2023 – Vol. 25(6) – p. 1040–1052.
14. Гуляев А.П. Металловедение. Учебник для вузов. 6-е изд. – М.: Металлургия, 1986. – 544 с.
15. Schneider G. Cutting Tool Applications – ASM International, 2002. – 234 p.
16. Nestorović S., Marković D., Ivanic L. Influence of degree of deformation in rolling on anneal hardening effect of a cast copper alloy // Bulletin of Materials Science – 2003 – Vol. 26(6) – p. 601–604.
17. Hidalgo-Manrique P. et al. Copper/graphene composites: a review // Journal of Materials Science – 2019 – Vol. 54(19) – p. 12236–12289.
18. De Souza S.H., Padilha A.F., Kliauga A.M. Softening behavior during annealing of overaged and cold-rolled aluminum alloy 7075 // Materials Research-ibero-american Journal of Materials – 2019 – Vol. 22(3)
19. Chen R., Chu H.-Y., Lai C.-C., Wu C.-T. Effects of annealing temperature on the mechanical properties and sensitization of 5083-H116 aluminum alloy // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications – 2013 – Vol. 229(4) – p. 339–346.
20. Dugar Z. et al. Determination of recrystallization temperature of varying degrees formed aluminium, by DMTA technique // International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering – 2015 – Vol. 9(3) – p. 253–256.
21. Evans B., Götz C. The temperature variation of hardness of olivine and its implication for polycrystalline yield stress // Journal of Geophysical Research – 1979 – Vol. 84(B10) – p. 5505–5524.
22. Маслов Е.Н. Теория шлифования материалов. – М.: Машиностроение, 1974. – 320 с.
23. Kauzlarich J.J., Bhatia K.G., Streitman H.W. Effect of wear on pivot thrust bearings // A S L E Transactions – 1966 – Vol. 9(3) – p. 257–263.

УДК 553.9, 622.03

Т.Б. Зайченкова, А.И. Грищенко
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ НИЗКОПРОНИЦАЕМЫХ КОЛЛЕКТОРОВ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ФИЛЬТРАЦИИ В ОКОЛОСКВАЖИННОЙ ОБЛАСТИ

Введение. Сегодня традиционные месторождения исчерпываются. Актуальная разработка ориентирована на трудноизвлекаемые запасы, для которых характерны низкая проницаемость. Важнейшим источником данных о пласте являются кривые падения и восстановления давления (далее КПД и КВД). Традиционно, для определения параметров пласта используется подход Миллера-Дайса-Хэтчинсона [1] (МДХ, методом касательной, полулогарифмической анаморфозы), заключающийся в асимптотическом стремлении КПД/КВД в полулогарифмических координатах к линейной зависимости. Однако такой

^(*)Т.Б.Зайченкова, zaichenkova17@yandex.ru

подход трудно реализуем для низкопроницаемых коллекторов ввиду длительности выхода на требуемый асимптотический режим.

Целью исследования является разработка подхода по определению фильтрационных свойств коллекторов на основе интерференции трещин гидроразрыва пласта (ГРП). Задача решалась в предположении упругого режима фильтрации. В этом случае нахождение распределения давления p в процессе эксплуатации залежи сводится к решению дифференциального уравнения параболического типа (типа теплопроводности) с переменными коэффициентами (уравнение пьезопроводности), фильтрация линейно вязкой жидкости или газа подчиняется закону Дарси [1-4]:

$$\Delta p = \frac{1}{\chi} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (1)$$

$$u = -\frac{k}{\mu} \Delta p, \quad (2)$$

где k – проницаемость породы, μ – вязкость, u – скорость фильтрации, p – пластовое давление, t – время χ – коэффициент пьезопроводности.

Причем коэффициент пьезопроводности χ может быть рассчитан на основе уравнения, предложенного В.Н. Щелчаевым [3]:

$$\chi = \frac{k}{\mu(m\beta_{жс} + \beta_c)}, \quad (3)$$

где m – пористость, $\beta_{жс}$ и β_c – коэффициенты сжимаемости жидкости и пласта.

Рассматривалась задача о фильтрации в неограниченном пласте бесконечной емкости с периодически расположенной системе трещин ГРП, принципиальная схема рассматриваемой постановки представлена на рис. 1а. Ствол скважины считался непроницаемым. Моделирование выполнялось на одной ячейки периодичности. На берегах трещины задавалась скорость потока фильтруемой среды, на периферии (при $r \rightarrow \infty$) задавалось постоянное давление равное пластовому, на остальных границах задавалось условие непроницаемости (равенство нулю нормальной компоненты скорости фильтрации). В качестве модельной задачи рассматривалась сеть трещин ГРП со следующими геометрическими параметрами: длина полутрещины 25 метров, диаметр ствола скважины 0.1 метра, расстояние между трещинами 100 метров. Параметры модели: $k = 0.05 \rightarrow 0.95$ мД, $\mu = 2 \cdot 10^5$ Па·с, $m = 0.1$, $\beta_{жс} = 4 \cdot 10^{-3}$ 1/бар, пластовое давление $p_{пл} = 400$ бар. Предполагается, что скважина работает с постоянным дебитом $Q = 1 \cdot 1000$ м³/сутки, газ рассматривался идеальным.

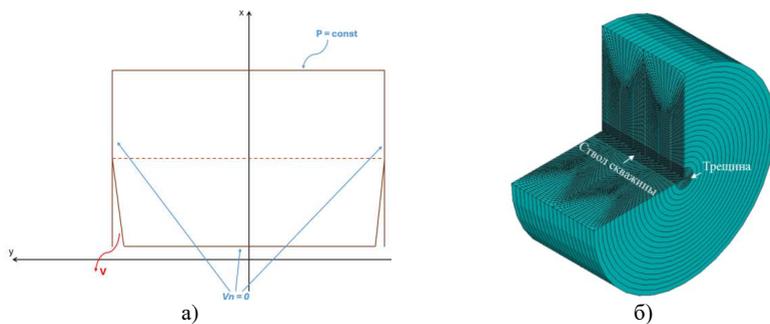


Рис. 1. а) Граничные условия, б) КЭ модель рассматриваемой ячейки периодичности

Задача решалась с использованием конечно-элементного (КЭ) пакета ANSYS в осесимметричной постановке (рис. 16). Модель рассматриваемой задачи содержит 12833 узла и 4192 квадратичных элемента.

Представленная выше постановка была сведена к задаче теплопроводности. Параметры задачи теплопроводности задавались, исходя из условия подобия задачи пьезопроводности и теплопроводности и законов Дарси и Фурье, соответственно. Соответствующие параметры задачи теплопроводности выражаются через параметры задачи пьезопроводности следующим образом: $\lambda = \frac{k}{\mu}$, $c_v = \frac{k\rho}{\mu k}$.

Характерные поля давлений в околоскважинной области в случае проницаемости равной 95 мД для трех значений времени показаны на рис. 2 – в начальный момент времени ($t = 1$) (рис. 3а), в момент начала интерференции ($t = 120$ ч) (рис. 2б) и при $t = 200$ ч (рис. 2в). Видно, что в начальный момент времени трещины не взаимодействуют друг с другом.

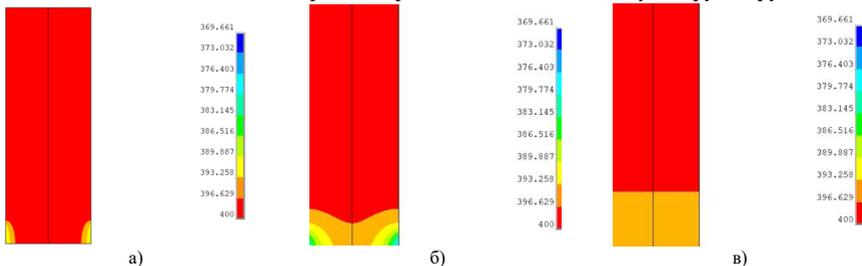


Рис. 2. Распределение давления с течением времени: а) в начальный момент времени; б) в середине; в) в конце

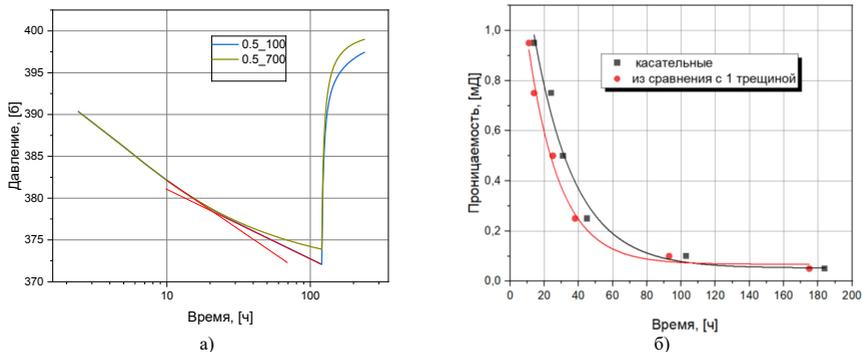


Рис. 3. Кривые падения и восстановления давления для проницаемости 0.5 мД в случае периодической системы трещин (синяя кривая) и одиночной трещины (красная кривая) - а), зависимость время начала интерференции от проницаемости пласта вычисленная на основе фиксации расхождения КПД (красные точки), смены наклона КПД (синие точки) – б).

С целью определения времени начала интерференции между соседними трещинами для каждого рассматриваемого набора параметров пласта отдельно решалась задача о распределении давления вокруг единичной трещины. Момент начала интерференции определялся на основе фиксации момента расхождения кривой падения давления для случая периодической системы трещин и единичной трещины, альтернативным способом определения начала взаимодействия двух трещин является фиксация изменения наклона

КПД, построенной в полулогарифмических координатах (рис. 3а). Зависимости время начала интерференции от проницаемости пласта вычисленные обоими способами представлены на рис. 3б.

На основе серии вычислительных экспериментов была построена суррогатная модель зависимости время начала интерференции от проницаемости пласта, параметры модели представлены в табл. 1:

$$t = Ae^{-\frac{x}{B}} + C. \quad (4)$$

Табл. 1. Значения параметров модели (4) для двух способов определения времени начала интерференции трещин

	A	B	C
Сравнение с одиночной трещиной	1,66	24,04	0,05
По наклону КПД	1,54	18,53	0,06

Для валидации разработанной суррогатной модели проведено сравнений результатов прогноза модели (4) с результатами численного моделирования для значений проницаемости, не входящих в обучающую выборку. Результаты сравнения приведены в табл. 2.

Табл. 2. Сравнение прогноза суррогатной модели (4) с результатами численного моделирования

Проницаемость, [мД]	Модель (4), [ч]	ANSYS, [ч]	Погрешность, [%]
0.8	13.95	14.4	3.25
0.6	18.7	19.5	4.1
0.4	28.56	28.8	0.83
0.15	67.3	65.8	2.22

Выводы. Предложен подход по определению фильтрационных свойств коллекторов на основе интерференции трещин гидроразрыва пласта (ГРП). Проведено численное моделирование фильтрации в околоскважинной зоне для разных значений проницаемости пласта. Разработана суррогатная модель зависимости время начала интерференции от проницаемости пласта. Сравнение прогноза модели с результатами численных экспериментов показало хорошее соответствие.

ЛИТЕРАТУРА

- Шагиев Р. Г. Исследование скважин по КВД. – М.: Наука, 1998 304 с.
- Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. М.: Недра, 1982. -408 с.
- Щелкачев В.Н. Основы и приложения теории неустановившейся фильтрации. В двух частях. Часть 1. М.: Нефть и газ, 1995. - 588 с.
- Пономарева И.Н., Мординов В.А. Подземная гидромеханика: Учебное пособие. – Пермь, Перм. гос. техн. ун-т, 2009. – 103 с.

ВЛИЯНИЕ УЧЕТА НАПРЯЖЕНИЙ В МОДЕЛЯХ НЕРАВНОВЕСНОЙ ВЯЗКОСТИ С РЕЛАКСИРУЮЩИМИ ПАРАМЕТРАМИ СОСТОЯНИЯ

Введение. Применение моделей с изменяющимся коэффициентом вязкости является актуальным способом моделирования поведения материалов. Иногда в расчетах используется прямая зависимость вязкости от времени, однако эта зависимость должна следовать из зависимости вязкости от напряжений и/или релаксирующих параметров структуры. Примерами материалов, вязкость которых зависит от напряжений, являются диоксид кремния [1], возникновение которого исследовалось в химической реакции окисления кремния, и литизированный кремний, возникающий в литий-ионных батареях [2].

В результате возникает новый материал, изменяется реология. С другой стороны, причиной изменения вязкости стеклообразных материалов является неравновесность микроструктуры, которая, релаксируя к равновесному состоянию, изменяет коэффициент вязкости [3]. В этом случае вязкое деформирование материалов может быть описано моделями с изменяющимся коэффициентом вязкости, зависящим от фиктивной температуры, характеризующей степень неравновесности структуры (см., например, [4–6]). В предыдущих работах авторов была разработана модель, учитывающая одновременное влияние напряжений и фиктивной температуры на вязкость (см., например, [7]). Однако, фиктивная температура – это лишь частный случай параметра, описывающего степень неравновесности. В связи с чем, целью данной работы явилось описание процессов релаксации вязкоупругого материала через релаксирующие параметры состояния. Предлагается простейший сценарий построения соответствующей модели.

Определяющие соотношения. Для модели Максвелла (рис. 1) исследована задача описания релаксации напряжения в условиях одноосного растяжения.



Рис. 1. Модель Максвелла

Напряжение и деформация в этом случае связаны выражением

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta}. \quad (5)$$

В начальный момент времени $t = 0$ деформация упругая (ε^e), а значит, напряжение связано с деформацией через закон Гука

$$\sigma(t=0) = E\varepsilon^e = \sigma^e, \quad (6)$$

где $\varepsilon^e = \varepsilon(t=0)$.

Релаксация напряжений исследуется при постоянной деформации $\varepsilon = \varepsilon^e = \text{const} = \varepsilon_0$. Тогда

$$\sigma = E\varepsilon_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \quad (7)$$

^(*) У.П. Карасева, u.p.karaseva@gmail.com

где $\tau = \eta / E$ – время релаксации напряжения.

Внутренние параметры состояния. В качестве модели вязкости используем модель нелинейной вязкости

$$\eta = \eta(\chi), \quad (8)$$

где χ – параметр состояния, характеризующий степень неравновесности структуры.

Полагаем, что удельная свободная энергия зависит от деформации ε^e и параметра χ следующим образом

$$f = f(\varepsilon^e, \chi) = \frac{1}{2} E (\varepsilon^e)^2 + a \varepsilon^e \chi + \frac{1}{2} b \chi^2, \quad (9)$$

где a и b – параметры материала. Тогда эволюция параметра χ описывается кинетическим уравнением

$$\dot{\chi} = -\kappa \frac{\partial f}{\partial \chi} = -\kappa (a \varepsilon^e + b \chi), \quad (10)$$

и $\chi \rightarrow \chi_{eq}$ (χ_{eq} – равновесное значение параметра χ) при $t \rightarrow \infty$.

Если $\frac{\partial f}{\partial \chi} = 0$, тогда $\chi = \chi_{eq}$ и из (10) следует, что

$$\chi_{eq} = -\frac{a}{b} \varepsilon^e = -\frac{a}{bE} \sigma^e. \quad (11)$$

Таким образом, в случае релаксации напряжения равновесное значение параметра χ_{eq} зависит от величины неотрелаксировавших напряжений. Из того, что

$$\sigma = \frac{\partial f}{\partial \varepsilon^e} = E \varepsilon^e + a \chi = \sigma^e + \sigma_0, \quad (12)$$

где $\sigma_0 = a \chi$ – остаточное напряжение, следует, что величина параметра χ в каждый момент времени зависит от величины остаточного напряжения. В данной работе для модели Максвелла напряжение релаксирует до нуля и, следовательно, равновесное значение $\chi_{eq} = 0$.

В итоге получаем из (7) и (10) при $\varepsilon^e = \text{const} = \varepsilon_0$, что

$$\dot{\chi} = -\kappa \frac{\partial f}{\partial \chi} = -\kappa \left(a \varepsilon_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau(\chi)}\right) + b \chi \right). \quad (13)$$

Важно отметить: влияние температуры можно учесть, погрузив модель на рис. 1 в тепловую ванну, имеющую большую теплоемкость, чтобы изменения температуры при деформации были незначительными. Тогда параметры материала, используемые при моделировании, будут зависеть от температуры. В данной работе температура принимается постоянной.

Результаты и выводы. Для примера рассмотрим релаксацию напряжения при одноосной деформации. В качестве модели вязкости рассмотрим уравнение

$$\eta(\chi) = \eta_\infty \exp(-\chi), \quad (14)$$

где η_∞ – эмпирический параметр, зависящий от материала.

Результаты представлены на рис. 2. Параметры, при которых проводились расчеты, приведены в табл. 1.

Табл. 1. Параметры материала, которые использовались при моделировании

Параметр	ε_0	E [ГПа]	κ	η_∞ [ГПа·с]	a	b
Значение	0.04	15	0.001	30	1	1

На рис. 2 (а, б, в) представлены результаты во временном диапазоне релаксации напряжения. На рис. 2 (г, д, е) представлены результаты во временном диапазоне релаксации вязкости и параметра состояния. Напряжение релаксирует на два порядка быстрее, чем параметр состояния и вязкость. Релаксация вязкости и параметра состояния к равновесному значению продолжается и после релаксации напряжения. Следовательно, влияние напряжения на поведение вязкости и релаксацию структуры будет заметно только на коротких временах.

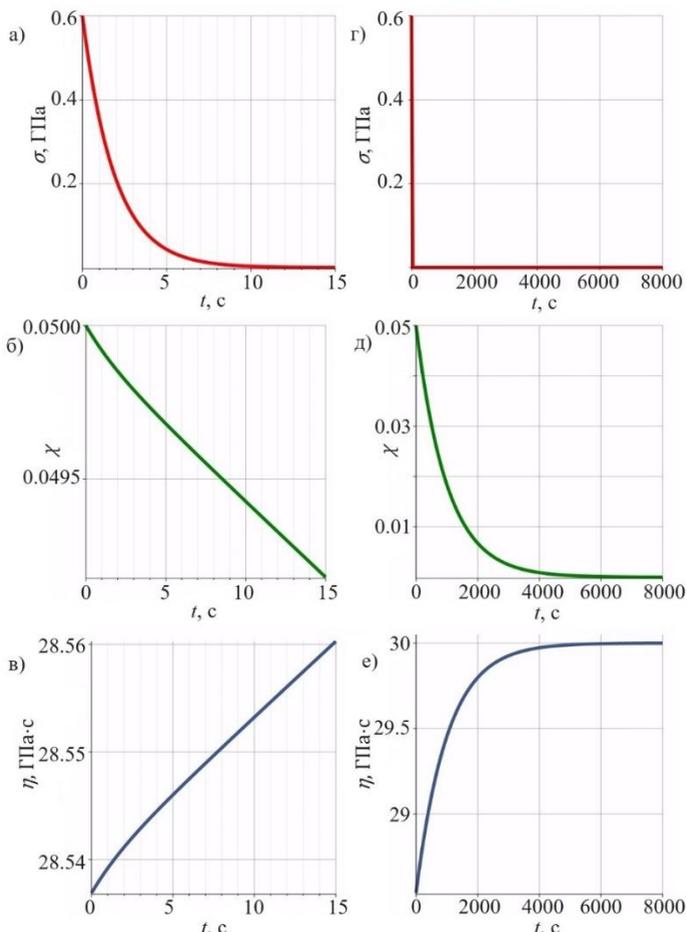


Рис. 2. Релаксация напряжения и зависимость параметра χ и вязкости от времени

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации для ИПМаш РАН (тема № 124041500009-8).

ЛИТЕРАТУРА

1. Kao D.-B., McVittie J.P., Nix W.D., Saraswat K.C. Two-dimensional thermal oxidation of silicon. II. Modeling stress effects in wet oxides // IEEE Trans. Electron Devices. – 1988. – Vol. 35. – No. 1. – P. 25–37.
2. McDowell M.T., Lee S.W., Nix W.D., Cui Y. 25th anniversary article: Understanding the lithiation of silicon and other alloying anodes for lithium-ion batteries // Adv. Mater. – 2004. – Vol. 25. – No. 36. – P. 4966–4984.
3. Мазурин О.В., Рехсон С.М., Старцев Ю.К. О роли вязкости при расчете релаксации свойств стекла в интервале стеклования // Физ. хим. стекла. – 1975. – Т. 1. – No. 5. – С. 438–442.
4. Narayanaswamy O.S. A model of structural relaxation in glass // J. Am. Ceram. Soc. – 1971. – V. 54. – No. 10. – P. 491–498.
5. Mazurin O.V., Kluyev V.P., Stolyar S.V. Temperature dependences of structural relaxation times at constant fictive temperatures in oxide glasses // Glastechn. Ber. – 1983. – V. 56. – No. 2. – P. 1148–1153.
6. Mauro J.C., Allan D.C., Potuzak M. Nonequilibrium viscosity of glass // Phys. Rev. B. – 2009. – V. 80. – No. 9. – Art. 094204.
7. Карасева У.П., Фрейдин А.Б. О влиянии напряжений на неравновесную вязкость стекол // Ученые записки Казанского университета. Серия Физико-математич. науки. – 2023. – Т. 165. – No. 3. – С. 219–235.

УДК 539.3

И.А. Керестень, М.В. Ховайко
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

РАЗРАБОТКА ЦИФРОВЫХ МОДЕЛЕЙ И МНОГОВАРИАНТНЫЕ ВИРТУАЛЬНЫЕ ИСПЫТАНИЯ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ЭФФЕКТИВНЫХ ТЕПЛОВЫХ И ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВОЛОКНИСТНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Введение. Работа посвящена передовым цифровым технологиям в области персонализированного эндопротезирования, не теряющего актуальности на сегодняшний день. Объектом исследования является трехмерная ячейка периодичности композиционной структуры импланта с армирующим волокном из биосовместимого титанового сплава и связующим в виде соединительной ткани [1]. Рассматриваются различные значения объемной концентрации волокон в окрестности, соответствующей наилучшей остеоинтеграции, а также различные типы структуры ячейки периодичности с точки зрения ориентации волокон. Основной задачей работы является многовариантное конечно-элементное моделирование, определение и исследование эффективных коэффициентов линейного температурного расширения и эффективных коэффициентов теплопроводности трехмерной ячейки периодичности [2]. Практическая значимость работы состоит в возможности применения эффективных тепловых свойств для решения широкого спектра тепловых и термонапряженных инженерных задач макроуровня, для которых учет микроструктуры не представляется возможным.

Постановка задачи. На рис. 1 приведены объекты исследования – различные типы ячеек периодичности материала импланта (гранецентрированная кубическая – ГЦК, объемно-центрированная кубическая – ОЦК, ячейка алмаза) при фиксированной объемной

^(*) М.В. Ховайко, khovaiko@compmechlab.com

доле волокна – 30%. В табл. 1 приведены физико-механические свойства рассматриваемых компонентов (волокно – титановый сплав Ti-6Al-4V, матрица – кортикальная кость/кровяной сгусток).

Результаты моделирования. Разработка цифровых моделей проведена с помощью программного пакета Ansys Material Designer. По результатам многовариантных виртуальных испытаний по определению эффективных тепловых и термомеханических характеристик исследованы и сопоставлены с «вилкой» Фойгта-Рейсса [3, 4] зависимости модуля упругости, модуля сдвига, коэффициентов линейного температурного расширения и теплопроводности от объемной концентрации волокон (рис. 2, 3).

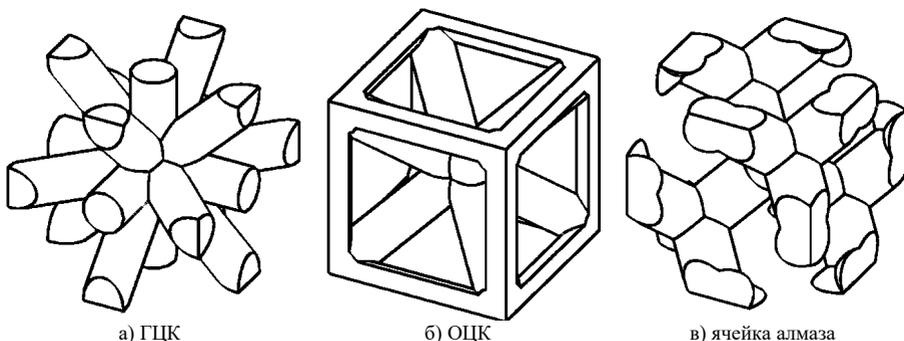


Рис. 1. Рассматриваемые типы ячеек периодичности при объемной доле волокна 30%

Табл. 1 Физико-механические свойства материалов

Характеристика	Титановый сплав Ti-6Al-4V	Кортикальная кость	Кровяной сгусток
Плотность, кг/м ³	4430 [5]	2100 [6]	1050 [7]
Модуль упругости, Па	113.8·10 ⁹ [5]	1.7·10 ¹⁰ [6]	10 ³ [8]
Коэффициент Пуассона	0.342 [5]	0.4 [6]	0.49 [8]
Коэффициент температурного расширения, 1/°К	8.6·10 ⁻⁶ [5]	2.75·10 ⁻⁵ [6]	3·10 ⁻⁴ [7]
Коэффициент теплопроводности, Вт/м·°К	6.7 [5]	0.38 [6]	0.494 [9]

Выводы. На основании представленных результатов отмечается, что при одинаковой объемной концентрации армирующего материала рассмотренные варианты периодической структуры импланта демонстрируют качественно различные упругие свойства: ГЦК структура обладает наименьшей податливостью при растяжении и сжатии; структура ячейки алмаза – наибольшим сопротивлением сдвигу; ОЦК решетка с точки зрения упругих характеристик является компромиссным вариантом.

Также отметим, что эффективные тепловые и термомеханические характеристики слабо зависят от типа ячейки периодичности. Полученные эффективные свойства допустимо использовать в качестве характеристик гомогенизированной модели импланта для рационализации вычислительных ресурсов.

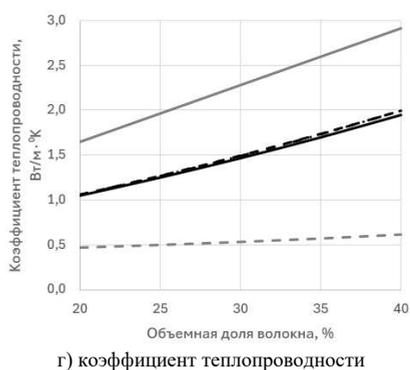
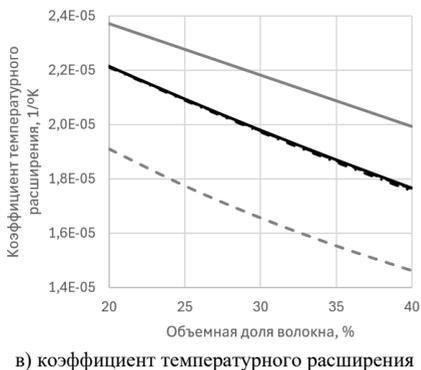
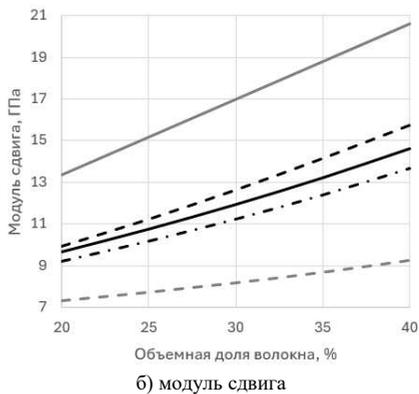
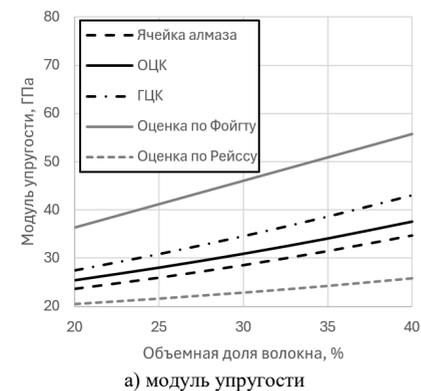


Рис. 2. Зависимость эффективных характеристик от объемной доли волокна, титановый сплав Ti-6Al-4V – кортикальная кость

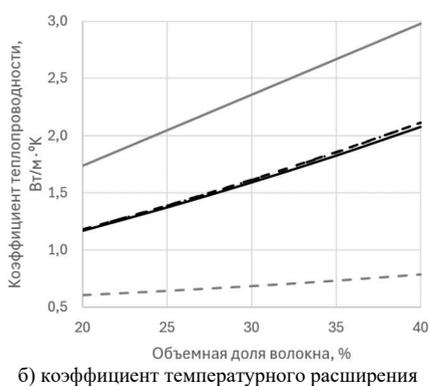
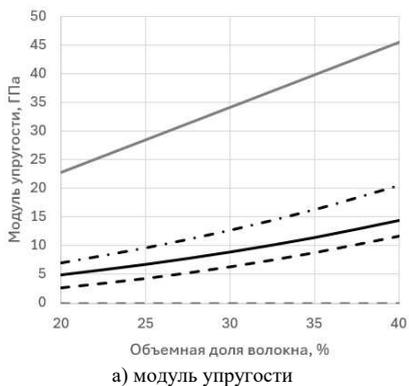


Рис. 3. Зависимость эффективных характеристик от объемной доли волокна, титановый сплав Ti-6Al-4V – кровяной сгусток

ЛИТЕРАТУРА

1. Керестень И.А., Боровков А.И., Жмайло М.А., Коваленко А.Н., Билик С.С. Конечно-элементное моделирование и исследование напряженно-деформированного состояния компонентов тазобедренного сустава для двухопорного стояния / Неделя науки СПбПУ : материалы научной конференции с международным участием. Институт прикладной математики и механики. – СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2016. – С. 74-76.
2. Суднева А.И., Керестень И.А. Конечно-элементное исследование эффективных характеристик пористой структуры титанового импланта / Неделя науки СПбПУ : материалы научной конференции с международным участием. Институт прикладной математики и механики. – СПб.: Изд-во ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2018. С. 329-332.
3. Voigt W. Theoretische Studien über die Elasticitätsverhältnisse der Krystalle. Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen. 1887. Bd. 34. P. 3-52.
4. Reuss A. Berechnung der Fließgrenze von Mischkristallen auf Grund der Plastizitätsbedingung für Einkristalle // Zeitschrift Für Angewandte Mathematic Und Mechanik. 1929. Bd. 9, H. 1. P. 49-58.
5. ASM Aerospace Specification Metals Inc. Technical data sheet. Titanium Ti-6Al-4V (Grade 5), Annealed. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://aerospacemetals.com/wp-content/uploads/2023/07/Titanium-Ti-6Al-4V-Grade-5-Annealed.pdf> (дата обращения 29.03.2024).
6. Akhbar M.F.A., Yusoff A.R. Multi-objective optimization of surgical drill bit to minimize thermal damage in bone-drilling // Applied Thermal Engineering. – 2019. – Vol. 157. – P. 113594.
7. Hinghofer H. Volume and density changes of biological fluids with temperature // Journal of Applied Physiology: Respiratory, Environmental and Exercise Physiology. – 1986. Vol. 59 (6). – P. 1686-1689.
8. Халисов М.М. Применение атомно-силовой микроскопии для детектирования отклика нативных клеток на внешние воздействия: дис. ... канд. техн. наук; специальность: 01.04.01 – приборы и методы экспериментальной физики. – СПб.: Университет ИТМО, 2018. – 143 с.
9. Matvienko S., Shevchenko V., Tereshchenko M., Kravchenko A., Ivanenko R. Determination of composition based on thermal conductivity by thermistor direct heating method // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2020. – Vol. 1 (5 (103)). – P. 19-29.

УДК 534.014.4

С.А. Кравчинский¹, А.С. Смирнов^{1,2}

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

² Институт проблем машиноведения Российской академии наук

ОПТИМИЗАЦИЯ ДЕМПФИРОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

Введение. Вопросам демпфирования колебаний разнообразных механических систем с двумя степенями свободы посвящено немало работ [1, 2]. На этом пути большое внимание следует уделять формированию критериев оптимизации, которые бы адекватно оценивали эффективность процессов подавления колебаний данных систем, причем целесообразно рассматривать различные критерии и затем сопоставлять полученные по ним результаты [3]. Такой подход позволяет получить наиболее полную информацию об оптимальном затухании колебаний и сделать более глубокие выводы, важные с практической точки зрения. В этой связи в настоящей работе предлагается решить оптимизационную задачу о демпфировании колебаний двух связанных осцилляторов, используя в качестве критерия оптимизации как максимизацию степени устойчивости, так и минимизацию энерго-временного показателя.

Построение математической модели. Рассмотрим два связанных диссипативных осциллятора, полагая их параметры идентичными: m – масса груза, c – жесткость пружины, b – диссипативный коэффициент (рис. 1). Построим математическую модель этой системы.

(*) С.А. Кравчинский, kravchinskij_sa@spbstu.ru

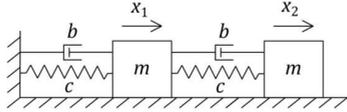


Рис. 1. Два связанных диссипативных осциллятора

Учитывая, что система имеет две степени свободы, примем в качестве обобщенных координат смещения грузов x_1 и x_2 от положения равновесия. Запишем кинетическую и потенциальную энергии рассматриваемой системы, а также диссипативную функцию Рэлея:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{A} \dot{\mathbf{x}}, \quad \Pi = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{C} \mathbf{x}, \quad R = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{B} \dot{\mathbf{x}}, \quad (1)$$

$$\mathbf{A} = m \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = c \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = b \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix},$$

где $\mathbf{x} = [x_1, x_2]^T$ – столбец обобщенных координат, а \mathbf{A} , \mathbf{C} и \mathbf{B} – матрицы инерционных, квазиупругих и диссипативных коэффициентов соответственно. Уравнение движения системы в матричной форме и отвечающее ему характеристическое уравнение имеют вид:

$$\mathbf{A} \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{B} \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{C} \mathbf{x} = 0, \quad \det(\mathbf{A} \lambda^2 + \mathbf{B} \lambda + \mathbf{C}) = 0. \quad (2)$$

Поскольку $\mathbf{B} = (b/c)\mathbf{C}$, то характеристическое уравнение есть $\det[\mathbf{A} \lambda^2 + (b\lambda/c + 1)\mathbf{C}] = 0$. Из его сопоставления с частотным уравнением консервативной системы $\det(\mathbf{C} - k_0^2 \mathbf{A}) = 0$ вытекает, что характеристическое уравнение распадается на два квадратных уравнения:

$$\lambda^2 + 2n_1 \lambda + k_{10}^2 = 0, \quad \lambda^2 + 2n_2 \lambda + k_{20}^2 = 0, \quad (3)$$

$$n_1 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} n, \quad n_2 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} n, \quad k_{10} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} k, \quad k_{20} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} k,$$

где $k = \sqrt{c/m}$, $2n = b/m$, n_1 и n_2 – факторы затухания диссипативной системы, а k_{10} и k_{20} – частоты колебаний консервативной системы [4]. Ясно, что корни уравнений (3) имеют вид:

$$\lambda_{1,2} = -n_1 \pm ik_1, \quad \lambda_{3,4} = -n_2 \pm ik_2, \quad k_1 = \sqrt{k_{10}^2 - n_1^2}, \quad k_2 = \sqrt{k_{20}^2 - n_2^2}. \quad (4)$$

Тогда корни $\lambda_{1,2}$ будут комплексно-сопряженными при $\nu < \nu_{10} = (\sqrt{5} + 1)/2 \approx 1.618$, а корни $\lambda_{3,4}$ – при $\nu < \nu_{20} = (\sqrt{5} - 1)/2 \approx 0.618$, где $\nu = n/k$ – безразмерный диссипативный параметр, причем $\nu_{10} > \nu_{20}$. Далее нам понадобятся и формы колебаний консервативной системы \mathbf{X}_1 и \mathbf{X}_2 [4], а также нормировочные коэффициенты $N_1 = \mathbf{X}_1^T \mathbf{A} \mathbf{X}_1$ и $N_2 = \mathbf{X}_2^T \mathbf{A} \mathbf{X}_2$:

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 + \sqrt{5} \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 - \sqrt{5} \\ 2 \end{bmatrix}, \quad N_1 = \frac{5 + \sqrt{5}}{2} m, \quad N_2 = \frac{5 - \sqrt{5}}{2} m. \quad (5)$$

Ясно, что ввиду пропорционального демпфирования формы колебаний не будут искажаться силами трения, так что решение первого уравнения (2) можно записать в простой форме:

$$\mathbf{x} = \mathbf{X}_1 e^{-n_1 t} (A_1 e^{ik_1 t} + B_1 e^{-ik_1 t}) + \mathbf{X}_2 e^{-n_2 t} (A_2 e^{ik_2 t} + B_2 e^{-ik_2 t}), \quad (6)$$

где константы интегрирования A_1 , B_1 , A_2 и B_2 определяются по начальным условиям движения $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$, $\dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}}_0$ при $t = 0$, откуда несложно получить следующие соотношения:

$$A_s = \frac{\mathbf{X}_s^T \mathbf{A} \mathbf{x}_0 (n_s + ik_s) + \mathbf{X}_s^T \mathbf{A} \dot{\mathbf{x}}_0}{2ik_s N_s}, \quad B_s = \frac{\mathbf{X}_s^T \mathbf{A} \mathbf{x}_0 (-n_s + ik_s) - \mathbf{X}_s^T \mathbf{A} \dot{\mathbf{x}}_0}{2ik_s N_s}, \quad s = 1, 2. \quad (7)$$

Решение задачи оптимизации. Сначала рассмотрим наиболее часто используемый критерий, основанный на максимизации степени устойчивости Δ , под которой понимается расстояние от мнимой оси на комплексной плоскости до ближайшего к ней корня характеристического уравнения (конечно, все корни при этом лежат левее мнимой оси), т. е. $\Delta = \min |\operatorname{Re} p_i|$, $i = 1, 4$ [1-3]. Анализируя четыре корня характеристического уравнения (4),

зависящие от одного диссипативного параметра n , можно установить, что максимальная степень устойчивости достигается, если два комплексно-сопряженных корня $\lambda_{1,2}$ и меньший по модулю вещественный корень λ_4 лежат на одной вертикали. Это приводит к уравнению $-n_1 = -n_2 + \sqrt{k_{20}^2 - n_2^2}$, а с учетом соотношений (3) будем иметь для безразмерного параметра $v = n/k$ следующее уравнение, из которого и находится оптимальное значение v_* :

$$-\frac{3 - \sqrt{5}}{2}v = -\frac{3 + \sqrt{5}}{2}v + \sqrt{\frac{3 + \sqrt{5}}{2} - \frac{7 + 3\sqrt{5}}{2}v^2}, \quad v_* = \sqrt{\frac{2 + \sqrt{5}}{3}} \approx 1.188. \quad (8)$$

Остается лишь убедиться в том, что при этом действительно будем иметь: $v_{20} < v_* < v_{10}$.

Более естественным с физической точки зрения является энерго-временной критерий оптимизации, вытекающий из соображений наилучшего рассеивания полной энергии, т. е. минимизирующий интеграл от $E = T + \Pi$ на полубесконечном интервале времени [2, 3]. С учетом формул (1), (5) и (6) будем иметь для указанного критерия следующее выражение:

$$F = \int_0^{\infty} E(t)dt = \frac{1}{2} \left[N_1 \frac{(A_1 + B_1)^2 n_1^2 + 2A_1 B_1 k_1^2}{n_1} + N_2 \frac{(A_2 + B_2)^2 n_2^2 + 2A_2 B_2 k_2^2}{n_2} \right]. \quad (9)$$

Зададим начальные условия в виде: $\mathbf{x}_0 = P_1 \mathbf{X}_1 + P_2 \mathbf{X}_2$, $\dot{\mathbf{x}}_0 = R_1 \mathbf{X}_1 + R_2 \mathbf{X}_2$, где

$$P_s = \frac{r_s}{\sqrt{N_s k_{s0}^2}} \cos \mu_s, \quad R_s = \frac{r_s}{\sqrt{N_s}} \sin \mu_s, \quad r_1 = \rho \cos \theta, \quad r_2 = \rho \sin \theta, \quad s = 1, 2, \quad (10)$$

при этом $\rho \in [0, \infty)$, $\theta \in [0, \pi/2]$, $\mu_s \in [0, 2\pi]$. Удобство выполненной замены столбцов \mathbf{x}_0 и $\dot{\mathbf{x}}_0$ на параметры ρ , θ , μ_1 и μ_2 состоит в том, что для начальной энергии будем иметь тогда простое выражение: $E_0 = \rho^2/2$, а для F из (9) получим с учетом соотношений (7) формулу:

$$F = \frac{E_0}{2} \left[\frac{\cos^2 \theta}{k_{10}} \left(\frac{1}{v_1} + v_1 + v_1 \cos 2\mu_1 + \sin 2\mu_1 \right) + \frac{\sin^2 \theta}{k_{20}} \left(\frac{1}{v_2} + v_2 + v_2 \cos 2\mu_2 + \sin 2\mu_2 \right) \right], \quad (11)$$

где также введены следующие обозначения:

$$v_1 = \frac{n_1}{k_{10}} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}v, \quad v_2 = \frac{n_2}{k_{20}} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}v. \quad (12)$$

Отбрасывая несущественный масштабный множитель $E_0/(4k)$ в формуле (11), получим для безразмерного критерия f , зависящего от θ , μ_1 , μ_2 и v и уже не зависящего от ρ , выражение:

$$f(\theta, \mu_1, \mu_2, v) = (\sqrt{5} + 1) \cos^2 \theta \left(\frac{1}{v_1} + v_1 + v_1 \cos 2\mu_1 + \sin 2\mu_1 \right) + (\sqrt{5} - 1) \sin^2 \theta \left(\frac{1}{v_2} + v_2 + v_2 \cos 2\mu_2 + \sin 2\mu_2 \right). \quad (13)$$

Поскольку для данного критерия результат будет существенно зависеть от начальных условий движения, то для получения конкретного оптимального значения параметра v , которое будет уместно рекомендовать к использованию, можно действовать по принципу гарантированного успеха, т. е. искать наилучшее значение v для наихудшей совокупности начальных условий [3]. Следуя этому, найдем сначала максимальное значение f по μ_1 и μ_2 :

$$f_{\max_{\mu_1, \mu_2}} = (\sqrt{5} + 1) \cos^2 \theta \left(\frac{1}{v_1} + v_1 + \sqrt{1 + v_1^2} \right) + (\sqrt{5} - 1) \sin^2 \theta \left(\frac{1}{v_2} + v_2 + \sqrt{1 + v_2^2} \right). \quad (14)$$

Далее необходимо определить максимальное значение выражения (14) по θ , которое будет достигаться при $\theta = 0$ либо при $\theta = \pi/2$. Чтобы прояснить этот вопрос, запишем выражения для $f_1 = f_{\max_{\mu_1, \mu_2}}(\theta = 0)$ и $f_2 = f_{\max_{\mu_1, \mu_2}}(\theta = \pi/2)$, принимая во внимание формулы (12):

$$f_1 = \frac{3 + \sqrt{5}}{v} + 2v + \sqrt{6 + 2\sqrt{5} + 4v^2}, \quad f_2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{v} + 2v + \sqrt{6 - 2\sqrt{5} + 4v^2}, \quad (15)$$

откуда легко видеть, что $f_1 > f_2$ при любом значении параметра ν . Это означает, что наилучшим начальным условиям отвечает значение критерия $f_1 = f_{\max_{\mu_1, \mu_2, \theta}}$. А тогда остается минимизировать f_1 по ν , для чего нужно вычислить производную этого выражения по ν и приравнять ее нулю, в результате чего мы получим искомое оптимальное значение:

$$\nu_{**} = \sqrt{\frac{\sqrt{5} + 1}{2}} \approx 1.272. \quad (16)$$

Отметим, что избавиться от зависимости от начальных условий можно и иным образом, полагая, что начальные условия равновероятны, т.е. равновероятны все значения θ в диапазоне $[0, \pi/2]$ и все значения μ_1 и μ_2 в диапазоне $[0, 2\pi)$. Тогда, усредняя (13), получим:

$$\langle f \rangle = \frac{1}{\pi/2} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{2\pi} d\mu_1 \int_0^{2\pi} f(\theta, \mu_1, \mu_2, \nu) d\mu_2 = \frac{3}{\nu} + 2\nu. \quad (17)$$

Вычислив производную этого выражения по ν и приравняв ее нулю, получим еще одно оптимальное значение диссипативного параметра: $\nu_{***} = \sqrt{3/2} \approx 1.225$.

Заключение. Таким образом, в результате решения задачи оптимизации были получены следующие оптимальные значения: $\nu_* = 1.188$, $\nu_{**} = 1.272$ и $\nu_{***} = 1.225$. Видно, что эти значения мало отличаются друг от друга, что позволяет очертить весьма узкий диапазон, в котором наиболее выгодно выбирать величину параметра ν для обеспечения экстремальных свойств всех критериев оптимизации. Остается отметить, что полученные результаты не только интересны в теоретическом отношении, но и могут найти практическое применение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болотник Н.Н. Оптимизация амортизационных систем. – М.: Наука, 1983. – 256 с.
2. Смольников Б.А. Проблемы механики и оптимизации роботов. – М.: Наука, 1991. – 232 с.
3. Леонтьев В.А., Смирнов А.С., Смольников Б.А. Оптимальное демпфирование колебаний двухзвенного манипулятора // Робототехника и техническая кибернетика. – 2018. – № 2. – С. 52-59.
4. Исполов Ю.Г. Краткое руководство к решению задач по аналитической механике. – Л.: изд-во ЛПИ им. М.И. Калинина, 1972. – 118 с.

УДК 532.517

Н.А. Мирошников, А.А. Суханов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

УПРАВЛЕНИЕ ЩЕБНЕУКЛАДЫВАЮЩЕЙ БАРЖЕЙ ЯКОРНЫМИ ТРОСАМИ

Введение. Для установки геологоразведочных платформ в море необходимо выровнять площадку на дне, для чего используются щебнеукладывающие баржи, насыпающие ровный слой из щебня. Баржа перемещается в пространстве между якорями с постоянной скоростью. Перемещение происходит за счет изменения длин якорных тросов, вследствие чего изменяются и горизонтальные натяжения. Баржа оборудована трубой, с помощью которой происходит сброс щебня на дно. Труба находится в углу у борта и кормы. Размер баржи 30 на 15 метров. Площадь покрытия 150 м на 100 м. Скорость баржи постоянна и равна $\nu = 5$ см/м, не важно, вдоль какой оси идет движение. Не обязательно, чтобы за один проход покрывалась вся площадь, за счет изменения положения якорей, меняется область решения

^(*)Н.А. Мирошников, miroshnikov.nikolai.a@gmail.com

задачи. Тем самым, за несколько проходов со сменой расположения якорей, можно полностью покрыть щебнем требуемую область.

Цель исследования: Управление баржей с помощью синхронизации изменения длин тросов.

Все тросы имеют одинаковые характеристики: диаметр 38 мм, погонный вес в воде $q = 42,24 \frac{H}{м}$. Рабочее тангенциальное натяжение тросов T по эксплуатационным нормативам изменяется от 10000 Н до 20000 Н. Здесь и далее натяжение указывается в верхней точке троса. Так как скорость движения крайне небольшая, рассмотрим для начала квазистатическую постановку задачи.

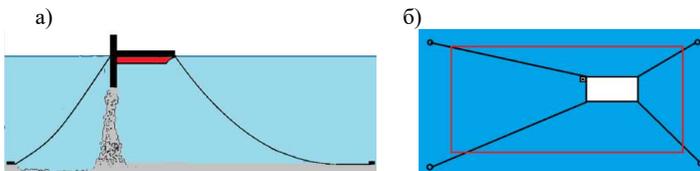


Рис. 1. а) Плоская задача. б) Двумерная задача

Рассмотрим для начала плоскую задачу (рис. 1а). Баржа перемещается в плоскости между двумя якорями. Будем рассматривать как ведет себя трос и система двух тросов, при изменении различных параметров. Трос можно считать достаточно податливым на изгиб и жестким на растяжение, поэтому для расчетов используем механику гибкой нити.

Форма троса принимает два вида, длинной и короткой нити.

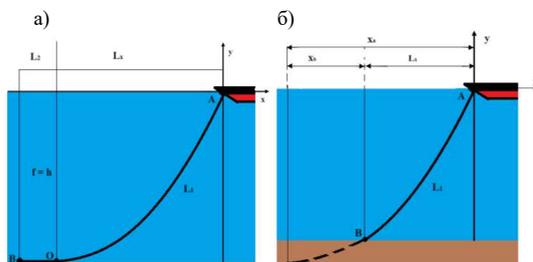


Рис. 2. а) Длинный трос. б) Короткий трос

Рассмотрим случай длинной нити. В этом случае имеем следующие уравнения [1, 2]

$$T = T_x + qh, \quad (1)$$

$$L_x = \frac{T_x}{q} \operatorname{arcosh}\left(\frac{hq}{T_x} + 1\right), \quad (2)$$

$$L_1 = \frac{T_x}{q} \sinh \frac{qL_x}{T_x}, \quad (3)$$

где T_x – горизонтальная составляющая натяжения.

Взяв максимально допустимое значение $T = 20000$ Н, получим длину $L_x = 96,67$ м. Это максимальная горизонтальная составляющая длины нити без учета части, лежащей на дне.

Разберемся со случаем короткой нити (рис. 2б). Введем отношения:

$$a = \frac{T_x}{q}, \quad (4)$$

$$N = \frac{h}{2a \operatorname{arsinh} \frac{h}{2a}}. \quad (5)$$

Напишем уравнение, связывающие T и N

$$T = Tx \cosh \frac{x_a}{a}. \quad (6)$$

Найдем x_a и подставим в (6)

$$x_a = \frac{Lx}{2} + a \operatorname{arsinh}(N). \quad (7)$$

Так же найдем значение длины свободного провеса троса L_1

$$L_1 = a \left(\sinh \left(\frac{x_a}{a} \right) - \sinh \left(\frac{x_a - Lx}{a} \right) \right). \quad (8)$$

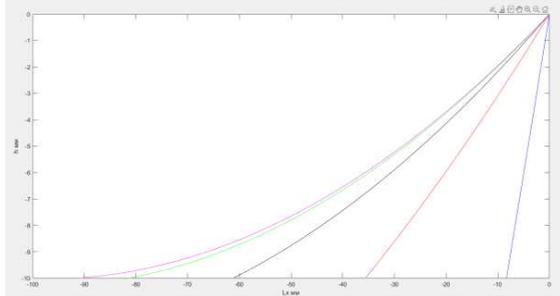


Рис. 3. Формы троса для различных значений его длины.

Синий: $L_1 = 13$ м, $L_x = 8.31$ м, $T_x = 13238$ Н,

Красный: $L_1 = 38$ м, $L_x = 35.61$ м, $T_x = 19016$ Н, Черный: $L_1 = 63$ м, $L_x = 61.5$ м, $T_x = 19490$ Н,

Зеленый: $L_1 = 83$ м, $L_x = 81.29$ м, $T_x = 19569$ Н, Розовый: $L_1 = 93$ м, $L_x = 91.32$ м, $T_x = 19581$ Н

Теперь рассмотрим систему из 2 тросов, в которой будем уменьшать длину левого троса, и смотреть, как требуется менять длину правого для того, чтобы горизонтальные составляющие натяжения троса были равны. Для удобства не будем учитывать длину баржи, так как в физическом смысле она никак не влияет на длину тросов, а также будет удобно смотреть на проекции длин обоих тросов, так как оба троса будут выходить из точки ноль.

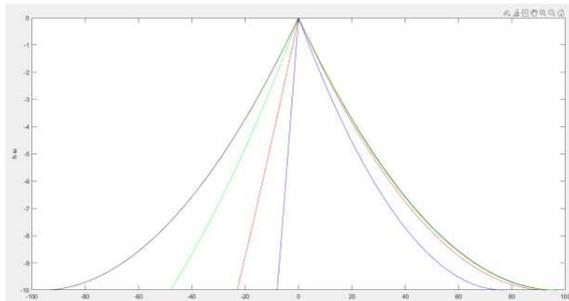


Рис. 4. Формы тросов при различных натяжениях и длинах.

Длины проекций левого троса: черный: 94 м, зеленый 49 м, красный 24 м, синий: 9 м

При рассмотрении баржи с 2 тросами, двигающейся в вертикальной плоскости между двух якорей, были оценены натяжения тросов, длины их свободных провесов и проекций на дно, а также углы в верхней части троса, что поможет в подборе реальных значений в двумерной задаче.

Перейдем к двумерной задаче (рис. 2б). Будем рассматривать движение баржи в плоскости воды между якорями. Для всех тросов уравнения для натяжения и длин тросов идентичны случаю короткой нити. При любом движении, борты баржи находятся параллельно горизонтальным (на рис. 2б) сторонам площадки. Движение происходит внутри мнимого прямоугольника (области, где существует решение задачи и выбранной для насыпи). Оно практически всегда идет вдоль оси y (вдоль вертикальных сторон площадки), смещаясь по горизонтали лишь когда доходит до границы области, и перемещается на ширину слоя насыпаемого щебня. Скорость идентична для движения по x и y . Для нахождения горизонтальных составляющих натяжений приравняем одно из них минимальной допустимой. Так как движение равномерное, введем условие равенства нулю суммы горизонтальных проекций всех сил, обозначим горизонтальные силы как T_{hi} где $i = \overline{1,4}$:

Разложим на составляющие по осям абсцисс и ординат и перенесем значения при T_{h1} направо:

$$T_{h2} \frac{x_{як2} - x_{кл2}}{l_2} + T_{h3} \frac{x_{як3} - x_{кл3}}{l_3} + T_{h4} \frac{x_{як4} - x_{кл4}}{l_4} = -T_{h1} \frac{x_{як1} - x_{кл1}}{l_1}, \quad (9)$$

$$T_{h2} \frac{y_{як2} - y_{кл2}}{l_2} + T_{h3} \frac{y_{як3} - y_{кл3}}{l_3} + T_{h4} \frac{y_{як4} - y_{кл4}}{l_4} = -T_{h1} \frac{y_{як1} - y_{кл1}}{l_1} \quad (10)$$

где: $(x_{якi}, y_{якi})$ – координаты якорей, $(x_{клi}, y_{клi})$ – координаты клюзов. Приведем сумму моментов всех сил относительно точки, где первый трос выходит из катушки

$$T_{h2} (d_x \frac{|y_{як2} - y_{кл2}|}{l_2}) + T_{h3} (-d_y \frac{|x_{як3} - x_{кл3}|}{l_3} + d_x \frac{|y_{як3} - y_{кл3}|}{l_3}) - T_{h4} (d_y \frac{|x_{як4} - x_{кл4}|}{l_4}) = 0 \quad (11)$$

Форма движения баржи, а также графики изменения длин якорей и скоростей изменения длин показаны на рис. 5.

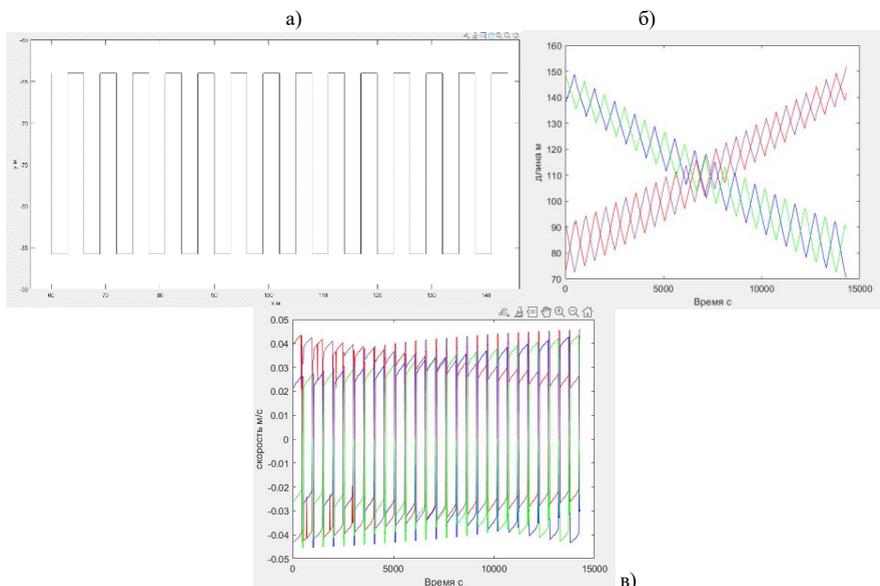


Рис. 5. а) Форма движения баржи, б) изменение длин тросов со временем, в) изменение скоростей выборов тросов (различными цветами обозначены скорости соответствующих тросов)

В двумерной задаче из приведенных графиков для случая симметричного расположения якорей видно, как меняется положения баржи с промежутком в 15 секунд, а так же, как меняются длины и скорости изменения длин тросов. В случае другого расположения якорей меняется только область, где существует решение зачуди для данных тросов. Так как баржа в основном двигается вдоль оси y , меняя направление, на графике происходят постоянные изменения длин тросов, удалении по оси x от якорей, изменения длин из-за движения вдоль y постепенно увеличивается (при приближении уменьшается).

Заключение. В результате исследования получены управляющие синхронизированные воздействия каждого из четырех тросов, для обеспечения плавного и равномерного движения баржи по заданному маршруту, для загрузки морского дна щебнем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Меркин Д.Р. Введение в механику гибкой нити. М.: Наука, 1980. С. 45-67.
2. Кульмач П.П. Якорные системы удержания плавучих объектов. Л.: Судостроение, 1980. С. 170–216.

УДК 531.25

Д.В. Морозов¹, А.С. Смирнов^{1,2}

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

² Институт проблем машиноведения Российской академии наук

УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛАВАЮЩИХ ТЕЛ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ГРУЗАМИ

Введение. Задачам устойчивости (или, как говорят в морской науке, «остойчивости») плавающих тел посвящено немало научных трудов, где рассматриваются тела с различной формой поперечного сечения и анализируются очевидные положения равновесия, а также устанавливаются нетривиальные равновесные состояния [1, 2]. Эта область имеет важное практическое назначение, что требует постановки и решения новых задач подобного рода. Так, интерес представляют задачи о плавании тел с дополнительными грузами, которым в существующей литературе уделено недостаточно внимания [3]. В этой связи в настоящей работе предлагается рассмотреть два примера об устойчивости тривиального положения равновесия плавающих тел, обладающих различной геометрией и несущих точечные грузы.

Постановка задачи. Будем рассматривать плавающие тела (брусья) плотностью ρ_T в жидкости плотностью $\rho_{ж}$ (обе плотности поверхностные) в рамках плоской задачи.

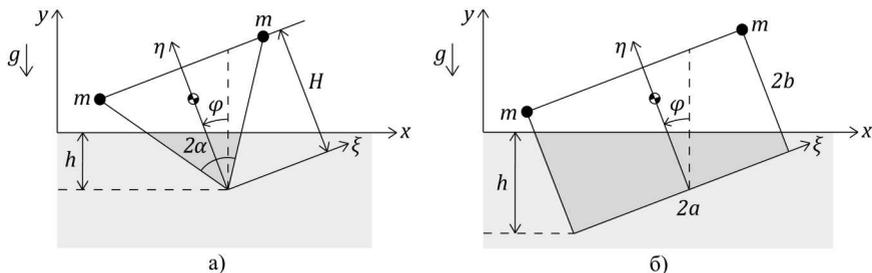


Рис. 1. Плавающее тело с грузами в жидкости: а) треугольный брус, б) прямоугольный брус

(*) Д.В. Морозов, dmozozov885@gmail.com

В первом примере положим, что брус имеет форму равнобедренного треугольника с высотой H , проведенной к основанию, и углом 2α между боковыми сторонами, причем в вершинах бруса, которые расположены над ватерлинией, закреплены два точечных груза массой m каждый (рис. 1, а). Такая система моделирует лодку в море. В качестве второго примера рассмотрим брус прямоугольной формы со сторонами $2a$ и $2b$, также несущий два точечных груза массой m , закрепленных аналогичным образом (рис. 1, б). Эта система, очевидно, моделирует понтон или баржу в море. Основные принципы анализа устойчивости плавающих тел изложены в работах [1–3], и в соответствии с ними рассматриваются лишь равнообъемные наклонения бруса, что позволяет сохранить одну обобщенную координату – угол наклона бруса φ . При этом вопрос об устойчивости положения равновесия $\varphi = 0$ решается путем исследования потенциальной энергии плавающего бруса $\Pi = P(y_T - y_{ж})$ [4], где $P = P_T = P_{ж}$ – вес бруса, равный весу вытесненной жидкости, а y_T и $y_{ж}$ – вертикальные координаты центров масс бруса и вытесненной жидкости, отсчитываемые от ватерлинии.

Решение задачи. Обращаясь теперь к детальному рассмотрению указанных примеров, отметим в первую очередь, что условие равнообъемности для них обоих приводится к виду:

$$S_{ж} = \rho S_T (1 + 2\mu), \quad \mu = \frac{m}{\rho_T S_T}, \quad \rho = \frac{\rho_T}{\rho_{ж}}, \quad \rho < \frac{1}{1 + 2\mu} = \rho_*, \quad (1)$$

где S_T – площадь тела, $S_{ж}$ – площадь вытесненной жидкости, μ – отношение масс одного груза и бруса, а ρ – отношение плотностей тела и жидкости. При этом из условия плавания $S_{ж} < S_T$, откуда следует последняя формула в (1), где ρ_* – пограничное значение величины ρ .

Переходя к первому примеру, выпишем выражения для площадей S_T , $S_{ж}$ и координаты η_T центра масс тела с учетом грузов в связанных с телом осях $\xi\eta$ ($\xi_T = 0$ в силу симметрии):

$$S_T = H^2 \operatorname{tg} \alpha, \quad S_{ж} = \frac{h^2 \operatorname{tg} \alpha}{\cos^2 \varphi (1 - \operatorname{tg}^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \alpha)}, \quad \eta_T = \frac{2H(1 + 3\mu)}{3(1 + 2\mu)}, \quad (2)$$

где h – глубина погружения тела [2]. Подставляя S_T и $S_{ж}$ в первую формулу (1), получим:

$$h = H \cos \varphi \sqrt{\rho(1 + 2\mu)(1 - \operatorname{tg}^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \alpha)}. \quad (3)$$

Нетрудно понять, что выражения для координат y_T и $y_{ж}$ имеют следующий вид:

$$y_T = -h + \eta_T \cos \varphi, \quad y_{ж} = -\frac{h}{3}. \quad (4)$$

поэтому потенциальная энергия плавающего тела с учетом формулы (3) будет:

$$\Pi = P(y_T - y_{ж}) = \frac{2}{3} PH \cos \varphi \left[\frac{1 + 3\mu}{1 + 2\mu} - \sqrt{\rho(1 + 2\mu)(1 - \operatorname{tg}^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \alpha)} \right]. \quad (5)$$

Квадратичная аппроксимация выражения (5) вблизи положения равновесия $\varphi = 0$ имеет вид:

$$\Pi = \frac{1}{3} PH \left[\frac{\sqrt{\rho(1 + 2\mu)}}{\cos^2 \alpha} - \frac{1 + 3\mu}{1 + 2\mu} \right] \varphi^2. \quad (6)$$

Отсюда вытекает условие устойчивости исследуемого положения равновесия $\varphi = 0$:

$$\rho > \frac{(1 + 3\mu)^2}{(1 + 2\mu)^3} \cos^4 \alpha. \quad (7)$$

Остается определить значение α_* через μ на границе области устойчивости, отвечающее пограничному значению ρ_* . Подставляя в (7) значение ρ_* согласно последней формуле (1), находим уравнение для α_* , после чего, исключая параметр μ , получим и явную связь ρ_* с α_* :

$$\cos^2 \alpha_* = \frac{1 + 2\mu}{1 + 3\mu}, \quad \rho_* = 3 - \frac{2}{\cos^2 \alpha_*}. \quad (8)$$

Для второго примера выражения, аналогичные (2), примут следующую форму:

$$S_T = 4ab, \quad S_{ж} = \frac{2a(h - a \sin \varphi)}{\cos \varphi}, \quad \eta_T = \frac{b(1 + 4\mu)}{1 + 2\mu}, \quad (9)$$

где за h вновь обозначена глубина погружения тела. Следовательно, первая формула (1) дает:

$$h = a \sin \varphi + 2b\rho(1 + 2\mu) \cos \varphi. \quad (10)$$

Далее запишем выражения для координат y_T и $y_{ж}$, опираясь на [2]:

$$y_T = -h + a \sin \varphi + \eta_T \cos \varphi = b \cos \varphi \left[\frac{1 + 4\mu}{1 + 2\mu} - 2\rho(1 + 2\mu) \right], \quad (11)$$

$$y_{ж} = -\frac{h^3 - (h - 2a \sin \varphi)^3}{12ab\rho(1 + 2\mu) \sin 2\varphi} = -\frac{a^2 \sin^2 \varphi + 12b^2 \rho^2 (1 + 2\mu)^2 \cos^2 \varphi}{12b\rho(1 + 2\mu) \cos \varphi}. \quad (12)$$

Следовательно, потенциальная энергия плавающего тела представится формулой:

$$\Pi = P(y_T - y_{ж}) = P \left[b \cos \varphi \left(\frac{1 + 4\mu}{1 + 2\mu} - \rho(1 + 2\mu) \right) + \frac{a^2 \sin^2 \varphi}{12b\rho(1 + 2\mu) \cos \varphi} \right], \quad (13)$$

а ее квадратичная аппроксимация вблизи положения равновесия $\varphi = 0$ будет иметь вид:

$$\Pi = \frac{Pb}{2(1 + 2\mu)} \left[\rho(1 + 2\mu)^2 - (1 + 4\mu) + \frac{\delta^2}{6\rho} \right] \varphi^2, \quad (14)$$

где $\delta = a/b$ – еще один безразмерный параметр задачи, характеризующий соотношение между сторонами бруса. Из формулы (14) вытекает условие устойчивости равновесия $\varphi = 0$:

$$\delta > \sqrt{6\rho[1 + 4\mu - \rho(1 + 2\mu)^2]}. \quad (15)$$

В этом случае значение δ_* на границе устойчивости, отвечающее ρ_* , определяется по аналогии из (15), причем в нем можно исключить μ , получив тем самым явную связь δ_* с ρ_* :

$$\delta_* = \sqrt{\frac{12\mu}{1 + 2\mu}} = \sqrt{6 \left(1 - \frac{1}{1 + 2\mu} \right)} = \sqrt{6(1 - \rho_*)}. \quad (16)$$

Кроме того, в данном примере граница области устойчивости имеет точку максимума ρ_{\max} , и ей отвечает значение δ_{\max} , которое путем исключения μ также можно явно связать с ρ_{\max} :

$$\rho_{\max} = \frac{1 + 4\mu}{2(1 + 2\mu)^2} = \frac{1}{2} - \frac{2\mu^2}{(1 + 2\mu)^2}, \quad \delta_{\max} = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{1 + 4\mu}{1 + 2\mu}} = \sqrt{\frac{3}{2} (1 + \sqrt{1 - 2\rho_{\max}})}. \quad (17)$$

Отметим, что данная точка всегда попадает в интересующий нас диапазон, т. к. $\rho_{\max} < \rho_*$.

Подчеркнем, что при $\mu = 0$ имеем $\rho_* = 1$, а условия устойчивости (7) и (15) переходят в неравенства $\rho > \cos^4 \alpha$ и $\delta > \sqrt{6\rho(1 - \rho)}$ соответственно, как это и должно быть [2]. При малых μ можно приближенно положить $\rho_* = 1 - 2\mu$, а условия (7) и (15) в приближенном варианте соответственно примут вид $\rho > (1 - 3\mu^2) \cos^4 \alpha$ и $\delta > (1 + 2\mu)\sqrt{6\rho(1 - \rho)}$.

Графическая иллюстрация. Наконец, построим границы областей устойчивости для каждого примера на плоскостях $\alpha\rho$ и $\rho\delta$ соответственно (учитывая, что $\rho < \rho_*$), постепенно увеличивая параметр μ . На рис. 2, а и 2, б приведены эти границы для систем с рис 1, а и 1, б соответственно. При этом пунктирными линиями изображены зависимости $\rho_*(\alpha_*)$ (рис. 2, а) и $\delta_*(\rho_*)$ (рис. 2, б), а точечной линией приведена зависимость $\delta_{\max}(\rho_{\max})$ (рис. 2, б).

Заключение. В настоящей работе путем аналитического исследования были получены условия устойчивости плавающих брусьев треугольной и прямоугольной формы с двумя точечными грузами. Приведенные графические иллюстрации позволяют наглядно оценить изменение областей устойчивости при постепенном увеличении масс грузов. Найденные результаты интересны в теоретическом отношении и могут быть полезными на практике.

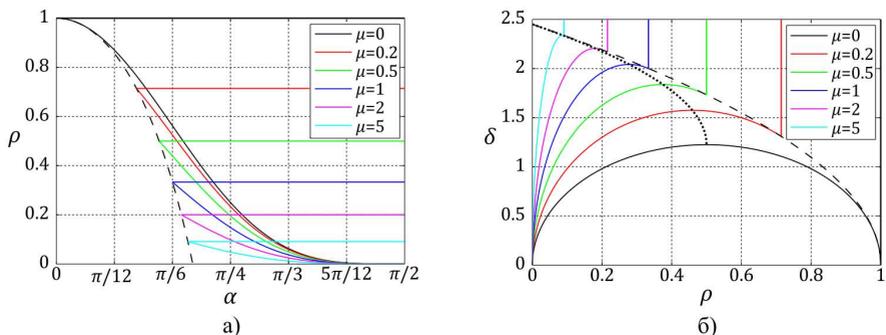


Рис. 2. Границы областей устойчивости для: а) треугольного бруса, б) прямоугольного бруса

ЛИТЕРАТУРА

1. Меркин Д.Р., Смольников Б.А. Прикладные задачи динамики твердого тела. – СПб.: изд-во Санкт-Петербургского ун-та, 2003. – 532 с.
2. Смирнов А.С., Хашба Т.Н. Устойчивость плавания барж с трапециевидным и прямоугольным сечениями // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. – 2022. – Т. 9. – № 4. – С. 740-752.
3. Скалина М.К., Смирнов А.С. Равновесие и устойчивость прямоугольной баржи со смещенным центром тяжести в жидкости // Неделя науки СПбПУ. ИПММ. – 2019. – С. 95-98.
4. Ржаницын А.Р. Устойчивость равновесия упругих систем. – М.: ГИТТЛ, 1955. – 476 с.

УДК 539.3

И.Р. Муртазин, А.В. Емельянов, А.С. Семенов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ВАЛИДАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МИКРОМЕХАНИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НЕУПРУГОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО НИКЕЛЯ

Введение. Проведение опытов на монотонное одноосное нагружение является первичным шагом к определению механических свойств тела. Для корректного описания неупругого отклика материала необходима информация как о базовых свойствах (модуль Юнга, коэффициент Пуассона, предел текучести), так и о характеристиках упрочнения, то есть о поведении тела при достижении напряжений, превышающих предел текучести. В рамках исследований был проведен эксперимент на сжатие с последующим растяжением на универсальной испытательной машине Instron 8850.

При моделировании процессов нагружения использовались вычислительные методы, обладающие возможностью описания неупругого отклика с учетом микроструктурных особенностей. Для этого рассматривался представительный объем поликристаллического объекта как совокупность составляющих его различным образом ориентированных монокристаллов. Их поведение описывалось определяющими уравнениями микроструктурной модели монокристалла Каето [1], а также ее обобщением на случай биэкспоненциальной зависимости напряжений от пластических деформаций, предложенной авторами. Оба этих подхода реализованы в программном комплексе конечно-элементного (КЭ) анализа

^(*) И.Р. Муртазин, murtazin_ir@spbstu.ru

PANTOCRATOR [2]. Получаемые распределения полей напряжений и деформаций усреднялись по представительному объему поликристалла и сравнивались с результатами испытаний.

Целью исследования является воспроизведение результатов эксперимента с помощью вычислительных средств с целью валидации параметров микромеханических моделей, а также сравнение рассматриваемых моделей.

Проведение эксперимента. Испытанию подвергается трубчатый образец из никеля марки НП2. Характерные размеры образца: $200 \times 25 \times 3.5$, база датчиков растяжения: 25 мм. В область под захватами испытательной машины внутрь трубки помещаются две стальные пробки с закругленными концами для избежания повреждений в данной области и краевых эффектов. На рис. 1 представлен соответствующий эскиз образца.

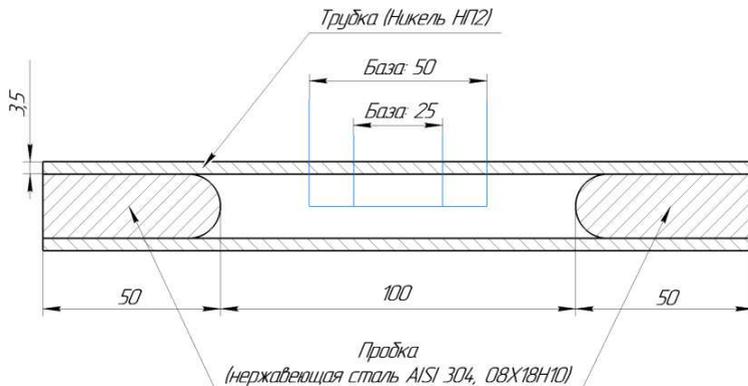


Рис. 1. Схематическое изображение образца

Процесс нагружения образца на одноосное сжатие с последующим растяжением производился в два этапа: образец предварительно сжимался до значения $\sigma_{сж} = -600$ МПа, затем растягивался до значения $\sigma_{раст} = +605$ МПа.

Внешний вид образца в оснастке перед началом испытаний показан на рис. 2. На рис. 3 представлена кривая растяжения трубчатого образца из поликристаллического никеля после предварительного сжатия.



Рис. 2. Образец в испытательной машине Instron 8850 с датчиком растяжения

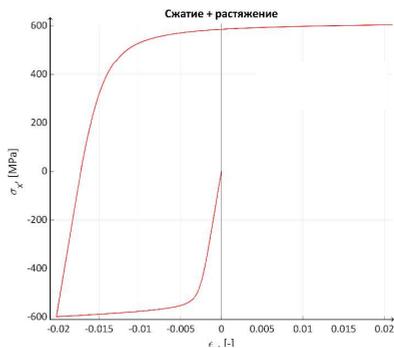


Рис. 3. Кривая растяжения образца после предварительного сжатия

Сравнение результатов. Используемая в КЭ расчетах дискретная модель предельного объема поликристалла имела разбиение $3 \times 3 \times 3$, каждая гауссова точка которого содержала по одному монокристаллу. Общее количество кристаллитов равнялось 216.

В качестве граничных условий использовались значения напряжений, удовлетворяющие описанному сценарию нагружения, а также условия периодичности для противоположных граней куба.

Зависимость напряжений с ростом пластических деформаций для монокристалла при одноосном нагружении в направлении $[001]$ в соответствии с определяющими соотношениями модели монокристалла Каето [3] имеет вид:

$$\sigma = \sigma_y + \sqrt{2}Q(1 + 7q) \left[1 - \exp\left(-\frac{\sqrt{2}b}{8} \varepsilon^p\right) \right] + \sqrt{2}\frac{C}{D} \left[1 - \exp\left(-\frac{\sqrt{2}D}{8} \varepsilon^p\right) \right]. \quad (1)$$

Обобщением выражения (1) на случай биэкспоненциальной зависимости является

$$\sigma = \sigma_y + \sqrt{2}(1 + 7q)H \sum_{i=1}^2 Q_i \left[1 - \exp\left(-\frac{\sqrt{2}b_i}{8} \varepsilon^p\right) \right] + \sqrt{2} \sum_{i=1}^2 \frac{C_i}{D_i} \left[1 - \exp\left(-\frac{\sqrt{2}D_i}{8} \varepsilon^p\right) \right]. \quad (2)$$

Предел текучести σ_y является идентифицируемым параметром. Константы b, Q, C, D в выражении (1), либо константы $b_1, Q_1, C_1, D_1, b_2, Q_2, C_2, D_2$ в выражении (2) являются параметрами микромеханических моделей и также подлежат к идентификации. Константы $q = 0.7$ и $H = 1$ не являются идентифицируемыми параметрами.

Идентификация параметров происходит на базе кривой деформирования, показанной на рис. 3 с использованием функции *fmincon*, встроенной в вычислительную среду MATLAB. Процедура идентификации подробно описана в [3]. Полученные значения параметров представлены в табл. 1.

Табл. 1. Значения параметров микромеханических моделей

	σ_y , [МПа]	$b b_1$	$Q Q_1$	$C C_1$	$D D_1$	$- b_2$	$- Q_2$	$- C_2$	$- D_2$
Модель (1)	415.7	0.63	0.58	10231	97.7	-	-	-	-
Модель (2)	416.4	0.33	0.53	10005	77.8	1.7e-6	7.37	17.6	5764

На рис. 4 представлено сравнение экспериментальных данных с кривыми на сжатие с последующим растяжением для двух рассматриваемых моделей (1) и (2).

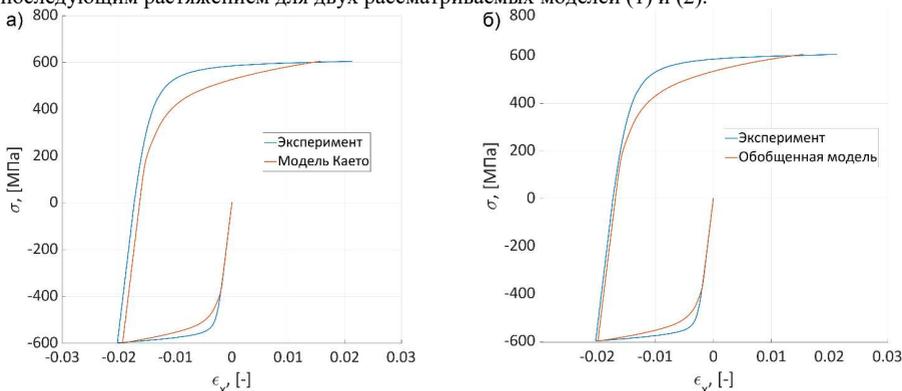


Рис. 4. Сравнение прогнозов а) модели Каето (1), б) обобщенной модели (2) с экспериментальными данными

На рис. 5 показаны распределения полей осевых пластических деформаций в представительном объеме поликристалла на последнем этапе нагружения. Разброс значений достигает 37%.

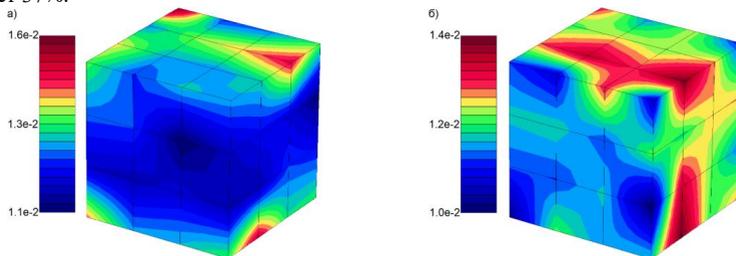


Рис. 5. Распределения полей осевых пластических деформаций: а) модель Каэто (1), б) обобщенная модель (2)

Заключение. Как видно из представленных результатов, совпадение с данными экспериментов требует более точной настройки процедуры идентификации. При этом разница в подходах оказывается несущественной, однако сравнение стоит проводить в том числе для более сложных траекторий нагружения, например, для немоногоного непропорционального пассивного нагружения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Caillaud G.A. A micromechanical approach to inelastic behavior of metals // International Journal of Plasticity. 1992. Vol. 8(1). P. 55-73.
2. Семенов А.С. PANTOCRATOR – конечно-элементный программный комплекс, ориентированный на решение нелинейных задач механики // Труды V Межд. конф. «Научно-технич. проблемы прогнозир. надежн. и долговечн. констр. и методы их решения». СПб.: Изд-во СПбГПУ. – 2003. – С. 466–480.
3. Murtazin I.R., Melnikov B.E., Semenov A.S. Simulation of inelastic response of polycrystalline nickel based on micromechanical model homogenization / In: Indeitsev D.A., Krivtsov A.M. (eds) Advanced Problem in Mechanics III. APM 2021. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. 2023. P. 427-444.

УДК 539.43, 534.13

А.А. Мхемид-Дбес, М.М. Баккар, А.С. Семенов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РОСТА ПЕРОВСКИТНОЙ ФАЗЫ В СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПЛЕНКЕ

Введение. Поликристаллические сегнетоэлектрические пленки со структурой перовскита благодаря высоким электромеханическим параметрам получили широкое распространение в качестве элементов памяти с высокой плотностью записи информации и быстродействием, МЭМС-системах, СВЧ-электронике, накопителях энергии. Одним из основных механизмов формирования фазы перовскита тонких пленок на кремниевой подложке является рост островковой структуры (рис. 1а) в виде сферолитов (рис. 1б) [1,2]. При слиянии цилиндрических сферолитовых островков формируется блочная сферолитовая

^(*) А. Мхемид-Дбес, alamhymyddbys@gmail.com

микроструктура с линейными границами (рис. 1в) [1]. В случае исследуемых тонких пленок цирконата-титаната свинца (ЦТС) фазовый переход от пироклорной фазы к перовскитной структуре является результатом процесса кристаллизации. В процессе роста сферолитов наблюдается поворот их ростовой оси в радиальном направлении, основной причиной которого являются механические напряжения, возникающие в тонкой пленке вследствие изменения объема (-8%) при фазовом переходе. Однако детальный анализ уровней возникающих напряжений и характера их распределения в многослойной гетерогенной структуре пленки, растущей на подложке, не производился.

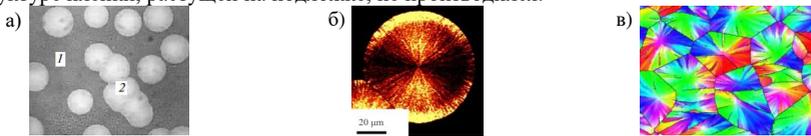


Рис. 1. Различные стадии роста пленки PZT: а) данные оптического микроскопа [4] (1 – фаза пироклора, 2 – фаза перовскита), б) нелинейно-оптические изображения [1],

в) карты кристаллографических ориентаций ростовых осей на основе регистрации дифракции обратно рассеянных электронов [1]

Целью работы является исследование эволюции механических напряжений, возникающих в результате фазового перехода от пироклора к перовскиту на основе прямого конечно-элементного моделирования процесса роста перовскитного сферолита с использованием программы ANSYS.

Объектом исследования являлась кремниевая подложка с пленкой пироклора (толщиной $h=1$ мкм) на ней и двумя островками перовскита (радиуса R) первоначально имеющих цилиндрическую форму (рис. 2), которые демонстрируют радиальный рост при нагревании.

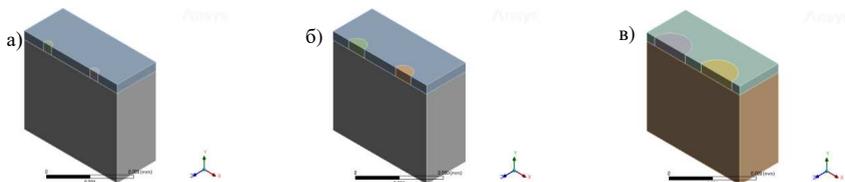


Рис. 2. Трехмерные модели фазовой эволюции перовскита для различных стадий роста перовскитной фазы: а) $R = h/2$, б) $R = h$, в) $R = 2h$ (показана половина представительного объема)

Результаты. Кинетика роста межфазных границ определяется в значительной мере распределением полей напряжений. Диссипация энергии вследствие распространения межфазной границы допускает представление $\delta = f_N V_N \geq 0$, где V_N - нормальная составляющая скорости межфазной границы, $f_N = \mathbf{N} \cdot [-\mathbf{b}] \cdot \mathbf{N}$ - движущая (конфигурационная) сила, $\mathbf{b} = \rho \psi \mathbf{1} - \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}$ - тензор энергии-импульса Эшелби, ψ - плотность свободной энергии. Для обеспечения неотрицательности диссипации одним из возможных способов задания скорости границы является выражение $V_N = A |f_N|^{n-1} f_N$, используемое в данном исследовании.

В предположении размытой фазовой границы $f_c = \boldsymbol{\sigma} \cdot [\boldsymbol{\varepsilon}_+^n - \boldsymbol{\varepsilon}_-^n] + \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma} \cdot [{}^4 C_+^{-1} - {}^4 C_-^{-1}] \cdot \boldsymbol{\sigma}$ [3], $\dot{c} = B |f_c|^{m-1} f_c$, где c – объемная доля фазы перовскита ($0 \leq c \leq 1$). Таким образом поворот ростовой оси перовскита определяется характером изменения напряжений в пленке по высоте.

При моделировании предполагалось, что тензор трансформационных деформаций (при фазовом превращении пироклора в перовскит) является шаровым: $\boldsymbol{\varepsilon}_+^{tr} = \theta_+ \mathbf{1}$, $\boldsymbol{\varepsilon}_-^{tr} = \mathbf{0}$, $\theta_+ = -0.08$, $\boldsymbol{\sigma}_+ = {}^4C_+ \cdot (\boldsymbol{\varepsilon}_+ - \boldsymbol{\varepsilon}_+^{tr})$, $\boldsymbol{\sigma}_- = {}^4C_- \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_-$. Константы материала заимствованы из работы [4].

На рис. 3 и 4 представлено распределение полей интенсивности напряжений по Мизесу и горизонтальных напряжений в представительном объеме (рассматривалась 1/4 объема в силу наличия двух плоскостей симметрии) для различных стадий роста перовскита (R/h от 1/2 до 2). Экстремальные значения реализуются на границе раздела фаз в области между островками.

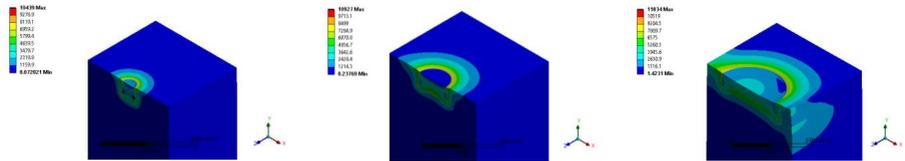


Рис. 3. Распределение полей интенсивности напряжений по Мизесу для различных стадий роста перовскита: а) $R = h/2$, б) $R = h$, в) $R = 2h$

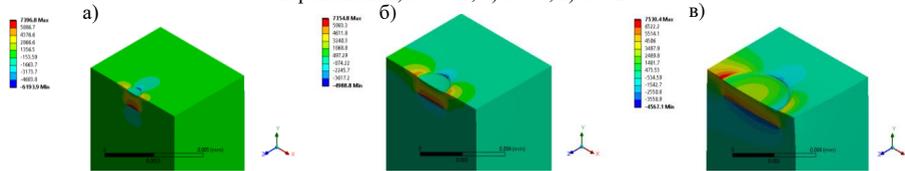


Рис. 4. Распределение полей горизонтальных напряжений (вдоль оси x) для различных стадий роста перовскита: а) $R = h/2$, б) $R = h$, в) $R = 2h$

Распределение горизонтальных напряжений (нормальных к фронту межфазной границы) вдоль линии, соединяющей центры островков на высоте $y = h/2$ (середица толщины пленки), показано на рис. 5. Как видно из этого рисунка, в толще пленки растягивающие горизонтальные напряжения в перовските много больше напряжений в пироклоре. В процессе роста островков напряжения в пироклоре увеличиваются. Наиболее быстрый рост напряжений наблюдается в межостровковой зоне (в сравнении с периферийной зоной). При слиянии островков максимум напряжений наблюдается в центре межостровковой зоны ($x = 0$). Распределение напряжений по высоте на межфазной границе демонстрирует их увеличение с ростом y , что позволяет объяснить эффект поворота ростовой оси перовскита, связанный с максимальной скоростью роста перовскита на свободной поверхности и минимальной на подложке.

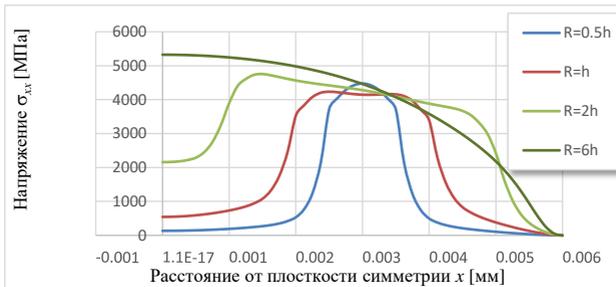


Рис. 5. Распределение полей горизонтальных напряжений (вдоль оси x на уровне $y = h/2$) для различных стадий роста перовскита от $R/h = 1/2$ до $R/h = 6$

В процессе роста островков (с увеличением радиуса перовскитной фазы) наблюдается рост максимального уровня напряжений (рис. 6) вплоть до значений $R/h = 5$, затем наблюдается его падение, связанное с полным слиянием островков при $R/h = 6$.

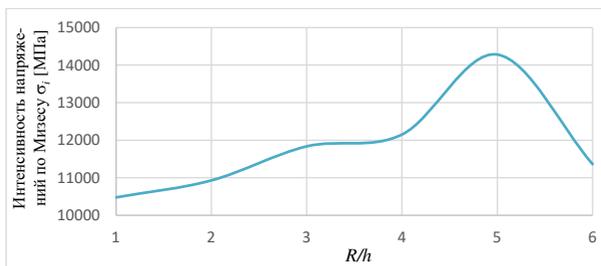


Рис. 6. Зависимость максимального значения интенсивности напряжений по Мизесу от отношения радиуса перовскитной фазы к толщине пленки

Выводы. Результаты проведенных вычислительных экспериментов по определению характера эволюции и пространственного распределения напряжений, возникающих в процессе роста перовскитных островков, позволяют описать эффект поворот ростовой оси сферолита в радиальном направлении. В дальнейшем планируется произвести расчеты в упругопластической постановке, чтобы учесть наблюдаемые в опытах дислокации и понизить уровень расчетных напряжений для количественного сравнения с результатами экспериментов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Старицын М.В., Пронин В.П., Хинич И.И., Сенкевич С.В., Каптелов Е.Ю., Пронин И.П., Елшин А.С., Мишина Е.Д. Микроструктура сферолитовых тонких пленок цирконата-титаната свинца // Физика твердого тел. – 2023. – Т. 65(8) – С. 1368-1374.
2. Киселев Д.А., Старицын М.В., Сенкевич С.В., Каптелов Е.Ю., Пронин И.П., Пронин В.П. Радиально ориентированная латеральная самополяризация в сферолитовых островках тонких пленок цирконата-титаната свинца // Письма в ЖТФ. – 2023. – Т. 49(22) – С. 8-11.
3. Семенов А.С. Микромеханическая модель поликристаллического сегнетоэластичного материала с учетом дефектов // Прикл. механика и техническая физика. – 2019. – Том 60. – №6. – С. 173-191.
4. Кукушкин С.А., Тентилова И.Ю., Пронин И.П. Механизм фазового превращения пирохлорной фазы в перовскитовую в пленках цирконата-титаната свинца на кремниевых подложках // Физика твердого тела. – 2012. –Т. 54(3) – С. 571-575.

УДК 539.4:629.7.027.2

М.А. Никитин, Я.С. Суранов, И.А. Керестень
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ОБ ОПЫТЕ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПРЕДОХРАНИТЕЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ ДЛЯ ПРИВОДА ШАССИ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Введение. Работа посвящена передовым цифровым технологиям и способам конструирования самолета-амфибии [1]. Объектом исследования является предохранительная пластина, соединяющая композитный фюзеляж самолета с приводом

^(*) Я.С. Суранов, suranov@compmechlab.ru

задней стойки шасси (рис. 1 и 2). Ключевой целью исследования является разработка конструктивного исполнения предохранительной пластины под фиксированную несущую нагрузку в 2.5 кН.

Рассматриваются различные толщины пластины из стандартной номенклатуры заготовок: 1, 2 и 3 мм. Также рассматриваются различные материалы, а именно: алюминиевый сплав АМг6, сталь марки 30ХГТ, титановый сплав ВТ6 [2]. Основной задачей является определение геометрической топологии предохранительной пластины, обеспечивающей контролируемое разрушение согласно достижению предела текучести материала или потере устойчивости конструкции.

Актуальность. Задача проектирования легкомоторных многоцелевых самолетов является сложной междисциплинарной задачей, связанной с обеспечением многочисленных требований, включая соответствие авиационным правилам на разработку авиационной техники [3]. Разработка принципиально новых составных частей летательных аппаратов, удовлетворяющих всем предъявляемым требованиям, становится возможной благодаря внедрению в процесс проектирования современного подхода к проектированию и моделированию с использованием технологии цифровых двойников [4].

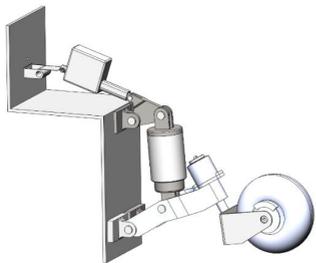


Рис. 1. Задняя стойка шасси

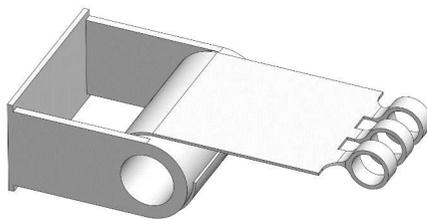


Рис. 2. Предохранительная пластина

Верификация. Для обоснования достоверности разрабатываемых цифровых моделей проведена верификация на примере двух хорошо известных в литературе модельных задач: потеря устойчивости стержня и потеря устойчивости пластины под сжимающей нагрузкой [5].

I задача об определении критической силы потери устойчивости стержня при сжатии известна в литературе как задача Эйлера, где критическая сила определяется согласно:

$$P_{\text{крит}} = \frac{E\pi^2 J}{(\mu l)^2}, \quad (1)$$

где для $J = a^4/12$ для квадратного сечения, μ – коэффициент приведенной длины (зависит от граничных условий), a – толщина стержня, l – длина стержня.

Верификация прямого конечно-элементного (КЭ) моделирования проведена на примере двух материалов: алюминиевый сплав АМг6 и титановый сплав ВТ-6. Результаты определения критической силы для стержня с сечением 1 мм x 1 мм, заделанного с одной стороны, приведены в табл. 1. КЭ моделирование выполнено в программном комплексе ANSYS.

Табл. 1. Результаты верификации потери устойчивости стержня при осевом сжатии

Материал	Критическая сила сжатия, Н		Погрешность, %
	Аналитический подход	КЭ моделирование	
Алюминиевый сплав АМг6	23.36	23.63	1.2
Титановый сплав ВТ-6	38.73	39.08	0.7

II задача об определении критической силы потери устойчивости пластины при сжатии также представлена в литературе, где критическая сила определяется согласно:

$$P_{\text{крит}} = KE \frac{h^3}{b}, \quad (2)$$

где h – толщина пластины, b – ширина пластины, K – усредненный коэффициент устойчивости (0.9 K_3), K_3 – коэффициент устойчивости, зависящий от соотношения сторон и граничных условий.

Верификация прямого КЭ моделирования проведена на примере стали марки 30ХГТ. В табл. 2 указаны исходные геометрические размеры пластины, а в табл. 3 – результаты определения критической силы для пластины.

Табл. 2. Исходные геометрические размеры пластины

Характеристика	Длина a , м	Ширина b , м	a/b	Толщина h , м
Значение	0.0765	0.054	1.42	0.001

Табл. 3. Результаты верификации потери устойчивости пластины при осевом сжатии

Характеристика	K_3	K	P , Н	Load Multiplier	$P_{\text{крит}}$, Н	δ , %
Аналитический подход	0.43	0.389	–	–	1439.4	0.4
КЭ моделирование	–	–	100	14.341	1434.1	

Влияние толщины предохранительной пластины. Исследование влияния толщины пластины проведено на примере стали марки 30ХГТ. Рассмотрены три варианта толщины пластины: 1 мм, 2 мм, 3 мм. На рис. 3 представлено распределение интенсивности напряжений по Мизесу для предохранительной пластины при наличии круговых вырезов, обеспечивающих контролируемое разрушение. В результате многовариантных виртуальных испытаний определена геометрическая конфигурация центральной шейки под требуемую фиксированную несущую нагрузку (табл. 4).

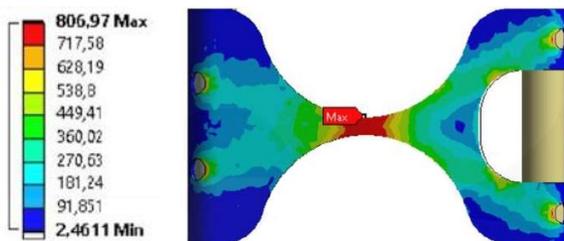


Рис. 3. Интенсивность напряжений по Мизесу в предохранительной пластине, сталь марки 30ХГТ, толщина 1 мм

Табл. 4. Результаты многовариантных испытаний в части влияния толщины пластины

Толщина пластины, мм	Критическая сила, кН	Толщина шейки, мм	Комментарий
1	2.526	7	Рациональное конструктивное исполнение
2	2.486	2	Нетехнологичная толщина шейки
3	2.444	0.8	Нетехнологичная толщина шейки

Влияние материала предохранительной пластины. Исследование влияния материала проведено на примере пластины толщиной 2 мм. Рассмотрены три варианта материала: алюминиевый сплав АМг6, сталь марки 30ХГТ, титановый сплав ВТ6. На рис. 4

представлено распределение интенсивности напряжений по Мизесу для предохранительной пластины. В результате многовариантных испытаний определены особенности влияния материала на контролируемое разрушение (табл. 5).

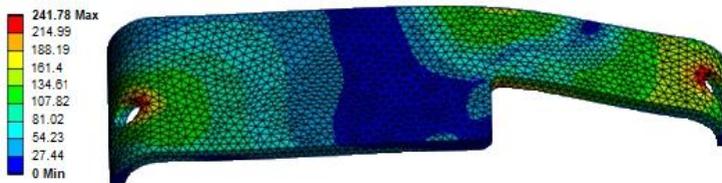


Рис. 4. Интенсивность напряжений по Мизесу в предохранительной пластине, алюминиевый сплав АМг6, толщина 2 мм

Табл. 5. Результаты многовариантных испытаний в части влияния материала пластины

Материал	Критическая сила, кН	Комментарий
Алюминиевый сплав АМг6	2.456	Вследствие низкого предела текучести механизм разрушения будет необратимым
Сталь марки 30ХГТ	2.486	Рациональное конструктивное исполнение
Титановый сплав ВТ-6	2.457	Вследствие высоких прочностных характеристик пластина будет вырождена к нетехнологичному стержню

Выводы. В результате проведенных многовариантных исследований предложены допустимые геометрические конфигурации под фиксированную несущую нагрузку в 2,5 кН. Проведена верификация на примере 2 модельных задач об определении критической силы при потере устойчивости стержня и пластины. Максимальная погрешность составила 1.2%. Проведены исследования влияния толщины и материала предохранительной пластины под требуемую нагрузку.

ЛИТЕРАТУРА

1. Михайлов А.А., Керестень И.А., Никитин М.А., Войнов И.Б., Морозов Д.И. Об опыте проектирования шасси легкого самолета на основе междисциплинарного моделирования // Изв. вузов. Авиационная техника. – 2020. – №4. – С. 27-34.
2. Гохвельд Д.А., Гецов Л.Б., Кононов К.М. и др. Механические свойства сталей и сплавов при нестационарном нагружении. Справочник. – Екатеринбург: УрО РАН, 1996. – 408 с.
3. Авиационный правила. Ч. 23. Нормы летной годности гражданских легких самолетов. – М.: Межгосударственный авиационный комитет, 2000. – 146 с.
4. ГОСТ Р 57700.37-2021. Компьютерные модели и моделирование. Цифровые двойники изделий. Общие положения. – Введ. 01.01.2022. – М.: ФГБУ «РСТ», 2021. – 10 с.
5. Орешко Е.И., Ерасов В.С., Луценко А.Н. Особенности расчетов устойчивости стержней и пластин // Авиационные материалы и технологии. – 2016. – Т. 45. – № 4. С. 74-79.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИ МОТИВИРОВАННОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ ДЛЯ
ПРЕДСКАЗАНИЯ ЭФФЕКТИВНЫХ СВОЙСТВ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Введение. Применение композиционных материалов имеет тенденцию к вытеснению традиционных материалов во многих областях деятельности человека. Широкие возможности по выбору компонентов, их объемного соотношения и вариантов топологии структуры композиционных материалов позволяют создавать более легкие, прочные и технологические материалы по сравнению с классическими материалами. В связи с этим актуальными являются задача конструирования материалов с требуемыми характеристиками, что в свою очередь, приводит к необходимости определения эффективных свойств гетерогенных материалов на макроуровне. Одним из методов прогнозирования эффективных свойств является применение нейронных сетей.

Цель работы заключается в разработке подхода по оценке механических эффективных свойств однонаправленных волокнистых композитных материалов с применением нейросетевых (НС) технологий.

Задача получения оценок для нахождения эффективных свойств композитных материалов (КМ) имеет длительную историю. Наиболее достоверные данные о механических, теплофизических, диффузионных свойствах, электропроводности и других характеристиках композиционных материалов дают лабораторные исследования. Однако практически неограниченное число возможных комбинаций компонентов в совокупности с дороговизной испытаний приводят к необходимости использования аналитических или численных оценок эффективных свойств композитов.

Существует большое количество подходов для прогнозирования механических свойств КМ. Первыми и наиболее простыми моделями, которые были предложены и использованы, являются модели Фойгта (1), (4) и Рейса (2), (3). В основе которых лежат простейшие реологические модели [1,2].

$$E_{11} = E_{\text{voight}} = (1 - c_f)E_m + c_f E_f, \quad (1)$$

$$E_{22} = E_{\text{reuss}} = \frac{E_f E_m}{(1 - c_f)E_f + c_f E_m}, \quad (2)$$

$$G_{12} = G_{\text{reuss}} = \frac{G_f G_m}{(1 - c_f)G_f + c_f G_m}, \quad (3)$$

$$\nu_{12} = \nu_{\text{voight}} = (1 - c_f)\nu_m + c_f \nu_f, \quad (4)$$

где c_f – объемная доля волокна в материале; E_f, G_f, ν_f – модуль Юнга, модуль сдвига и коэффициент Пуассона для включения; E_m, G_m, ν_m – модуль Юнга, модуль сдвига и коэффициент Пуассона для матрицы. Система координат выбрана таким образом, что ось 1 направлена вдоль волокна, а оси 2, 3 лежат в ортогональной плоскости.

Среди более точных с одной стороны, но более сложных с другой стороны можно выделить семейство методов, базирующихся на решении задачи Эшелби [3]. Хашином Штрикманом [4] были получены вариационные оценки упругих свойств.

Одним из наиболее распространенных методов определения эффективных свойств является конечно-элементная (КЭ) гомогенизация [5], базирующаяся на концепции

^(*) А.П. Никишин, nikishin.ap@edu.spbstu.ru

существования элементарного представительного объема (ЭПО), содержащего всю статистическую информацию относительно распределения и морфологии неоднородностей материала. Пример ЭПО для однонаправленных волокнистых композитов представлен на рис. 1.

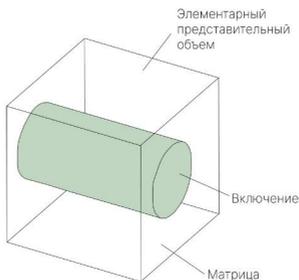


Рис. 1. ЭПО однонаправленного композиционного материала

Применение метода КЭ гомогенизации требует наличия необходимой квалификации, в случае нетривиальных вариантов топологии армирования приводит к необходимости проведения ресурсоемких вычислений и, наконец, наличия специализированных программных пакетов у конечных пользователей. Данная проблема может быть решена построением суррогатных моделей [6], или применением НС. Оба вышеобозначенных подхода требуют формирование первичного набора данных.

В рамках данного исследования рассмотрен вариант НС применительно к решению задачи прогнозирования эффективных упругих свойств однонаправленных композиционных материалов. В дальнейшем данный подход может быть расширен и на другие классы КМ. Простейшим вариантом нейронной сети является модификация правила смесей. Рассмотрим следующую модификацию (1)-(4):

$$E_{11} = \alpha_1 E_{\text{voight}} + \alpha_2 E_{\text{reuss}}, E_{22} = \alpha_3 E_{\text{voight}} + \alpha_4 E_{\text{reuss}}, \quad (5)$$

$$V_{12} = \alpha_9 V_{\text{voight}} + \alpha_{10} V_{\text{reuss}}, V_{23} = \alpha_{11} V_{\text{voight}} + \alpha_{12} V_{\text{reuss}}. \quad (6)$$

Архитектура простейшей однослойной нейронной сети представлена на рис. 2. С помощью ее обучения можно найти коэффициенты α_i уравнений (5), (6)

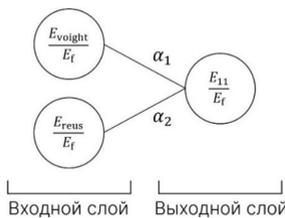


Рис. 2. Архитектура механически мотивированной нейронной сети

Обучающий набор данных был сформирован на основе комбинаций наиболее используемых материалов матриц и включений [7] (4000 комбинаций). Эффективные свойства были найдены с использованием инструмента Ansys Material Designer. Зависимость параметров НС в зависимости от объемной доли волокон представлены на рис. 3.

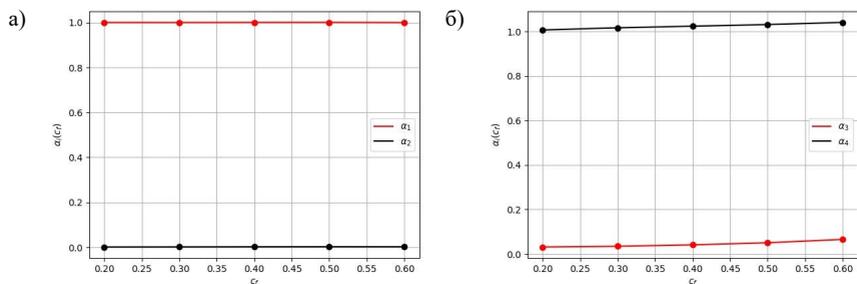


Рис. 3. Зависимость весовых коэффициентов НС для: а) E_{11} , б) E_{22}

С целью валидации прогнозов предложенной НС был проведен сравнительный анализ с экспериментальными данными, различными аналитическими оценками (классическое правило смесей, модель Халпина-Цая, модель Хашина-Розена, Мори-Танака) и результатами КЭМ с использованием пакета Ansys (табл. 1). В качестве экспериментальных данных рассматривался композитный материал GFRP: $E_f = 72$ ГПа, $\nu_f = 0.3$, $E_m = 3.79$ ГПа, $\nu_m = 0.36$, $c_f = 0.21$ [7].

Табл. 1. Сравнительная таблица для материала GFRP

	E_{11}	E_{22}	G_{12}	G_{23}	ν_{12}
Нейронная сеть	18.11	6.03	2.07	1.82	0.343
Ansys	18.11	6.02	2.04	1.85	0.344
Правило смесей	18.11	4.73	1.74		0.34
Модель Халпина-Цая	18.11	5.55	2.31		0.34
Модель Хашина-Розена	18.11	4.73	2.02		0.34
Мори-Танака	18.11	6.51	2.31	1.71	0.36
Эксперимент [7]	18.00	6.00	2.00		

Выводы. Предложен подход, основанный на использовании нейронных сетей для прогнозирования эффективных свойств композиционных материалов на основе информации о свойствах отдельных компонент и их объемных долей. Данный подход апробирован на однонаправленных волокнистых КМ и может быть расширен для других типов композитов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Reuss A. Berechnung der Fließgrenze von Mischkristallen auf Grund der Plastizitätsbedingung für Einkristalle // ZAMM – Journal of Applied Mathematics and Mechanics // Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. 1929. Vol. – 9(1). – P. 49–58.
2. Voigt W. Über die Beziehung zwischen den beiden Elasticitätsconstanten isotroper Körper // Annalen der Physik. – 1889. – Vol. 274(12). – P. 573–587.
3. Эшелби Дж. Определение поля упругих напряжений, создаваемого эллипсоидальным включением, и задачи, связанные с этой проблемой // М.: Изд-во иностранной литературы, 1963. – 248 с.
4. Hashin Z., Shtrikman S. A variational approach to the theory of elastic behavior of multiphase materials // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 1963. Vol. 11(2). P. 127–140.
5. Grishchenko A.I., Semenov A.S., Semenov S.G., Melnikov B.E. Influence of structural parameters of the masonry on effective elastic properties and strength // Инженерно-строительный журнал. – 2014. № 5 (49). – С. 95–106.
6. Грищенко А.И., Игнатович И.А., Петросян О.Л. Оптимизация микроструктуры композиционных материалов с учетом ограничений на их свойства // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. – 2023. – Т. 16. – № 3. – С. 73–86.
7. Minchenkov K., Vedernikov A., Safonov A., Akhatov I. Thermoplastic Pultrusion: A Review // Polymers – 2021, 13, 180.

8. Wang H.W., Zhou H.W., Gui L.L., Ji H.W., Zhang X.C. Analysis of effect of fiber orientation on Young's modulus for unidirectional fiber reinforced composites // Composites Part B-engineering. – 2014. – Vol. 56. – P. 733-739.

УДК 534.13

Н.И. Павлюк¹, Б.В. Цейтлин²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²АО «ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева», Санкт-Петербург

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ВИБРАЦИОННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ДЛЯ УТОЧНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ БЕТОННЫХ ПЛОТИН

Введение. В настоящее время интенсивно развиваются методы экспериментальной идентификации динамических характеристик сооружений с использованием статистических характеристик колебаний, возникающих под действием эксплуатационных нагрузок [1]. Указанные методы получили название ОМА (Operational Modal Analysis). Наиболее широко из указанных методов используется набор методов FDD (Frequency Domain Decomposition), реализованный программой ARTeMIS Modal. Применение указанных методов позволяет с использованием результатов вибрационного мониторинга контролировать изменения частот и форм собственных колебаний и соответствующих характеристик затухания [1]. Одновременно получили развитие методы идентификации характеристик конечно-элементных расчетных моделей и повреждений конструкций с использованием определенных методами ОМА динамических характеристик [2-4]. Это позволяет контролировать состояние сооружений в процессе эксплуатации, оценить наличие, характер и величину повреждений. При реализации указанных алгоритмов возникает ряд трудностей. Так, рассматриваемые сооружения являются системами с непропорциональным демпфированием. Их формы собственных колебаний комплексны. Существующие алгоритмы определения компонент матриц жесткости основаны на использовании действительных форм и частот собственных колебаний. Возникает задача определения действительных форм и частот собственных колебаний с использованием экспериментальных комплексных [5]. Кроме того, некорректность рассматриваемой задачи требует использования тщательно проработанной процедуры регуляризации [2].

Уточнение математических моделей бетонных плотин. Идентифицируемыми характеристиками материалов являются модули упругости для различных блоков плотины, выполненных из бетонов одного класса и характеризующихся сходными условиями возведения; модули упругости различных зон основания плотины; характеристики затухания, соответствующие различным зонам плотины и основания, вязко-упругие характеристики швов и т.п. Идентифицируемыми характеристиками повреждений являются параметры, характеризующие возможное расположение и протяженность трещин, характеристики и размеры зон трещиноватого и ослабленного бетона и т. п. Исходными данными для идентификации параметров математических моделей сооружений являются определенные с использованием записей колебаний в местах установки датчиков экспериментальные формы и частоты (действительные, или комплексные) собственных колебаний и характеристики затухания в системе сооружение-основание-водная среда, а также построенные с использованием проектных значений параметров расчетные математические модели. Пусть механические характеристики модели зависят от вектора неизвестных параметров π . Тогда расчетные матрицы жесткости K^A и масс M^A являются

(*) Н.И. Павлюк, howtocalmyself@mail.ru

функциями вектора параметров π , а диагональная матрица расчетных собственных значений $\Omega^A = \text{diag}\{\Omega_j^A\} = \text{diag}\{(\omega_j^A)^2\}$ и матрица Φ^A , столбцами которой являются расчетные формы собственных колебаний ϕ_j^A , определяются в результате решения задачи на собственные значения:

$$K^A \Phi^A = M^A \Phi^A \Omega^A. \quad (1)$$

Предполагается, что формы собственных колебаний M – ортонормированы. При учете гидроупругого взаимодействия с водой водохранилища матрицы K^A и M^A несимметричны. Чтобы установить соответствие между расчетными и экспериментально собственными парами будет использована одна из форм критерия МАС (Modal Assurance Criterion) [1-8]. Так, если m_A и m_X – количество расчетных и определенных экспериментально форм собственных колебаний, то критерием соответствия указанных форм колебаний являются величины элементов $m_X \times m_A$ матрицы [MAC]:

$$[\text{MAC}]_{jk} = \frac{(\phi_j^{X^T} \phi_k^A)^2}{(\phi_j^{X^T} \phi_j^X)(\phi_k^{A^T} \phi_k^A)} = \frac{(\sum_{s=1}^t \phi_{j,s}^X \phi_{k,s}^A)^2}{(\sum_{s=1}^t \phi_{j,s}^X \phi_{j,s}^X)(\sum_{s=1}^t \phi_{k,s}^A \phi_{k,s}^A)}, \quad \begin{matrix} j = 1, 2, \dots, m_X, \\ k = 1, 2, \dots, m_A, \\ s = 1, 2, \dots, t. \end{matrix} \quad (2)$$

Для полных (т.е. включающих компоненты перемещений по всем степеням свободы) векторов форм собственных колебаний ортогональность ϕ_k^A и ϕ_j^X приводит (при соответствующих формулировке задачи на собственные значения и нормировке векторов) к $[\text{MAC}]_{jk} = 0$. Если формы пропорциональны, то $[\text{MAC}]_{jk} = 1$ для произвольного количества измерительных каналов. После вычисления элементов матрицы [MAC] для каждой из определенных экспериментально форм собственных колебаний ϕ_j^X определяются номера i , удовлетворяющие условиям:

$$[\text{MAC}]_{ji} = \max_{k=1, 2, \dots, m_A} [\text{MAC}]_{jk}, \quad 1 - \varepsilon_{\text{MAC}} \leq [\text{MAC}]_{ji} \leq 1. \quad (3)$$

Величина параметра ε_{MAC} зависит от таких факторов, как качество измерительной схемы и степень отличия расчетных и фактических характеристик расчетной модели. Обычно используются значения $0.05 \leq \varepsilon \leq 0.15$. В результате эксперимента определяются только формы колебаний, локализованные в теле плотины. Поэтому для установления соответствия между расчетными и экспериментальными формами колебаний из удовлетворяющих (3) расчетных форм колебаний выбирается максимизирующая LOC :

$$LOC = \phi^T M \phi. \quad (4)$$

При вычислении LOC учитывается вклад в матрицу масс только элементов плотины. Использование (3) и (4) позволяет определить набор из m соответствующих друг другу экспериментальных и расчетных собственных пар: (ω_j^X, ϕ_j^X) и (ω_j^A, ϕ_j^A) , $j = 1, 2, \dots, m$. Указанные наборы частот и форм собственных колебаний перенумеровываются, и сформированные наборы в дальнейшем используются для уточнения математической модели конструкции.

При формировании критериев близости расчетных и экспериментальных частот и форм собственных колебаний используются безразмерные векторы – столбцы:

$$\delta^\Omega = \left\{ \frac{\Omega_j^A - \Omega_j^X}{\Omega_j^X} \right\}, \quad \delta^\omega = \left\{ \frac{\omega_j^A - \omega_j^X}{\omega_j^X} \right\}, \quad \delta^{\text{MAC}} = \{1 - [\text{MAC}]_{jj}\}, \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (5)$$

В (5) индексами «X» и «A» обозначены экспериментально измеренные и расчетные значения,

Поскольку расчетные собственные пары являются функциями вектора параметров π , функциями вектора параметров являются и определяемые согласно (5) безразмерные векторы $\delta^\Omega = \delta^\Omega(\pi)$, $\delta^\omega = \delta^\omega(\pi)$, $\delta^{\text{MAC}} = \delta^{\text{MAC}}(\pi)$. Функциями π являются и значения квадратичных форм $\Pi^\Omega(\pi)$, $\Pi^\omega(\pi)$, $\Pi^{\text{MAC}}(\pi)$:

$$\Pi^\Omega(\pi) = (\delta^\Omega)^T W_\Omega \delta^\Omega, \quad \Pi^\omega(\pi) = (\delta^\omega)^T W_\omega \delta^\omega, \quad \Pi^{\text{MAC}}(\pi) = (\delta^{\text{MAC}})^T W_{\text{MAC}} \delta^{\text{MAC}}, \quad (6)$$

Поэтому для определения значений параметров математической модели системы сооружение-основание $\bar{\pi}$, обеспечивающих наилучшее соответствие расчетных и экспериментальных частот и форм собственных колебаний, будет разыскиваться минимум либо функции $P^1(\pi)$, либо $P^2(\pi)$, которые без учета регуляризирующих составляющих [3,4,6,7] имеют вид:

$$P^1(\pi) = P^\Omega(\pi) + P^{\text{MAC}}(\pi) \quad P^2(\pi) = P^\omega(\pi) + P^{\text{MAC}}(\pi). \quad (7)$$

Результаты. Математическая модель системы гравитационная бетонная плотина-скальное основание-водная среда была разработана применительно к комплексу конечно-элементных (КЭ) программ ANSYS (рис. 1). Модель включает 2579665 элементов, 550411 узлов, 1651233 степеней свободы. Производилось калибровка 7 значений динамических модулей упругости различных участков плотины и 7 значений динамических модулей упругости различных участков основания. Исследована зависимость частот собственных колебаний от локализации и размеров повреждений.



Рис. 1. Трехмерная КЭ модель

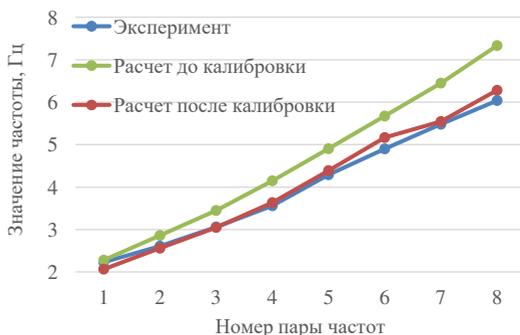


Рис. 2. Частоты собственных колебаний до и после калибровки

Приведенные результаты показывают, что разработанная процедура уточнения расчетных характеристик КЭ моделей позволяет значительно улучшить соответствие расчетных и экспериментальных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Brincker R., Ventura C. Introduction to operational modal analysis. – John Wiley and Sons. 2015. – 360 p.
2. Friswell M.I., Mottershead J.E., Finite Element Model Updating in Structural Dynamics. – Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, Netherlands, 1995. – 304 p.
3. Mottershead, J.E., Link, M. and Friswell, M.I. The sensitivity method in finite element model updating: A tutorial // Mechanical Systems and Signal Processing – 2011. – Vol. 24 – P. 2275–2296.
4. Mardini A, Savov K, Wenzel H. The Finite Element Model Updating: A Powerful Tool for Structural Health Monitoring. Structural Engineering International, 2007, v.4, P. 352-358.
5. Wang T., Zhang L.M., Tee K.F. Extraction of Real Modes and Physical Matrices from Modal Testing / Proceedings of the 8th International Conference on Structural Dynamics, EUROLYN 2011. – P. 2523-2529.
6. Костылев С.В., Новицкий Д.В., Цейтлин Б.В. Расчетно-экспериментальная методика определения динамических характеристик и уточнения математических моделей бетонных гидротехнических сооружений // Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева. – 2019. т. 294. – С. 44-74.
7. Цейтлин Б.В., Костылев С.В., Новицкий Д.В. Использование результатов вибрационного мониторинга для оценки вызванных сейсмическими воздействиями повреждений высоких плотин / XV

Российская национальная конференция по сейсмостойкому строительству и сейсмическому районированию. Сочи, 9 – 13 октября 2023 г. Сборник тезисов докладов.– М., 2023. – С. 185-188.

8. Павлюк Н.И., Цейтлин Б.В. Расчетные исследования собственных колебаний бетонных плотин на скальном основании / Тезисы докладов пятнадцатой НТК «Гидроэнергетика. Гидротехника. Новые разработки и технологии». – Санкт-Петербург. – 2023. – С. 70-71.

УДК 537.6

Д.М. Пашковский, Е.А. Иванова
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ОПИСАНИЕ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ КОНТИНУУМА КОССЕРА

Введение. При проектировании электротехнических систем: электромоторов, генераторов или трансформаторов, требуется рассчитывать электромагнитные поля. Однако, существуют сложности при использовании классических уравнений Максвелла для описания постоянных магнитов, а также процесса их намагничивания [1]. Для решения данной проблемы была применена модифицированная система уравнений Максвелла, основанная на модели механики сплошной среды с дополнительными вращательными степенями свободы [2, 3]. На основе модифицированной системы уравнений Максвелла получено решение задачи магнитостатики для катушки с сердечником. Качественно описан эффект усиления магнитного поля при добавлении в катушку сердечника.

Основная часть. Модифицированная система уравнений Максвелла [2], полученная на основе среды Коссера, имеет следующий вид:

$$-\nabla \times \boldsymbol{\varepsilon} = \beta \mathbf{B} + \mathbf{V} + \frac{d\mathbf{B}}{dt}, \quad \mathbf{V} = \frac{1}{\chi} \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{D}_m \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_c + \mathbf{J} + \frac{d\mathbf{D}}{dt}, \quad \mathbf{J} = \frac{1}{\chi} \mathbf{H} \cdot \mathbf{D}_m \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = q, \quad \nabla \cdot \mathbf{D}_m^T = Q_m \quad (3)$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}$ – напряженность электрического поля, \mathbf{D} – индукция электрического поля, \mathbf{B} – индукция магнитного поля, \mathbf{H} – напряженность магнитного поля, \mathbf{D}_m – тензор электромагнитной индукции, q – электрический заряд, Q_m – вектор магнитного заряда, \mathbf{J}_c – ток проводимости и χ – материальная константа. Для задачи магнитостатики система (1) – (3) редуцируется до двух уравнений следующего вида:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_c + \frac{1}{\chi} \mathbf{H} \cdot \mathbf{D}_m, \quad \nabla \cdot \mathbf{D}_m^T = Q_m \quad (4)$$

Система уравнений (4) применяется для моделирования магнитного поля катушки с сердечником. Решения дифференциальных уравнений ищутся в цилиндрической системе координат (r, φ, z) с базисными векторами $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_z)$. Катушка-соленоид радиуса a и магнитный сердечник ориентированы вдоль оси z и имеют бесконечную длину. На рис.1 показана общая схема расчета магнитного поля катушки с сердечником. В начале (рис.1 - 1) рассчитывается магнитное поле катушки с током \mathbf{J}_c . Далее (Рис.1 - 2) на основе закона Гаусса

^(*)Д.М. Пашковский, mr.vivivilka@icloud.com

(3) определяется тензор электромагнитной индукции \mathbf{D}_m . При этом вектор магнитного заряда \mathbf{Q}_m задается в качестве источникового члена в уравнении (3).

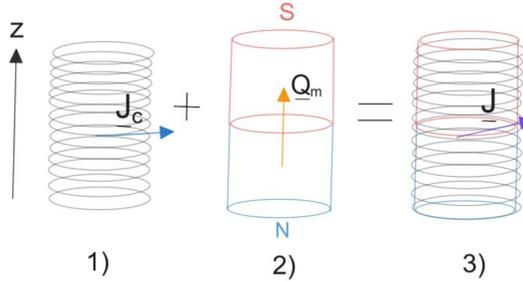


Рис. 1. Алгоритм расчета катушки с сердечником

Затем определяется эквивалентный ток \mathbf{J} на основе определяющего соотношения [2, 3]. Затем (рис.1 – 3) формулируется задача магнитостатика с током \mathbf{J} . Далее рассматривается каждый из этапов более подробно:

1) *Определение магнитного поля катушки.* Для этого находится решение \mathbf{H}_0 уравнения магнитостатики следующего вида:

$$\nabla \times \mathbf{H}_0 = \mathbf{J}_c, \quad \nabla \cdot \mathbf{H}_0 = 0 \quad (5)$$

Решение \mathbf{H}_0 и ток \mathbf{J}_c записываются следующим образом:

$$\mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_r(r)\mathbf{e}_r + \mathbf{H}_\varphi(r)\mathbf{e}_\varphi + \mathbf{H}_z(r)\mathbf{e}_z, \quad \mathbf{J}_c = I_\varphi \delta(r-a)\mathbf{e}_\varphi + I_z \delta(r-a)\mathbf{e}_z \quad (6)$$

В результате решения уравнения (5) с учетом (6) получено следующее решение для катушки:

$$\mathbf{H}_0 = \frac{D_1}{r} \mathbf{e}_r + (D_2 + aI_z \theta(r-a)) \frac{1}{r} \mathbf{e}_\varphi - I_\varphi \theta(r-a) \mathbf{e}_z \quad (7)$$

где D_1, D_2 – константы интегрирования.

2) *Определение тензора \mathbf{D}_m для постоянного магнита.* Для этого используется тензорная декомпозиция Гельмгольца [4]:

$$\mathbf{D}_m^T = \nabla \times \mathbf{\Pi} + \nabla \mathbf{\Phi}, \quad \nabla \cdot \mathbf{\Pi} = 0 \quad (8)$$

где $\mathbf{\Pi}$ – тензорный потенциал, $\mathbf{\Phi}$ – векторный потенциал. Далее выражение (8) подставляется в уравнение (4):

$$\nabla \cdot \mathbf{D}_m^T = \nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{\Pi}) + \nabla \cdot \nabla \mathbf{\Phi} = \Delta \mathbf{\Phi} \Rightarrow \Delta \mathbf{\Phi} = \mathbf{Q}_m \quad (9)$$

Векторный потенциал $\mathbf{\Phi}$ и вектор магнитного заряда \mathbf{Q}_m рассматриваются в следующей форме:

$$\mathbf{\Phi} = \Phi_r(r, z)\mathbf{e}_r + \Phi_z(r, z)\mathbf{e}_z = z \Phi_1(r)\mathbf{e}_r + z \Phi_2(r)\mathbf{e}_z, \quad \mathbf{Q}_m = \alpha z \mathbf{e}_r + \beta z \mathbf{e}_z \quad (10)$$

Вектор магнитного заряда \mathbf{Q}_m считается источником для уравнения (9). В результате решения векторного уравнения Пуассона $\Delta \mathbf{\Phi} = \mathbf{Q}_m$ (9) с учетом (10) получен следующий векторный потенциал $\mathbf{\Phi}$:

$$\mathbf{\Phi} = z \left[\frac{\alpha A_1}{r} + A_2 r \right] \mathbf{e}_r + z [\beta C_1 \ln(r) + C_2] \mathbf{e}_z \quad (11)$$

где A_1, A_2, C_1, C_2 – константы интегрирования. Тензор электромагнитной индукции \mathbf{D}_m определяется на основе выражения для векторного потенциала Φ следующим образом:

$$\mathbf{D}_m = (\nabla\Phi)^T \quad (12)$$

3) *Определение магнитного поля катушки с сердечником.* Эквивалентный ток J рассчитывается на основе определяющего соотношения [2]:

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\chi} \mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{D}_m \quad (13)$$

Для катушки с сердечником записывается уравнения магнитостатики:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} = \frac{1}{\chi} \mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{D}_m, \quad \nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (14)$$

где магнитное поле \mathbf{H} ищется в следующем виде:

$$\mathbf{H} = H_r(r)\mathbf{e}_r + H_\varphi(r, z)\mathbf{e}_\varphi + H_z(r, z)\mathbf{e}_z \quad (15)$$

В результате решения уравнения (14) получены компоненты магнитного поля \mathbf{H} :

$$H_r(r) = \frac{\xi}{r} + \Gamma r + \frac{\alpha A_1 I_z \theta(r-a)}{2\chi} \left[\frac{1}{2r} + \frac{r}{2a} + \frac{\log(a)}{r} - \frac{\log(r)}{r} \right] - \frac{\alpha A_1 D_2 \log(r)}{2\chi r} + \frac{A_2 D_2 r \log(r)}{2\chi} + \frac{\alpha A_2 I_z \theta(r-a)}{2\chi} \left[\frac{\alpha^2}{2r} - \frac{r}{2} - r \log(a) + r \log(r) \right], \quad (16)$$

$$H_\varphi(r, z) = \frac{\beta C_1 \theta(r-a) z^2}{2r} - \frac{\beta I_\varphi C_1 \theta(r-a)}{2\chi} \left[\frac{a^2 C_1}{2r} - \frac{a^2 \log(a)}{r} - \frac{r}{2} + r \log(r) \right] + \frac{C_2 I_\varphi \theta(r-a)}{2\chi} \left[\frac{a^2}{r} - r \right] + \frac{\gamma}{r}, \quad H_z(r, z) = \frac{z^2}{\chi} \frac{\beta C_1}{2r} I_\varphi \theta(r-a) \quad (17)$$

где ξ, γ, Γ – константы интегрирования.

Заключение. Получено аналитическое решение задачи магнитостатики для катушки с сердечником на основе модифицированной системы уравнений Максвелла. При сравнении решения (7) и решения для катушки с сердечником (16), качественно наблюдается усиление магнитного поля. Для количественного сравнения решений требуется определить физические параметры в определяющих соотношениях для \mathbf{Q}_m и \mathbf{J} .

ЛИТЕРАТУРА

1. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Том 5. Электричество и магнетизм. – 1977.
2. Ivanova E.A. On a new theory of the Cosserat continuum with applications in electrodynamics // Recent Approaches in the Theory of Plates and Plate-Like Structures. – 2022. – С. 75-87.
3. Ivanova E.A. Modeling of physical fields by means of the Cosserat continuum // ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. – 2023. – Т. 103. – №. 4. – С. e202100333.
4. Dassios G., Lindell I.V. On the Helmholtz decomposition for polyadics // Quarterly of Applied Mathematics. – 2001. – Т. 59. – №. 4. – С. 787-796.

СВЯЗАННАЯ ЗАДАЧА ХЕМОМЕХАНИКИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ФРОНТА ХИМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ

Введение. В работе исследуется связанная задача распространения локализованного фронта химической реакции между диффундирующими и упругим компонентами. Напряжения влияют на скорость распространения фронта химической реакции, а перемещение фронта, сопровождающееся собственной деформацией превращения, приводит к возникновению механических напряжений, которые зависят от положения фронта. Для описания влияния на кинетику распространения фронта реакции используется модель, согласно которой скорость фронта определяется нормальной компонентой тензора химического сродства. Выражение для ее определения было получено как следствие фундаментальных законов и второго закона термодинамики в виде неравенства Клаузиуса–Дюгема (см. обзор [1] и приведенный в нем список литературы).

Ранее подобные задачи были решены в предположении квазистационарной диффузии, проходящей только через превращенный материал, см., напр., [2]. В данной работе ставится начально-краевая осесимметричная задача, особенностями которой являются учет нестационарности диффузии, рассмотрение этапа накопления диффундирующего компонента, предшествующего началу реакции, а также рассмотрение трех постановок задачи для разных условий на фронте реакции в зависимости от использования или не использования в реакции не только подводимого, но и накопленного диффундирующего компонента на этапе предварительного распространения фронта реакции. Проведено сравнение результатов, полученных в нестационарной и квазистационарной постановках задачи диффузии.

Постановка задачи. Исследуется начально-краевая задача распространения осесимметричного фронта химической реакции в упругом цилиндре (рис. 1). Реакция протекает на локализованном фронте радиуса R_f и поддерживается диффузией компонента B_* через область, занятую превращенным веществом B_+ . Диффундирующий компонент подводится в область превращенного материала через внешнюю поверхность радиуса R и полностью поглощается химической реакцией на фронте R_f (рис. 1).

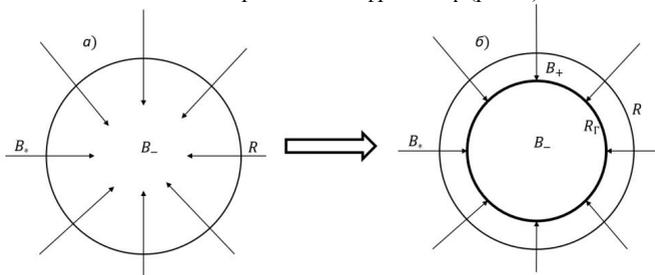


Рис. 1. Этапы распространения фронта химической реакции: а) первоначальное накопление диффундирующего компонента; б) распространение фронта реакции

Выделяется два этапа химической реакции. На первом этапе происходит первоначальное накопление диффундирующего компонента B_* в исходном материале B_- ,

^(*) И.А. Рублев, ilya_rublev@mail.ru

которое происходит вплоть до достижения на внешней границе R критического значения концентрации диффундирующего компонента, равного равновесной концентрации c_{eq} . Эта величина зависит от напряжений, порождаемых деформацией превращения и внешней нагрузкой. На втором этапе происходит отщепление и распространение фронта реакции, поддерживаемое диффузией B_* через превращенный материал.

Постановка задачи, помимо уравнения механического равновесия с граничными условиями, включающими условия непрерывности усилия и перемещения на распространяющемся фронте реакции, и определяющими соотношениями твердых компонентов реакции, учитывающими деформацию превращения, включает в себя следующие уравнения:

- уравнение диффузии, соответствующее закону Фика: $\partial c_{\pm} / \partial t = D \Delta c_{\pm}$, где c_{\pm} – концентрация диффундирующего компонента, D – коэффициент диффузии;
- граничное условие диффузии через внешнюю поверхность тела: $D \underline{N} \cdot \nabla c_+ + \alpha (c_+(R, t) - c_*) = 0$, где α – коэффициент переноса, N – вектор нормали к границе, c_* – растворимость B_* в B_+ ;
- начальное условие – отсутствие диффундирующего компонента в теле в начальный момент времени.

Для второго граничные условия в области вещества B_+ и B_- на фронте химической реакции рассматриваются в трех постановках:

- **Случай А:** Диффузия через непревращенный материал не происходит

$$D \underline{N} \cdot \nabla c_+ + \left(1 + \frac{n_- M_-}{\rho_-} c_+\right) \omega(N) = 0, \quad c_- = 0$$

- **Случай В:** Диффузия происходит как через превращенный, так и через непревращенный материалы, но запасенный диффундирующий компонент, находящийся в области непревращенного материала, не учитывается в кинетическом уравнении

$$D \underline{N} \cdot \nabla c_+ + \left(1 + \frac{n_- M_-}{\rho_-} c_+\right) \omega(N) = 0, \quad D \underline{N} \cdot \nabla c_- + \frac{n_- M_-}{\rho_-} c_- \omega(N) = 0$$

- **Случай С:** Диффузия происходит через превращенный и непревращенный материалы, и диффундирующий компонент в непревращенном материале, влияет на скорость фронта, а также со стороны непревращенного материала, т.е. концентрации с обеих сторон суммируются.

$$D \underline{N} \cdot \nabla c_+ + \left(1 + \frac{n_- M_-}{\rho_-} (c_+ - c_-)\right) \omega(N) = 0, \quad D \underline{N} \cdot \nabla c_- = 0$$

В вышеприведенных формулах $\omega(N) = k_* c \left\{1 - \exp\left(-\frac{A_{NN}}{RT}\right)\right\}$ – скорость химической реакции, A_{NN} – нормальная компонента тензора химического сродства, T – температура, R – универсальная газовая постоянная, k_* – константа скорости реакции. В случае малых деформаций и линейно-упругих компонентов реакции нормальная компонента тензора сродства может быть представлена в виде [2]:

$A_{NN} = \frac{n_- M_-}{\rho_-} (\gamma + w_- - w_+ + \langle \sigma \rangle : \llbracket \varepsilon \rrbracket) + RT \ln \frac{c}{c_*}$, где $\langle \sigma \rangle = 1/2 (\sigma_+ + \sigma_-)$ – среднее

арифметическое напряжений на фронте, $\llbracket \varepsilon \rrbracket = \varepsilon_+ - \varepsilon_-$ скачок деформаций, w_{\pm} – объемные плотности энергии деформаций твердых компонентов, γ – комбинация химических энергий компонентов реакции, M_- и ρ_- – молярная масса и плотность вещества B_- , n_- – стехиометрический коэффициент. Также была введена равновесная концентрация c_{eq} такая, что при имеющемся напряженно-деформированном состоянии $A_{NN} = 0$. Тогда выражения для скорости реакции $\omega(N)$ и скорости фронта W можно представить в виде: $\omega(N) = k_* (c(R_T) - c_{eq})$ и $W = \frac{n_- M_-}{\rho_-} \omega(N) = \frac{n_- M_-}{\rho_-} k_* (c(R_T) - c_{eq})$, где

напряжения влияют на скорости через c_{eq} . Для Случая А и В $c(R_\Gamma) = c_+(R_\Gamma)$, а для Случая С $c(R_\Gamma) = c_+(R_\Gamma) + c_-(R_\Gamma)$.

Результаты. В ходе решения задачи были выделены две стадии реакции - начальная стадия, предшествующая реакции, и стадия распространения фронта реакции. Определено время начала реакции. Было подчеркнуто, что напряжения, возникающие в результате расширения объема, сопровождающего реакцию, могут замедлять и блокировать распространение фронта реакции. Можно сделать следующие выводы:

- Если диффузия может происходить через непревращенный материал, то время начала реакции увеличивается с ростом коэффициента диффузии, так как диффузия отводит вещество от фронта реакции, однако наблюдается немонотонность зависимости времени начала реакции от диффузии, которая становится более значительной при больших значениях равновесной концентрации. При больших значениях диффузии время начала практически не зависит от коэффициента диффузии.
- Если диффузия происходит как через превращенный, так и через непревращенный материал, то участие в реакции диффундирующих частиц, накопившихся до прихода фронта, может привести к значительному увеличению скорости фронта реакции по сравнению со случаем диффузии только в трансформированном материале.
- Увеличение коэффициентов диффузии и переноса приводит к увеличению скорости фронта реакции. При больших значениях коэффициентов зависимости скорости от положения фронта реакции практически совпадают. Это количественно демонстрирует, как распространение фронта начинает контролироваться скоростью химической реакции при больших коэффициентах диффузии и переноса.
- Учет нестационарности диффузии приводит к переходному процессу увеличения скорости фронта, который отсутствует в квазистационарной формулировке.

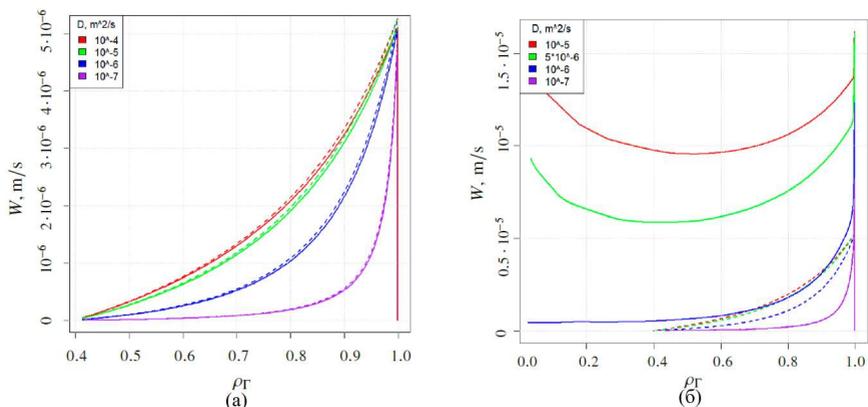


Рис. 2. Зависимость скорости фронта от положения фронта: при различных значениях коэффициента диффузии. Сплошные и пунктирные линии соответствуют нестационарной (Случай А – (а), Случай С – (б)) и квазистационарной формулировкам задачи диффузии соответственно

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации для ИПМаш РАН (тема № 124041500009-8).

ЛИТЕРАТУРА

1. Freidin A. B., Vilchevskaya E. N. Chemical affinity tensor in coupled problems of mechanochemistry. In: Encyclopedia of Continuum Mechanics. Altenbach H., Öchsner A. (eds) Springer, Berlin, Heidelberg, 2019.

УДК 531.39

Е.А. Садовченко, Е.Ю. Витохин
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ВОДОСБРОСА ПРИ ДЕЙСТВИИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ОПИСАНИЯ

Введение. В современном мире гидротехнические сооружения играют важную роль. Данные объекты служат не только для защиты городов от затоплений прилегающих к побережью территорий, но и способствуют выработке электроэнергии, преобразуя энергию напора жидкости. Для избежания техногенных аварий и катастроф, необходимо контролировать эксплуатационное состояние. Одним из способов контроля является создание математических и конечно-элементных моделей, которые позволят оценить максимальные нагрузки на основе водосброса, спрогнозировать будущие состояния модели и протестировать различные режимы работы.

Цель работы. Целью настоящей работы является определение скорости движения потока жидкости и анализ напряженно-деформированного состояния водосброса Ита, находящегося на реке Уругвай в Бразилии, при действии гидродинамической нагрузки и сил гравитации.

Постановка задачи. В механике сплошных сред существует два способа описания моделей. При решении задачи будет использоваться связанный Эйлерово – Лагранжевый анализ. Его преимуществом является возможность описывать несколько материалов в одной модели, которые имеют разную степень деформации. Лагранжево описание применимо для геометрии водосброса, такая сетка привязана к материальным точкам и при деформации объекта, деформируется вместе с ним. Использование материального описания для жидкости невозможно, поскольку при чрезмерном искажении сетки будут возникать численные проблемы. Жидкость будет иметь Эйлерову сетку и находится в соответствующей Эйлеровой области. Она необходима в тех случаях, когда требуется реализовать течение материала. Данная сетка останется неизменной, поскольку материал деформируется внутри заранее выделенной области, узлы которой зафиксированы в пространстве.

Напряженно-деформированное состояние водосброса описывается с помощью классической теории упругости [1]. Запишем уравнение динамики сплошной среды:

$$\nabla \cdot \sigma + \rho f = \rho \ddot{\mathbf{u}} \quad (1)$$

где $\sigma = \lambda \theta \mathbf{E} + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon}$ – тензор напряжения, ρf – вектор объемных сил, \mathbf{u} – вектор перемещений, $\lambda = 2\mu \frac{\nu}{1-\nu}$ – коэффициент Ламе, $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ – модуль сдвига, E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона, \mathbf{E} – единичный тензор, $\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \mathbf{u} \nabla)$ – тензор малых деформаций, $\theta = \mathbf{E} : \boldsymbol{\varepsilon} = \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon})$ – коэффициент объемного расширения.

В качестве граничных условий рассматривается ограничение на перемещения в направлении нормалей на соответствующих плоскостях.

Движение воды описывается с помощью основных дифференциальных уравнений динамики вязкой несжимаемой жидкости:

^(*) Е.А. Садовченко, sea23052001@mail.ru

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = \nu \Delta \mathbf{V} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{F} \quad \#(2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad \#(3)$$

Контакт между Эйлеровой и Лагранжевой областью реализован с помощью метода погруженных границ [2]. Данный метод используется для рассмотрения связи деформации конструкции и потока жидкости. Основная особенность данного подхода заключается в том, что вводятся две отдельные сетки для расчета течения жидкости и для расчета параметров погруженной границы. Взаимодействие жидкости и границы описывается следующими уравнениями:

$$f(x, t) = \int_{\Omega} F(q, r, s, t) \delta(x - X(q, r, s, t)) dq dr ds \quad \#(4)$$

$$\frac{\partial X(q, r, s, t)}{\partial t} = u(X(q, r, s, t), t) = \int_{\Omega} u(x, t) \delta(x - X(q, r, s, t)) dx \quad \#(5)$$

где f, u, x — описывают течение жидкости с координатами $(x, y, z) \in U$, а F, U — переменные, описывающие состояние погруженной границы с координатами $(q, r, s) \in \Omega$.

Результаты. Построенные модели позволяют оценить не только НДС водосброса, но и скорость потока жидкости. Скорость в горизонтальном направлении потока жидкости в начальный момент времени резко увеличивается, это связано с тем, что жидкость заполняет не всю область перед затвором, но далее ее движение выравнивается. Максимальная скорость потока вдоль положительной оси X достигает порядка 25 м/с. В вертикальном направлении наблюдается схожая картина. В начале водосброса уклон вдоль бычков имеет больший угол, чем лоток водосброса. Именно поэтому там возникает повышенная скорость в отличие от общей картины. Наибольшая скорость потока вдоль отрицательной оси Y достигает порядка 20 м/с.

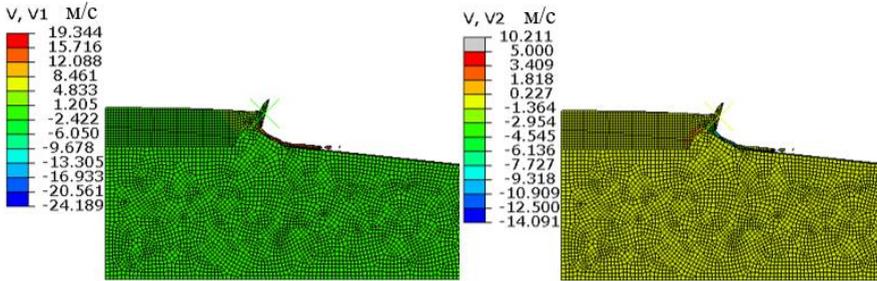


Рис. 1. а) Скорость в горизонтальном направлении потока в момент времени $t = 5$ с;
б) Скорость в вертикальном направлении потока в момент времени $t = 5$ с

Анализируя график зависимости перемещений от времени, представленный на рис.2, видно, что максимальные смещения не превосходят 3 мм, что является нормой для гидротехнических сооружений. Осадка водосброса на данные значения допустима. Перемещения вдоль оси X и Z имеют колебательный характер. В вертикальном направлении перемещения всюду отрицательны, это вызвано тем, что силы действуют вдоль оси Y . Колебания по оси Z возникают из-за повышенной нагрузки на серединный бычок, там наблюдается несимметричность сил, в связи с тем, что один затвор поднят, а другой закрыт.

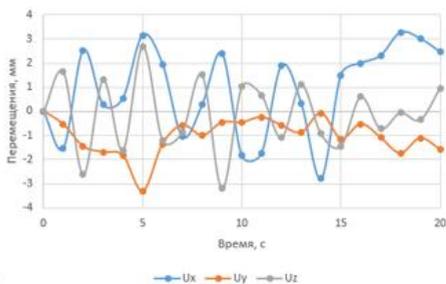
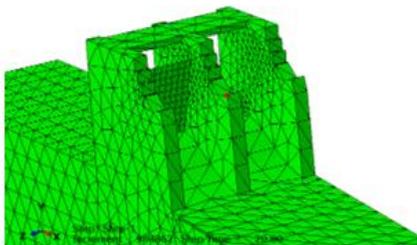


Рис. 2. а) Расположение контрольной точки для измерения перемещения;
б) Зависимость перемещений на срединном бычке от времени

Исходя из графиков, представленных на рис. 3, можно увидеть, что в начальный момент времени в рассматриваемых элементах возникает скачок напряжений. Это вызвано тем, что жидкость в трехмерной модели находится на определенном расстоянии от затворов и действует как небольшая ударная волна. Далее напряжения начинают увеличиваться до тех пор, пока поток не установится. Особый интерес представляют возникающие растягивающие напряжения, поскольку прочность бетона на растяжение меньше, чем на сжатие.

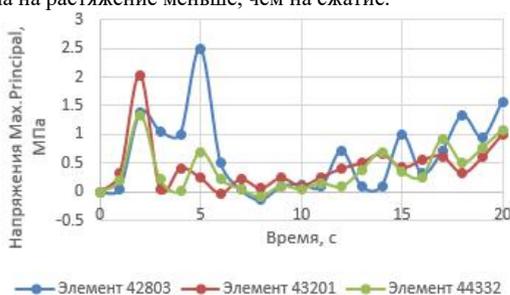
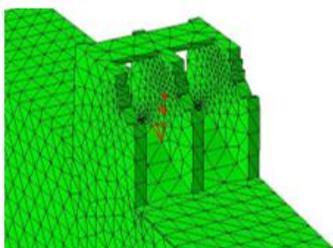


Рис. 3. а) Расположение контрольных элементов для измерения напряжений;
б) Зависимость напряжений на срединном бычке от времени

Табл. 1. Прочность бетона марки В25

Класс бетона	Вид нагрузки	
	Сжатие осевое, МПа	Растяжение осевое, МПа
В25	18,5	2,6

В некоторые моменты времени растягивающие напряжения превышают допустимые значения. Увеличить прочность бетона возможно с помощью армирования [3] или добавления определенных примесей в бетон. Таким образом, можно считать, что прочность конструкции водосброса при рассмотренных гидродинамических нагрузках обеспечена.

Заключение. В рамках проделанной работы построена конечно-элементная модель системы «водосброс-основание» на примере реального объекта. Произведен расчет и анализ НДС системы «водосброс - скальное основание - водная среда» с помощью связанного пространственного и материального описания. Сделаны выводы о прочности конструкции водосброса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Новацкий В. Теория упругости: учебное пособие. – М.: Издательство «Мир», 1975. – 872 с.
2. Benson, D.J. Contact in a Multi-Material Eulerian Finite Element Formulation // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2004. Vol. 193, P. 4277–4298.
3. Армирование бетонных конструкций / под ред. В.И. Гришина, А.Ф. Карелина. Москва: Стройиздат, 2003.

УДК 539.38, 539.52

А.А. Семенова, А.И. Грищенко
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МАТРИЦЫ ПЛАСТИЧЕСКИХ МОДУЛЕЙ МИКРОСТРУКТУРНЫХ МОДЕЛЕЙ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ МОНОКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ СПЛАВОВ

Введение. Жаропрочные монокристаллические сплавы на никелевой основе находят широкое применение при изготовлении рабочих и направляющих лопаток газотурбинных двигателей последних поколений. Данные сплавы обладают ярко выраженной анизотропией физико-механических свойств, высокими показателями кратковременной и длительной прочности. Лопатки, изготовленные из монокристаллических сплавов подвергаются значительным термомеханическим воздействиям, приводящим к упруго-пластическому деформированию.

Целью данной работы является исследование и устранение причин потери сходимости итерационной процедуры метода Ньютона при определенных кристаллографических ориентациях (КГО) лопаток и анизотропии упругих модулей. Для этого производится спектральный анализ матрицы пластических модулей микроструктурных моделей упругопластического деформирования

Определяющие уравнения. При использовании микромеханических моделей материала [1-3] предполагается, что пластическое течение осуществляется как результат возможного скольжения в активных системах скольжения (СС), характеризуемых нормалью к α -ой плоскости скольжения \mathbf{n}^α и направлением скольжения \mathbf{l}^α ($\alpha = 1, \dots, N$).

Монокристаллические сплавы на никелевой основе имеют кубическую ГЦК решетку, для которой насчитывается двенадцать октаэдрических СС вида $\{111\}\langle 011 \rangle$ и шесть кубических СС вида $\{001\}\langle 011 \rangle$.

Тензор пластических деформаций в инфинитезимальном случае вычисляется на основе соотношений [2-4]:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \sum_{\alpha=1}^{N_{act}} \dot{\lambda}^\alpha (\boldsymbol{\tau}^\alpha) \text{sign } \tau^\alpha \mathbf{P}^\alpha, \quad \boldsymbol{\tau}^\alpha = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{P}^\alpha, \quad (1)$$

где $\mathbf{P}^\alpha = \frac{1}{2}(\mathbf{n}^\alpha \mathbf{l}^\alpha + \mathbf{l}^\alpha \mathbf{n}^\alpha)$ – тензор Шмида, N_{act} – число активных СС. Множители $\dot{\lambda}^\alpha$ для упругопластической модели вычисляются на основе уравнения:

$$f^\alpha = |\boldsymbol{\tau}^\alpha - X^\alpha| - R^\alpha - \tau_0 = 0. \quad (2)$$

Внутренние переменные, характеризующие нелинейное изотропное и нелинейное кинематическое упрочнение, определяются равенствами [2-4]:

$$R^\alpha = bQ \sum_{\beta} h^{\alpha\beta} r^\beta, \quad \dot{r}^\alpha = (1 - br^\alpha) \dot{\lambda}^\alpha \text{sign } \tau^\alpha, \quad X^\alpha = Cx^\alpha, \quad \dot{x}^\alpha = [1 - Dx^\alpha \text{sign } \tau^\alpha] \dot{\lambda}^\alpha. \quad (3)$$

Система уравнений для определения $\dot{\lambda}^\beta$ получается следствием подстановки уравнений (1) и (3) в продифференцированное уравнение (2)

^(*) А.А. Семенова, semenova.alisa@gmail.com

$$\sum_{p=1}^N [\delta_{ap} C + \mathbf{P}^a \cdot \cdot \cdot \mathbf{D} \cdot \cdot \cdot \mathbf{P}^b \text{sign} \tau^a \text{sign} \tau^b] \lambda^b = \mathbf{D} \cdot \mathbf{P}^a \cdot \cdot \cdot \text{sign} \tau^a, \quad (4)$$

где матрица пластических модулей

$$g_{ap} = \delta_{ap} C + \mathbf{P}^a \cdot \cdot \cdot \mathbf{D} \cdot \cdot \cdot \mathbf{P}^b \text{sign} \tau^a \text{sign} \tau^b \quad (5)$$

определяет условия и точность вычисления пластических множителей λ^b , а также в значительной степени сходимость итерационных процедур.

Спектральный анализ матрицы g_{ap} . Для случая кубической сингонии тензор упругих модулей имеет вид:

$$\mathbf{D} = \lambda^4 \mathbf{C}_I + \mu (\mathbf{C}_{II} + \mathbf{C}_{III}) + a \sum_{i=1}^3 \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i, \quad (6)$$

$$\text{где } \lambda = \frac{\nu E}{(1-2\nu)(1+\nu)}, \quad \mu = G, \quad a = \frac{E}{1+\nu} - 2G.$$

В этом случае матрица g_{ap} имеет следующую структуру:

$$g_{ap} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 6\mu + 2a + 6C & 3\mu + a & \mu + a & 3\mu + a & 2\mu + 2a & \mu + a \\ 3\mu + a & 6\mu + 2a + 6C & 2\mu + 2a & \mu + a & \mu + a & 3\mu + a \\ \mu + a & 2\mu + 2a & 6\mu + 2a + 6C & 3\mu + a & 3\mu + a & \mu + a \\ 3\mu + a & \mu + a & 3\mu + a & 6\mu + 2a + 6C & \mu + a & 2\mu + 2a \\ 2\mu + 2a & \mu + a & 3\mu + a & \mu + a & 6\mu + 2a + 6C & 3\mu + a \\ \mu + a & 3\mu + a & \mu + a & 2\mu + 2a & 3\mu + a & 6\mu + 2a + 6C \end{bmatrix} \quad (7)$$

Собственные числа матрицы g_{ap} могут быть найдены аналитически:

$$q_1 = C, \quad q_{2,3} = C + \mu, \quad q_{4,5} = C + \frac{2\mu + a}{3}, \quad q_6 = C + 4 \frac{2\mu + a}{3}. \quad (8)$$

Число обусловленности матрицы g_{ap} определяется выражением:

$$\text{cond}(g_{ap}) = \frac{\max(q_i)}{\min(q_i)} = \begin{cases} \frac{q_6}{q_1} = 1 + \frac{4}{3} \frac{E}{(1+\nu)C}, & \text{если } \mu \leq \frac{4}{3} \frac{E}{1+\nu} \\ \frac{q_2}{q_1} = \frac{C + \mu}{C}, & \text{если } \mu > \frac{4}{3} \frac{E}{1+\nu} \end{cases} \quad (9)$$

Для изотропного материала с $\mu = E/2(1+\nu)$ работает только первая строка (9). Для анизотропного материала (6) при изменении модуля сдвига μ возможна смена режимов вычисления числа обусловленности и его резкий рост (рис. 1).

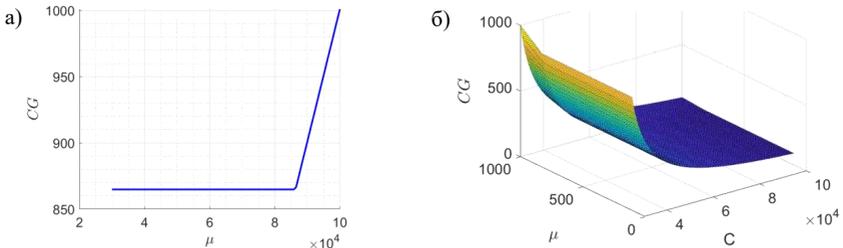


Рис. 1. Зависимость числа обусловленности от: а) модуля сдвига μ (переход от 1 ко 2 условию в (9) при $\mu = 0.86$ ГПа); б) модуля сдвига и модуля кинематического упрочнения

Для улучшения сходимости были использованы методы решения системы (4) на основе выбора максимального диагонального элемента, а также аналитические варианты инверсии матрицы $g_{\alpha\beta}$, имплементированные в КЭ комплексе PANTOCRATOR [5].

Результаты вычислительных экспериментов. С использованием разработанных методов был решен ряд нелинейных краевых задач, в которых возникают неоднородные поля напряжений, что приводит к возникновению зон с различными доминирующими СС. В качестве примера на рис. 2а показаны зоны доминирующих СС для задачи об одноосном растяжении в вертикальном направлении пластины с отверстием. Номера СС и направления представлены на рис. 2б. Напряженное состояние и форма зон пластичности чувствительны к КГО пластины (рис. 3).

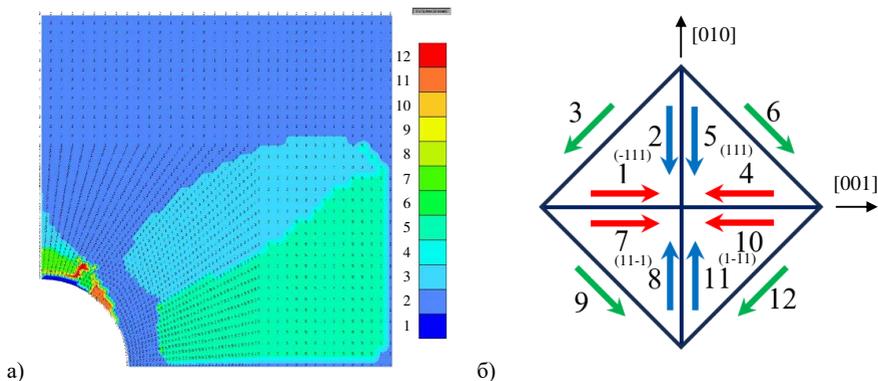


Рис. 2. а) Зоны доминирования различных СС для пластины с отверстием КГО [001], б) направления скольжения для 12 СС

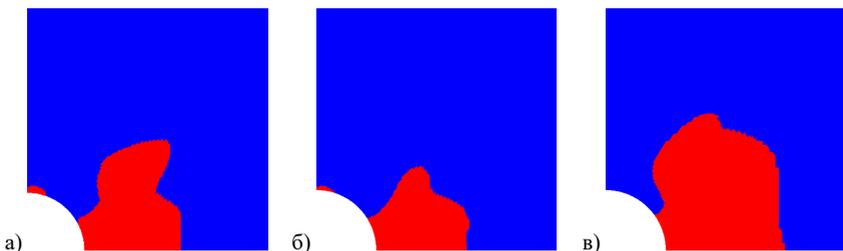


Рис. 3. Зоны пластичности при нагрузке 250 МПа для ориентации пластины: а) [001]; б) [011]; в) [111]

Выводы. Произведен спектральный анализ матрицы пластических модулей, найдена аналитическая зависимость числа обусловленности от параметров материала. Получены распределения полей доминирующих СС. Исследовано влияние уровня нагрузки и КГО пластины с отверстием на размер и форму зон пластичности. Полученные результаты могут быть использованы при анализе напряженного состояния монокристаллических лопаток.

ЛИТЕРАТУРА

1. Трусов П.В., Швейкин А.И. Многоуровневые модели моно- и поликристаллических материалов: теория, алгоритмы, примеры применения. — Новосибирск: Издательство СО РАН, – 2019. – 605 с.

2. Семенов А.С., Грищенко А.И., Колотников М.Е., Гецов Л.Б. Конечно-элементный анализ термодинамической прочности лопаток газовых турбин. Часть 1. Модели материала, критерии разрушения, идентификация параметров // Вестник УГАТУ. – 2019, – Vol. 23, №1 (83), – P. 70-81.
3. Meric L., Poubanne P., Cailletaud G. Single crystal modelling for structural calculations: Part I — Model presentation // J. Engng. Mater. Techn. – 1991. – Vol. 113 – P. 162.
4. Семенов А.С., Беляев М.О., Грищенко А.И. Моделирование процесса возникновения овальности поперечного сечения образцов из монокристаллических жаропрочных никелевых сплавов при растяжении // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2017. № 2. – С. 153-177.
5. Семенов А.С. PANTOCRATOR – конечно-элементный программный комплекс, ориентированный на решение нелинейных задач механики // Труды V Межд. конф. «Научно-технич. проблемы прогнозир. надежн. и долговечн. констр. и методы их решения». СПб.: Изд-во СПбГПУ. – 2003. – С. 466–480.

УДК 539.3, 537.226.4

Н.В. Скутин, А.С. Семенов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИСТЕРЕЗИСНОГО ПОВЕДЕНИЯ СЕГНЕТОЭЛЕКТРОУПРУГИХ МАТЕРИАЛОВ С УЧЕТОМ МОНОКЛИННОЙ ФАЗЫ

Введение. Сегнетоэлектрики/сегнетоэластики получили широкое применение в области микроэлектроники (сенсоры, актуаторы, микромоторы, элементы памяти и т.п.) благодаря своим уникальным свойствам, одним из которых является наличие спонтанной поляризации ниже температуры Кюри. Детальное описание поведения данного класса материалов является весьма актуальным для практики. Особый интерес вызывает изучение недавно экспериментально обнаруженной моноклинной фазы [1]. В данном исследовании предлагается микроструктурная модель для описания моноклинной фазы M_A , являющейся переходной между тетрагональной и ромбоэдрической фазами (рис. 1 и 2).

Целью данной работы является исследование гистерезисного поведения сегнетоэластичного материала в моноклинной фазе M_A , а также его сравнение с гистерезисным поведением пьезокерамики в ромбоэдрической и тетрагональной фазах.

Микроструктурная модель сегнетоэластичного материала, используемая в расчетах, определяется уравнениями [2-4]:

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ \mathbf{D} \end{Bmatrix} = \sum_{I=1}^N c_I \left(\begin{bmatrix} 4\tilde{\mathbf{S}}_I^E & 3\tilde{\mathbf{d}}_I^T \\ 3\tilde{\mathbf{d}}_I & \tilde{\boldsymbol{\kappa}}_I^\sigma \end{bmatrix} \circ \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ \mathbf{E} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_I^r \\ \mathbf{P}_I^r \end{Bmatrix} \right) = \left(\sum_{I=1}^N c_I \begin{bmatrix} 4\tilde{\mathbf{S}}_I^E & 3\tilde{\mathbf{d}}_I^T \\ 3\tilde{\mathbf{d}}_I & \tilde{\boldsymbol{\kappa}}_I^\sigma \end{bmatrix} \right) \circ \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ \mathbf{E} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^r \\ \mathbf{P}^r \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^r \\ \dot{\mathbf{P}}^r \end{Bmatrix} = \sum_{I=1}^N \dot{c}_I \begin{Bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_I^r \\ \tilde{\mathbf{P}}_I^r \end{Bmatrix} = \sum_{I=1}^N \sum_{J=1}^N \dot{c}^{J \rightarrow I} \begin{Bmatrix} \Delta \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{J \rightarrow I}^r \\ \Delta \tilde{\mathbf{P}}_{J \rightarrow I}^r \end{Bmatrix}, \quad \dot{c}^{J \rightarrow I} = \begin{cases} B^{J \rightarrow I} \left(\frac{G^{J \rightarrow I}}{G_c^{J \rightarrow I}} \right)^n \left(\frac{c_I}{C_0} \right)^m, & G^{J \rightarrow I} \geq 0, \\ 0, & G^{J \rightarrow I} < 0, \end{cases} \quad (2)$$

$$G^{J \rightarrow I} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \Delta \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{J \rightarrow I}^r + \mathbf{E} \cdot \Delta \tilde{\mathbf{P}}_{J \rightarrow I}^r + \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \Delta^4 \tilde{\mathbf{S}}_{J \rightarrow I}^E \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{E} \cdot \Delta^3 \tilde{\mathbf{d}}_{J \rightarrow I} \cdot \boldsymbol{\sigma} + \frac{1}{2} \mathbf{E} \cdot \Delta \tilde{\boldsymbol{\kappa}}_{J \rightarrow I}^\sigma \cdot \mathbf{E}, \quad (3)$$

где постоянные тензоры $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_I^r$ и векторы $\tilde{\mathbf{P}}_I^r$ ($I=1, \dots, N$) характеризуют спонтанную деформацию и поляризацию элементарной решетки для I -го варианта домена, ${}^4\tilde{\mathbf{S}}_I^E, {}^3\tilde{\mathbf{d}}_I, \tilde{\boldsymbol{\kappa}}_I^\sigma$ - тензоры податливости, пьезоэлектрических коэффициентов, диэлектрической проницаемости, соответствующие I -му варианту доменов, N – количество вариантов доменов ($N=6$ для

^(*) Н.В. Скутин, yt86tu@mail.ru

тетрагональной фазы, $N=8$ для ромбоэдрической, $N=14$ для моноклинной M_A), $B^{J \rightarrow I}$, $G_c^{J \rightarrow I}$, n , m , c_0 – константы материала.

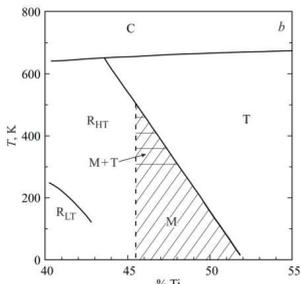


Рис. 1. Фазовая диаграмма твердых растворов ЦТС в области МФГ [5]

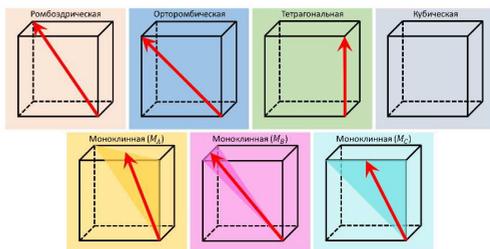


Рис. 2. Фазовое превращение перовскитных сегнетоэлектриков [6]

Для определения спонтанной деформации и поляризации моноклинной фазы M_A предлагается использовать правило смеси (приближение Рейсса):

$$\begin{Bmatrix} \tilde{\epsilon}_{M_A}^r \\ \tilde{P}_{M_A}^r \end{Bmatrix} = \alpha \begin{Bmatrix} \tilde{\epsilon}_T^r \\ \tilde{P}_T^r \end{Bmatrix} + (1-\alpha) \begin{Bmatrix} \tilde{\epsilon}_R^r \\ \tilde{P}_R^r \end{Bmatrix}, \quad (4)$$

где α – объемная доля тетрагональной фазы в смеси. В расчетах было принято: $\alpha = 0.5$, $\tilde{\epsilon}_T^r = 1.91\%$, $\tilde{\epsilon}_R^r = 0.55\%$, $\tilde{P}_T^r = 0.5$ Кл/м², $\tilde{P}_R^r = 0.5$ Кл/м² [7].

На рис. 3-8 представлены результаты КЭ моделирования с использованием пакета PANTOCRATOR [8] кривых механического, диэлектрического и электромеханического гистерезисов для монокристалла (слева) и поликристалла (справа) при нагружении вдоль направления [011]. В качестве представительного элемента поликристалла рассматривался куб, содержащий 216 кристаллитов, ориентированных случайным образом. Как для монокристалла, так и для поликристалла наблюдается значительное отличие кривых гистерезиса для различных фаз. При нагружении в направлении [001] значения деформации и поляризации при насыщении для моноклинной фазы являются максимальными, однако при нагружении вдоль направления [011] ситуация изменяется на противоположную: наибольшие уровни при насыщении показывает ромбоэдрическая фаза. Сравнивая кривые, полученные для монокристалла и поликристалла, можно заметить, что кривые схожи по форме, но отличаются шириной петель, а также значениями, которых удается достичь при одних и тех же нагрузках.

Выводы. Предложена модель необратимого деформирования и поляризации моноклинной фазы сегнетоэлектроругого материала на основе комбинации возможных направлений переключения тетрагональной и ромбоэдрической фаз. Полученные результаты указывают на существенное отличие размеров петель гистерезисов моноклинной фазы от ромбоэдрической или тетрагональной фаз, как для моно-, так и для поли-кристаллических материалов, что указывает на необходимость дальнейшего экспериментального и теоретического изучения моноклинной сегнетопъезокерамики.

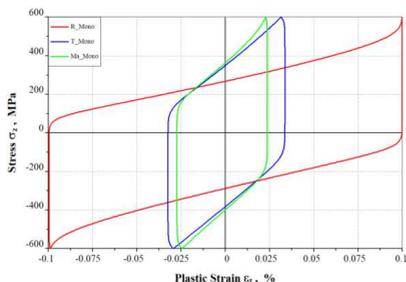


Рис. 3. Кривые *механического* гистерезиса для ромбоэдрической, тетрагональной и моноклинной фаз *монокристалла*, нагружаемого в направлении [011]

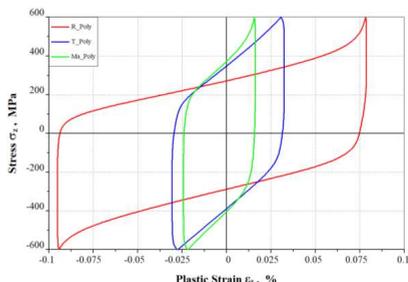


Рис. 4. Кривые *механического* гистерезиса для ромбоэдрической, тетрагональной и моноклинной фаз *поликристалла*, нагружаемого в направлении [011]

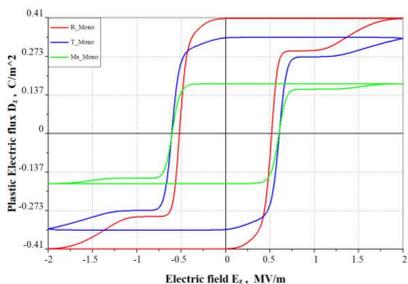


Рис. 5. Кривые *диэлектрического* гистерезиса для ромбоэдрической, тетрагональной и моноклинной фаз *монокристалла*, нагружаемого в направлении [011]

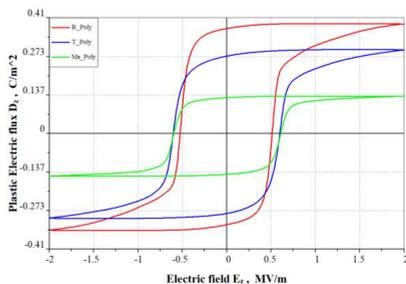


Рис. 6. Кривые *диэлектрического* гистерезиса для ромбоэдрической, тетрагональной и моноклинной фаз *поликристалла*, нагружаемого в направлении [011]

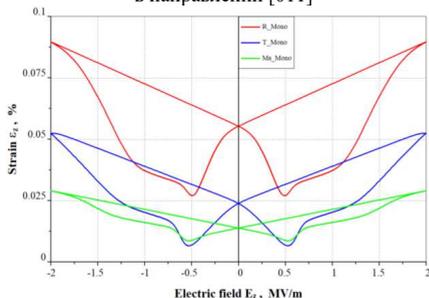


Рис. 7. Кривые *электромеханического* гистерезиса для ромбоэдрической, тетрагональной и моноклинной сингоний *монокристалла*, нагружаемого в направлении [011]

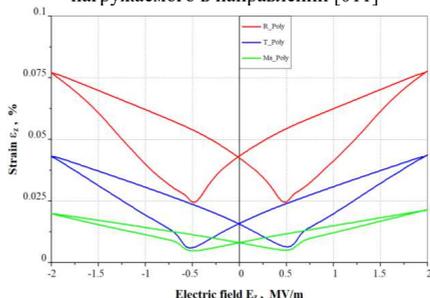


Рис. 8. Кривые *электромеханического* гистерезиса для ромбоэдрической, тетрагональной и моноклинной сингоний *поликристалла*, нагружаемого в направлении [011]

ЛИТЕРАТУРА

1. Vanderbilt D., Cohen M.H. Monoclinic and triclinic phases in higher-order Devonshire theory // Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics. – 2001. – Vol. 63. – P. 094108.
2. Семенов А.С., Бальке Х., Мельников Б.Е. Моделирование поликристаллической пьезокерамики методом конечно-элементной гомогенизации // Морские Интеллектуальные Технологии. – 2011. – №3. – С. 109-115.
3. Семенов А.С. Моделирование поведения сегнетопьезокерамики при сложном непропорциональном нагружении на основе микроструктурной модели // В сборнике: Упругость и Неупругость. Материалы Международного. научного симпозиума по проблемам механики деформируемых тел, посвященного 110-летию А.А. Ильюшина. Москва: Из-во МГУ. – 2021. – С. 512-519.
4. Семенов А.С. Микромеханическая модель поликристаллического сегнетоэластичного материала с учетом дефектов // Прикладная механика и техническая физика. – 2019. – Том 60. – №6. – С. 173-191.
5. Старицын М.В., Федосеев М.Л., Киселев Д.А., Каптелов Е.Ю., Пронин И.П., Сенкевич С.В., Пронин В.П. Сегнетоэлектрические свойства тонких пленок цирконата-титаната свинца, полученных методом высокочастотного магнетронного распыления, в области морфотропной фазовой границы // Физика твердого тела, – 2023, – Том 65, – Вып. 2. – С. 296-301.
6. Gu Y., Xue F., Lei S., Lummen T.A. Monoclinic Phases Arising Across Thermal Inter-Ferroelectric Phase Transitions // Physical Review B – Condens. Matter and Mat. Physics. – 2014. – Vol. 90. – P. 024104.
7. Семенов А.С. Микроструктурная модель сегнетоэластичного материала с учетом эволюции дефектов // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. – 2021. – Том. 14. – № 1. – С. 32–57.
8. Семенов А.С. PANTOCRATOR – конечно-элементный программный комплекс, ориентированный на решение нелинейных задач механики // Труды V Межд. конф. «Научно-технич. проблемы прогнозир. надежн. и долговечн. констр. и методы их решения». СПб.: Изд-во СПбГПУ. – 2003. – С. 466–480.

УДК 681.5

П.С. Степанов², П.Я. Стронгин¹, Л.М. Яковис¹

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет)

КОМБИНИРОВАННЫЙ МЕТОД РОБАСТНОЙ НАСТРОЙКИ ТИПОВЫХ РЕГУЛЯТОРОВ ДЛЯ МНОГОСВЯЗНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ В УСЛОВИЯХ ИНТЕРВАЛЬНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Введение. Рассматривается задача робастной настройки параметров типовых регуляторов, обеспечивающей работоспособность систем управления многомерными динамическими объектами в условиях параметрической неопределенности их математических моделей. Несмотря на то, что подавляющее большинство промышленных систем управления используют типовые законы регулирования, актуальная задача совместной настройки их параметров в условиях значительной неопределенности для широкого класса многосвязных объектов управления (ОУ) с запаздыванием является «трудной» задачей теории управления [1]. Данная работа продолжает цикл исследований, нацеленных на приближенное решение этой задачи.

Результаты. Пусть уравнения системы «объект H – регулятор W », записанные с использованием аппарата матричных передаточных функций, имеют вид

$$\mathbf{x} = \mathbf{H}(p)\mathbf{u}, \quad \mathbf{y} = \mathbf{x} + \mathbf{n}, \quad (1)$$

^(*)Л.М. Яковис, leonid@yakovis.com

$$\mathbf{u} = \mathbf{W}(p)(\mathbf{y}^* - \mathbf{y}).$$

Блок-схема соответствующей системы управления приведена на рис. 1.

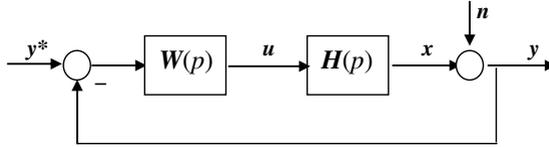


Рис. 1. Блок-схема системы управления

Рассмотрим задачу стабилизации на уровне \mathbf{y}^* выходной переменной ОУ (1) с матричной передаточной функцией $\mathbf{H}(p)$, находящегося под действием управляющих воздействий \mathbf{u} , вырабатываемых регулятором $\mathbf{W}(p)$, и неконтролируемых возмущений \mathbf{n} . Линеаризованные модели достаточно общего вида, пригодные для описания широкого круга процессов, могут быть записаны в виде передаточной матрицы $\mathbf{H}(p) = [h_{ij}(p)e^{-p\tau_{ij}}]$, которую будем в дальнейшем полагать квадратной ($i, j = \overline{1, l}$), где $h_{ij}(p)$ представляют собой устойчивые дробно-рациональные передаточные функции, а τ_{ij} - транспортные или (и) информационные запаздывания. Задача настройки многомерного ПИД-регулятора $\mathbf{W}(p) = \mathbf{A} + \mathbf{B}/p + \mathbf{C}p$ заключается в определении матричных коэффициентов \mathbf{A} , \mathbf{B} и \mathbf{C} из условия минимума того или иного показателя качества управления. На практике параметры расчетной модели могут сильно отличаться от истинных. В такой распространенной ситуации необходимо уметь настроить регуляторы так, чтобы они обеспечивали работоспособность системы при всех возможных вариациях параметров в рамках известной области неопределенности \mathbf{G} - в этом состоит суть робастного управления.

В работе [2] был предложен комбинированный метод расчета типовых регуляторов для рассматриваемого класса ОУ при известной модели, то есть при отсутствии параметрических возмущений. Суть метода состоит в том, что вектор управляющих воздействий формируется в каждый момент времени в виде линейной комбинации двух составляющих, каждая из которых представляет собой выход «порождающего» (то есть соответствующего в той или иной мере упрощенной структуре объекта) многомерного типового регулятора. Подобная комбинированная структура позволяет сочетать быстродействие автономного по каналам управления регулятора первого типа с возможностью учета перекрестных связей более «осторожным» регулятором второго типа. В данной работе комбинированный метод модифицируется с учетом интервальной параметрической неопределенности.

Для простоты изложим предлагаемую методику применительно к модели многомерного инерционного объекта с запаздыванием $h_{ij}(p) = k_{ij}e^{-p\tau_{ij}}/(T_{ij}p + 1)$. Зону неопределенности будем задавать интервалами

$$\underline{k}_{ij} \leq k_{ij} \leq \overline{k}_{ij}, \quad \underline{T}_{ij} \leq T_{ij} \leq \overline{T}_{ij}, \quad \underline{\tau}_{ij} \leq \tau_{ij} \leq \overline{\tau}_{ij}, \quad i, j = \overline{1, l}. \quad (2)$$

1. *Проверка робастной управляемости ОУ.* Для робастной управляемости ОУ рассматриваемого типа необходимо и достаточно, чтобы матрица статических коэффициентов $\mathbf{K} = \mathbf{H}(0)$ была неособенной во всех точках зоны неопределенности (2). В [3] предложен алгоритм проверки этого условия.

2. *Формирование вспомогательного регулятора $\mathbf{W}_1(p)$.* Пренебрегая перекрестными связями, рассмотрим ОУ с передаточной матрицей

$$\mathbf{H}_1(p) = \text{diag}\{k_{ii}e^{-p\tau_{ii}}/(T_{ii}p + 1)\}, \quad i = \overline{1, l}.$$

Для этого ОУ сформируем робастный типовой регулятор, воспользовавшись одной из методик для одномерных ОУ. Например, применительно к ПИ-регулятору согласно [2] придем к передаточной матрице $W_1(p) = \text{diag}\{a_{ii} + b_{ii}/p\}$, $a_{ii} = \frac{rT_{ii}}{k_{ii}\bar{\tau}_{ii}}$, $b_{ii} = \frac{r}{k_{ii}\bar{\tau}_{ii}}$, где коэффициент r зависит от критерия качества управления. В случае интегрального квадратичного критерия $r = 0.739$.

3. *Формирование вспомогательного регулятора $W_2(p)$* . Учитывая перекрестные связи в статике и пренебрегая различиями динамических свойств исходного объекта по каналам управления, рассмотрим ОУ с передаточной матрицей

$$H_2(p) = Ke^{-p\tau}/(Tp + 1), \text{ где } \tau = \max\{\bar{\tau}_{ij}\}, T = \min\{T_{ij}\}, i, j = \overline{1, l}.$$

Для этого ОУ сформируем робастный типовой регулятор по двухэтапной схеме. Вначале синтезируем робастный И-регулятор для многомерного статического ОУ с передаточной матрицей K . Учитывая, что управление в условиях значительной неопределенности требует особой осторожности, предъявим к замкнутой системе управления таким ОУ требование сверхустойчивости, выполнение которого обеспечивает экспоненциальное убывание нормы вектора выходных переменных $y(t)$ в ходе переходных процессов [1]. Задача синтеза робастного сверхустойчивого И-регулятора с максимальным запасом сверхустойчивости для статического ОУ может быть сведена к задаче линейного программирования большой размерности [4]. Возможен и более простой путь, когда И-регулятор ищется в виде $W_2(p) = \frac{\alpha}{p}\bar{K}^{-1}$, где \bar{K} – ОУ с номинальными параметрами, соответствующий центру зоны неопределенности G , а $\alpha > 0$ настраиваемый параметр. Из общих результатов работы [5] следует, что если для статического ОУ, образованного из исходного динамического объекта рассматриваемого типа исключением динамики, получен И-регулятор, обеспечивающий устойчивость замкнутой системы, то всегда найдется достаточно малое $\alpha > 0$, что замкнутая таким регулятором система с исходным динамическим ОУ будет также устойчива. На втором этапе ищется оптимальное значение α путем численного решения соответствующей минимаксной задачи $J_{\min \max} = \min_{\alpha} \max_{z \in G} J(z, \alpha)$, где J – показатель качества управления, а $z = [k, T, \tau]^T$ – вектор параметров ОУ. При этом выполняется дискретизация области неопределенности G и решается ряд задач одномерного поиска в рамках имитационного компьютерного моделирования работы динамической системы «объект H – регулятор W ». Решение может быть улучшено при использовании ПИ-регулятора $W_2(p) = (\beta + \alpha/p)\bar{K}^{-1}$ или ПИД-регулятора $W_2(p) = (\beta + \alpha/p + \gamma p)\bar{K}^{-1}$. В этом случае необходимо решать ряд задач двумерного или трехмерного поиска. В качестве начальных приближений α, β, γ можно применить формулы компенсационного метода [2].

4. *Расчет комбинированного регулятора*. В силу особенностей формирования регулятор $W_1(p)$ может оказаться слишком «сильным» (вплоть до потери устойчивости замкнутой системы), а регулятор $W_2(p)$ – слишком «слабым» (что чревато «затягиванием» переходных процессов). Для преодоления указанных недостатков предлагается комбинированный регулятор $W(p) = \rho W_1(p) + (1 - \rho)W_2(p)$, где весовой коэффициент $\rho \in [0, 1]$ определяется путем численного решения соответствующей минимаксной задачи $J_{\min \max} = \min_{\rho} \max_{z \in G} J(z, \rho)$. В качестве начального приближения ρ можно использовать формулы комбинированного метода [2], где данный весовой коэффициент рассчитывается аналитически в зависимости от тесноты перекрестных связей в исходном ОУ.

Заключение. Предложен метод субоптимальной робастной настройки параметров типовых регуляторов для многосвязных ОУ с различными запаздываниями по каналам

управления, функционирующих в условиях параметрической неопределенности. В качестве начального приближения используются аналитические соотношения. Для уточнения аналитического решения применяется компьютерное имитационное моделирование и поисковая оптимизация. Преимущество метода заключается в малой размерности задач поиска.

ЛИТЕРАТУРА

1. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Трудные задачи линейной теории управления. Некоторые подходы к решению // Автоматика и телемеханика. – 2005. – №5. – С.7–46.
2. Яковис, Л.М., Спорягин К.В. Настройка типовых регуляторов для многосвязных объектов управления // Мехатроника, Автоматизация, Управление. – 2009. – №6. – С. 55–63.
3. Яковис Л.М., Степанов П.С., Стронгин П.Я. Условия робастной управляемости в статике для многосвязных объектов // Математические методы в технологиях и технике. Научный журнал. – 2023. – №4. – С. 21–26.
4. Яковис Л.М., Стронгин П.Я. Применение линейного программирования для робастной стабилизации многосвязных объектов управления // Математические методы в технологиях и технике. Научный журнал. – 2022. – №2. – С. 7–10.
5. Маркечко М.И., Рыбашов М.В. Оптимизация квазистационарного режима в линейных системах // Автоматика и телемеханика. – 1987. – №12. – С. 55–65.

УДК 004.942, 539.3, 621.039

Р.В. Федоренко, А.В. Лукин

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

РАЗРАБОТКА УПРОЩЕННОЙ ЧИСЛЕННОЙ ПРОЦЕДУРЫ АНАЛИЗА ПРИСПОСОБЛЯЕМОСТИ ТЕРМОЦИКЛИЧЕСКИ НАГРУЖАЕМОГО СОСУДА ПОД ДАВЛЕНИЕМ

Введение. Одним из классических примеров разрушения тонкостенных сосудов под давлением является критическое накопление пластических деформаций под действием циклического изменения температур. Классическим подходом к анализу подобных событий принято считать работу [1], в которой была аналитически решена задача приспособляемости сосуда под действием комбинации механической и циклической тепловой нагрузки. В результате решения приведены выражения для границ разделения характерных зон приспособляемости.

Основным ограничением в решении классической задачи является невозможность получения аналитического решения для материала с нелинейной диаграммой деформирования (в классической задаче получено решение для упруго-идеально-пластического материала). При введении упрочнения в материал решение возможно получить только с использованием численных методов. В данной работе представлены результаты разработки компактной численной процедуры в среде Matlab для решения классической задачи Бри для материала с упрочнением.

Целью работы является создание и верификация численной процедуры для решения задачи приспособляемости сосуда под давлением в условиях термоциклического нагружения по толщине стенки.

Актуальность задачи заключается в необходимости анализа приспособляемости металлоконструкций современных высокотемпературных ядерных установок. Подобные

(*)Р.В. Федоренко, fedorenko_rv@spbstu.ru

реакторы работают при больших температурах (свыше 450°C), состоят из бетона и металлоконструкций, коэффициенты теплового расширения которых значительно отличаются, что приводит к возникновению пластических деформаций в системе под действием рабочих нагрузок. Согласно нормам [2] в реакторах допускается наличие пластических деформаций к концу жизненного цикла конструкции. Разрабатываемая процедура позволяет развить классический подход из [1] на произвольные параметры системы (вариация нагрузки, произвольная модель материала и прочее).

Базовые соотношения для построения численной процедуры. Классическая задача Бри [1] заключается в получении границ характерных зон приспособляемости сосуда под постоянным давлением в условиях циклически меняющегося градиента по толщине стенки. Решение задачи проводится в предположениях малости остальных компонент тензора напряжений по сравнению с окружными и осевыми напряжениями. В таком случае постановка задачи сводится к анализу одноосного растяжения стержня под действием градиента температур.

Как было сказано ранее, в системе введены две нагрузки – механическая (внутреннее давление на сосуд), которая остается постоянной для всех расчетных циклов, и тепловая, которая циклически меняется от нуля до некоторого амплитудного значения и обратно до нуля. Тогда окружные и осевые напряжения могут быть записаны в виде:

$$\sigma_{\theta} = \sigma_p + \sigma_b \frac{2y}{t}; \quad \sigma_z = \frac{\sigma_p}{2} + \sigma_b \frac{2y}{t}, \quad (1)$$

где σ_p – напряжения, вызванные механической нагрузкой, $\sigma_b = \frac{E\alpha_t\Delta T}{2(1-\nu)}$ – тепловые напряжения, y – координата по толщине стенки, t – толщина стенки.

В соотношении для тепловых напряжений возникает величина ΔT , которая равна разнице температур на внутренней и наружной поверхностях сосуда.

Для деформаций справедливо соотношение:

$$\varepsilon = \varepsilon_{th} + \varepsilon_{mech} = \varepsilon_{th}(y) + \varepsilon_e(y) + \varepsilon_p(y), \quad (2)$$

где $\varepsilon_{th}(y)$ – тепловая деформация, $\varepsilon_e(y)$ – упругая составляющая деформаций от механической нагрузки, $\varepsilon_p(y)$ – неупругая составляющая деформаций от механической нагрузки. При этом:

$$\varepsilon_{th} = -\frac{\alpha_t\Delta T}{2(1-\nu)} \frac{2y}{t} \quad (3)$$

Тогда, домножая соотношение (2) на модуль Юнга, получим:

$$\sigma(y) = E\varepsilon - E\varepsilon_p(y) + \sigma_b \frac{2y}{t} \quad (4)$$

Учет упрочнения в системе. Базовый подход Бри из [1] использует упруго-идеально-пластическую модель материала, которая в ряде случаев допускает аналитическое решение. При этом учет упрочнения значительно изменяет характер приспособляемости конструкций под действием циклических нагрузок [3]. В разрабатываемой процедуре для удобства записи используется модель Рамберга-Озгуда для описания неупругого участка диаграммы деформирования:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha \frac{\sigma_0}{E} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \quad (5)$$

Тогда полная диаграмма деформирования может быть записана следующим образом:

$$\varepsilon = \begin{cases} \varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}, & (\sigma \leq \sigma_{prop}) \\ \varepsilon_e + \varepsilon_p = \frac{\sigma}{E} + \alpha \frac{\sigma_0}{E} \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m - r^m \right] & (\sigma > \sigma_{prop}) \end{cases} \quad (6)$$

где σ_{prop} – предел пропорциональности материала, $r = \sigma_{prop}/\sigma_0$. σ_0, m, α являются параметрами модели Рамберга-Озгуда.

Проведение некоторых выкладок позволяет получить соотношение для закона упрочнения:

$$\sigma_{flow} = \sigma_0 \left(\frac{E \varepsilon_p}{\alpha \sigma_0} + r^m \right)^{1/m} \quad (7)$$

С учетом соотношения (4), получим выражение для критерия нахождения внутри поверхности текучести в условиях одноосной постановки:

$$f = |\sigma| - \sigma_0 \left(\frac{E p}{\alpha \sigma_0} + r^m \right)^{\frac{1}{m}} \leq 0, \quad (8)$$

где p – неотрицательная величина, равная эквивалентным пластическим деформациям для данной точки.

Реализация численной процедуры. При решении задачи применяется следующий алгоритм. На текущем шаге решения для n -ого цикла инициализируются поля деформаций на базе полей деформаций предыдущего $(n-1)$ цикла. В результате вводится понятие «промежуточного» состояния, которое будем обозначать верхним индексом $()^{trial}$. Для этого состояния принимается: $\varepsilon_p^{trial} = \varepsilon_p^{(n-1)}$, $p^{trial} = p^{(n-1)}$. Поскольку напряженное состояние должно меняться при изменении величин механической и тепловой нагрузок, соотношение между внутренними усилиями и результирующими приложенными усилиями может быть вычислено в виде:

$$R = \int_{-d/2}^{d/2} \sigma(x) dx - \sigma_m d = E \varepsilon - \int_{-d/2}^{d/2} E \varepsilon_p(x) dx - \sigma_m d \quad (9)$$

Условие по поверхности текучести:

- если $f^{trial} \leq 0$ – состояние упругое, значит, все величины на текущем шаге принимаются равными $()^{trial}$ или $() = ()^{trial}$;
- если $f^{trial} > 0$ – происходит инициализация пластичности в системе.

При инициализации пластичности необходимо вычислить значения новых пластических деформаций и скорости пластических деформаций для текущего шага. Из условия на поверхности текучести:

$$f(\sigma(x), \Delta p) = |\sigma(x)| - \sigma_0 \left[r^m + \frac{E (p^{trial}(x) + \Delta p(x))}{\alpha \sigma_0} \right]^{\frac{1}{m}} = 0 \quad (10)$$

Решение данного уравнения позволяет определить значение Δp для перехода на следующий шаг.

В результате реализации данной процедуры в ПС Matlab получена диаграмма приспособляемости типа Бри, на которой линиями нанесено оригинальное решение из [3].

Выводы. В данной работе представлены результаты реализации базовых соотношений теории упругости и пластичности в применении к классической задаче приспособляемости в ПС Matlab. Разработанная процедура позволяет расширить решение классической задачи Бри на модели материалов с упрочнением.

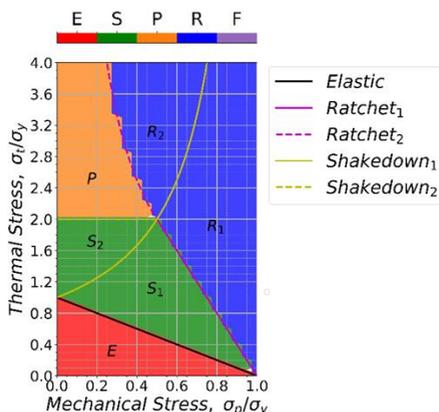


Рис. 1. Диаграмма типа Бри, полученная с помощью разработанной процедуры в ПС Matlab

ЛИТЕРАТУРА

1. Bree J. Elastic-plastic behaviour of thin tubes subject to internal pressure and intermittent high-heat fluxes with application to fast nuclear reactor fuel elements // Journal of Strain Analysis. – 1967. – Vol. 2. – P. 226-238.
2. ASME BPVC.III.5-2015. Division 5 – High Temperature Reactors.
3. Pei X., Dong P., Xing S. A structural strain parameter for a unified treatment of fatigue behaviors of welded components // Int. J. Fatig. – 2019. – Vol. 124. – P. 444-460.

УДК 539.3, 539.42

М.М. Фролов¹, А.В. Савиковский^{1,2}, А.С. Семенов¹

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²Акционерное общество «Силовые машины - ЗТЛ, ЛМЗ, Электросила, Энергомашэкспорт»

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ КРИТЕРИЕВ РОСТА ТРЕЩИНЫ НА ЕЕ РАСЧЕТНУЮ ТРАЕКТОРИЮ ПРИ ХРУПКОМ РАЗРУШЕНИИ

Введение. В данной работе рассматривается влияние выбора критерия роста трещины на траекторию ее распространения. Проводится сравнение четырех критериев: максимальных окружных напряжений [1], минимума плотности энергии деформаций [2], максимума выделения энергии [3] и максимума параметра трехосности напряженного состояния [4]. При помощи перечисленных критериев моделируется процесс распространения трещины в изотропных линейно-упругих образцах различной геометрии. Результаты моделирования сравниваются с результатами расчетов других авторов и экспериментальными данными.

Постановка задачи, выбор критериев роста. Рассматривается распространение трещины в условиях смешанной моды разрушения в квазистатической постановке. Для расчета траектории применяется инкрементальная схема: для каждого малого приращения Δl длины трещины (инкремента) вычисляется угол между предыдущим направлением роста и данным приращением. Расчет траектории осуществляется с помощью следующих критериев:

(*) М.М. Фролов, frolov_mm@spbstu.ru

1. Критерий *максимальных окружных напряжений* (MTS). Распространение трещины происходит в направлении, для которого нормальные растягивающие напряжения σ_θ максимальны [1]:

$$\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} = 0 \rightarrow K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1) = 0. \quad (1)$$

2. Критерий *минимума плотности энергии деформаций* (MSED). Трещина распространяется в направлении, для которого плотность энергии деформаций w минимальна [2]:

$$w = \frac{S(\theta)}{r}, \quad S(\theta) = a_{11} K_I^2 + 2a_{12} K_I K_{II} + a_{22} K_{II}^2, \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial S(\theta)}{\partial \theta} \rightarrow \frac{\partial a_{11}}{\partial \theta} K_I^2 + 2 \frac{\partial a_{12}}{\partial \theta} K_I K_{II} + \frac{\partial a_{22}}{\partial \theta} K_{II}^2 = 0. \quad (3)$$

3. Критерий *максимума высвобождения энергии* (MER). Трещина распространяется в направлении максимального высвобождения упругой энергии. При квазистатическом хрупком разрушении данное направление совпадает с направлением вектора потока энергии, поэтому в данных условиях критерий эквивалентен также критерию потока энергии и критерию J-интеграла [5].

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{J_2}{J_1} = -\frac{K_I K_{II}}{K_I^2 + K_{II}^2}, \quad J_k = \int_\Gamma \left(w n_k - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_k} \right) d\Gamma. \quad (4)$$

4. Критерий *максимума параметра трехосности напряженного состояния* (MTF). Распространение трещины происходит в направлении, для которого параметр трехосности напряженного состояния $M = \frac{\operatorname{tr} \boldsymbol{\sigma}}{3\sigma_{eqv}}$ достигает максимального значения:

$$\frac{\partial M}{\partial \theta} = \operatorname{tg}^4 \frac{\theta}{2} - 3 \frac{K_I}{K_{II}} \operatorname{tg}^3 \frac{\theta}{2} - \left(1 - \frac{2K_I^2}{K_{II}^2} \right) \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} + \left(1 - \frac{K_I^2}{K_{II}^2} \right) \frac{K_I}{2K_{II}} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} - \frac{1}{2} - \frac{K_I^2}{2K_{II}^2} = 0. \quad (5)$$

Критерии (1), (3)–(5) являются однородными функциями отношения K_{II}/K_I коэффициентов интенсивности напряжений (КИН), что позволяет ввести параметр смешанности мод $\zeta = K_{II}/K_I$ и рассматривать критерии как однопараметрические.

Результаты расчета. Для сравнения расчетных траекторий, полученных с помощью критериев роста (1), (3)–(5), выбраны три модельные задачи: растяжение пластины с круговым отверстием, трехточечный изгиб и трехточечный изгиб балки с тремя круговыми отверстиями. Схемы выбранных задач приведены на рис. 1. В задаче о растяжении пластины с круговым отверстием результаты расчета траектории сравниваются с расчетными траекториями других авторов (полученными по критерию MTS), приведенных в [6]. В задачах о трехточечном изгибе балки с трещиной проводится сравнение с экспериментальными данными [7, 8]. Результаты расчетов траекторий трещин для различных критериев роста показаны на рис. 2. Материал образцов в испытаниях на трехточечный изгиб – полимер ПММА.

В табл. 1 приведено сравнение основных параметров траекторий – коэффициент смешанности мод в начале расчета ζ_0 , величина инкремента, использованная для расчета и начальные углы отклонения траектории. Из сопоставления значений углов начального отклонения с результатами расчета траекторий, приведенными на рис. 2, можно заключить, что величина начального отклонения не оказывает значительного влияния на расчетную траекторию. Например, при расчете трехточечного изгиба балки с трещиной (задача на рис. 1б) критерии MTS и MSED дают значения углов, отличающиеся почти в 2 раза, при этом различие расчетных траекторий не превышает 5%.

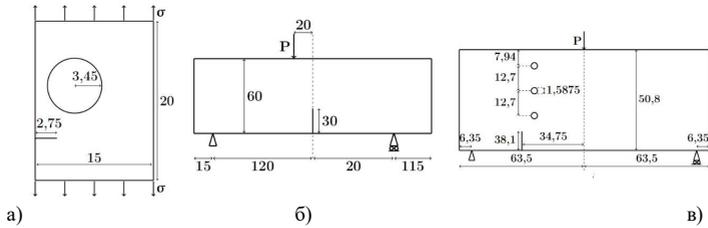


Рис. 1. Расчетные схемы: а) задача о растяжении пластины с круговым отверстием [6], б) задача о трехточечном изгибе балки [7], в) задача о трехточечном изгибе балки с тремя круговыми отверстиями [8] (размеры приведены в мм)

При любом критерии роста трещина стремится расти в условиях преобладания моды I. Выбор критерия определяет лишь то, насколько это преобладание будет значительно. Характер зависимости критерия роста от параметра смешанности мод может оказывать значительное влияние на траекторию при распространении трещины в области большого числа концентраторов напряжений. Однако, как показывают расчеты, величина инкремента оказывает на результат значительно большее влияние. В сложных условиях роста проводить численный расчет траектории с помощью двух критериев роста. Из всех возможных критериев следует выбрать такие, что при заданном ζ дают максимальный и минимальный угол отклонения. Таким образом, все возможные траектории будут лежать между траекториями, полученными с помощью данных критериев. Среди исследованных критериев наименьший угол дает MER, наибольший – MTF.

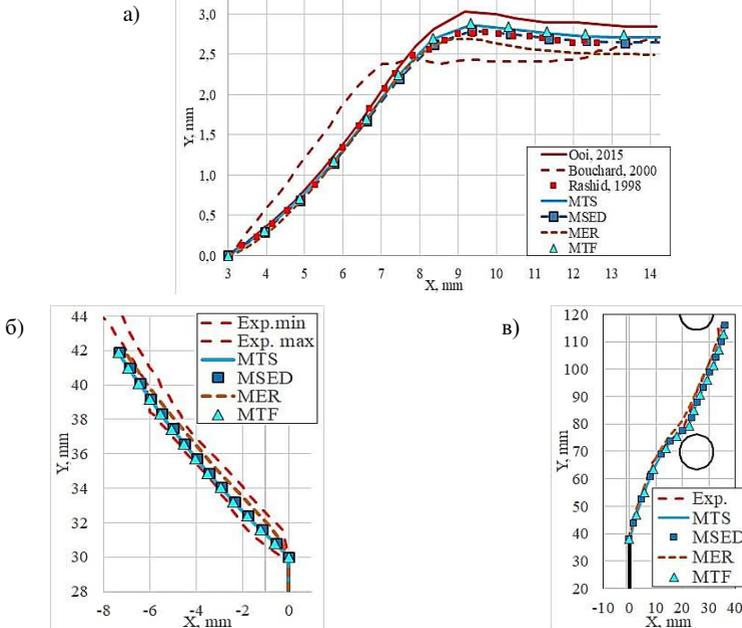


Рис. 2. Расчетные траектории: а) задача о растяжении пластины с круговым отверстием, б) задача о трехточечном изгибе балки, в) задача о трехточечном изгибе балки с тремя круговыми отверстиями

Табл. 1. Сравнение начальных углов отклонения с экспериментальными данными

Задача	ζ_0	Δ , мм	Начальный угол отклонения, °				
			Результаты эксперимента	MTS	MSED	MER	MTF
Рис. 1а	0,17	1	17,5÷20,5	18,15	17,28	18,15	18,17
Рис. 1б	0,43	1	33,7÷79,4	37,80	34,40	20,03	37,99
Рис. 1в	0,16	3	10,7	17,19	16,75	8,78	17,20

Заключение. В работе исследовано влияние выбора критерия роста трещины на ее траекторию в условиях квазистатического хрупкого разрушения. Результаты расчетов согласуются с результатами других авторов и экспериментальными данными. Показано, что выбор критерия роста трещины оказывает значительное влияние лишь на начальный угол отклонения трещины. На расчетную траекторию в целом выбор критерия роста влияет незначительно. Предложена методика моделирования траектории трещины на основе двух критериев для оценки возможного разброса траекторий распространения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Erdogan F., Sih G.C. On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear // Journal of Basic Engineering. – 1963. – P. 519-525.
2. Sih G.C. Some basic problems in fracture mechanics and new concepts // Engineering Fracture Mechanics. – 1973. – Vol. 5. – P. 365-377.
3. Hussain M.A., Pu S.L., Underwood J. Strain Energy Release Rate for a Crack under Combined Mode I and Mode II / National Symposium on Fracture Mechanics, Part II. – Washington, 1973. – P. 1-27.
4. Kong X.M., Schlüter N., Dahl W. Effect of triaxial stress on mixed-mode fracture // Engineering Fracture Mechanics. – 1995. – Vol. 52(2). – P. 379-388.
5. Партон В.З., Морозов Е.М. Механика упругопластического разрушения – М.: Наука, 1985. – 504 с.
6. Ooi E.T., Man H., Natarajan S., Song C. Adaptation of quadtree meshes in the scaled boundary finite element method for crack propagation modeling // Engineering Fracture Mechanics. – 2015. – Vol. 144. – P. 101-117.
7. Galvez J., Elices M., Guinea G.V., Planas J. Crack trajectories under mixed mode and non-proportional loading // International Journal of Fracture. – 1996. – Vol. 81. – P. 171-193.
8. Guo Y., Li Q. Material configurational forces applied to mixed mode crack propagation // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. – 2017. – Vol. 89. – P. 147-157.

УДК 539.4

Д.А. Чернуха, А.В. Шипилов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КЛАССИЧЕСКИХ ТЕОРИЙ ПРОЧНОСТИ И КОНЦЕПЦИИ ДОЛГОВРЕМЕННОЙ ПРОЧНОСТИ НА ПРИМЕРЕ РАСЧЕТА ТРУБОПРОВОДА

Введение. В современной инженерной практике для оценки надежности применяются различные теории прочности, позволяющие оценить поведение материалов и конструкционных элементов под воздействием внешних нагрузок. Однако, большинство из них не учитывают в полной мере временной фактор, например, при долговременном нагружении или при воздействии условий окружающей среды, влияющих на долговечность и надежность объекта.

Целью работы является рассмотрение различных теорий прочности и выявление их преимуществ и недостатков. Главной *задачей* работы является привлечение внимания

^(*) Д.А. Чернуха, chernukha_da@mail.ru

инженерного сообщества к оценке эксплуатационной надежности с применением теорий прочности, в той или иной форме учитывающих время.

К классическим теориям прочности относятся те, которые используют определенные критерии, утверждая, что достижение предельных значений критериев приведет к разрушению материала. В их число можно внести следующие теории прочности: наибольших напряжений, наибольших деформаций, наибольших касательных напряжений, теорию Мора [1], а также теорию прочности Мизеса. Первые четыре теории могут быть доступно проиллюстрированы с помощью диаграмм, предложенных Беккером, что говорит об их простоте и доступности для различных оценок, однако их нельзя назвать достаточно точными для широкого круга материалов.

В современной механике материалов наблюдается тенденция к более глубокому рассмотрению вопросов прочности. Известным фактом является то, что теоретическая прочность материалов, полученная из расчета межатомного взаимодействия, всегда получается большей, чем ее реальное значение. Объяснение такого эффекта, основанное на наличие в любом материале маленьких трещин, было дано Гриффитсом. Знаменитые демонстрации повышения прочности кристаллов каменной соли при смачивании их поверхности водой, приводимые академиком А.Ф. Иоффе, показывают, что наличие трещин на поверхности материала значительно снижает его прочность на растяжение. Таким образом, прочность конструкции зависит от наличия в ней трещин или их зародышей, что поднимает вопрос о влиянии на прочность не только физико-механических характеристик материала, но и технологии изготовления и условий эксплуатации конструкции.

Гриффитсом был предложен энергетический критерий разрушений материала, основывающаяся на уравнении баланса энергии. Разрушение материала происходит при образовании и развитии в нем трещин, если при малом изменении ее поверхности на $\delta\Sigma$ выполняется неравенство:

$$dA_f + dQ - \delta U \geq dG,$$

где dU – изменение полной внутренней энергии, dA_f – работа внешних сил, dQ – приток тепла, dG – энергия, необходимая для получения приращения $\Delta\Sigma$ на поверхности трещины.

Однако критерий Гриффитса строго обоснован только для идеально хрупких тел. Для плоской задачи распространения трещины в нелинейно упругом теле может быть использован критерий предложенный Черепановым. В качестве параметра разрушения для нелинейно упругого тела с трещиной при плоской деформации может быть рассчитан контурный J-интеграл. J-интеграл определен как интеграл по линии или поверхности, которые окружают границу трещины от одной ее поверхности до другой. В условиях упругого деформирования J-интеграл определяет интенсивность освобождающейся упругой энергии.

Пример хрупкого разрушения плиты из цементного раствора на основании вычисления J-интеграла приведен на рис. 1. Геометрическая модель и свойства материала были приняты по экспериментальным данным [2]. Для некоторых конструкций может быть введено ограничение по эксплуатации на основе глубины развития трещины, а не на основе предельного напряжения.

Описанные выше теории прочности не учитывают временного фактора, что не позволяет в полной мере оценивать эксплуатационную надежность конструкций. Применительно к материалам влияние фактора времени на прочность может быть учтено с использованием кинетической теорией прочности, разработанной школой академика Н.С. Журкова [3], – основанной на уже известных ученому сообществу зависимостях долговечности от нагрузки, времени и температуры. Приведем общее уравнение зависимости долговечности от напряжения и температуры:

$$\tau = \tau_0 \exp\left(\frac{U_0 - \gamma\sigma}{kT}\right),$$

где τ – долговечность, τ_0 – период колебания атомов в твердом теле, U_0 – энергия сублимации, γ – коэффициент материала, k – постоянная Больцмана, T – температура.

Работы с применением кинетической теории прочности рассматривают поведение широкого класса материалов при одноосном растяжении, однако для сложного напряженного состояния количество работ ограничено, что пока ограничивает ее применение для практических расчетов. На сегодняшний день широкое распространение в практике получила другая концепция, заключающаяся в последовательном нарастании повреждений материала под воздействием переменных нагрузок. Деграция механических свойств материала в результате постепенного накопления повреждений под действием переменных напряжений, которые приводят к появлению трещин, их распространению и разрушению, называется усталостью [4]. Способность материалов выдерживать эти повторные и переменные напряжения без разрушения называется циклической прочностью или сопротивлением усталости. Теория циклической прочности вводит временной фактор для определения состояний конструкции и материала, при которых наступит полное разрушение и потеря работоспособности. Данная теория широко применяется при прочностных расчетах, так как определяет эксплуатационную надежность и долговременную прочность.

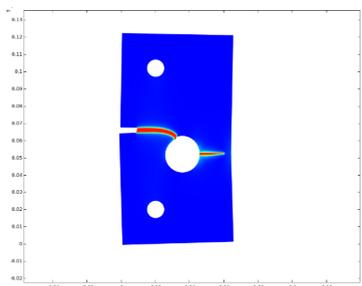


Рис. 1. Фазовое поле трещин на последнем шаге параметра эволюции фазового поля

Иллюстрация некоторых принципов теории усталостного разрушения под циклическими нагрузками может быть упрощена с использованием конкретного примера, в данном случае - действия повторяющейся гидростатической нагрузки на внутреннюю поверхность металлического трубопровода. В связи с тем, что задача осесимметрична, целесообразно ограничиться рассмотрением только сектора полого цилиндра, моделирующего часть трубопровода. В данном контексте следует отметить, что в трубопроводе имеется отверстие, которое является концентратором напряжений (рис. 2). Расчет ведется по усталостной модели Смита-Ватсона-Топпера (SWT) [5]. Нагрузка представляет собой давление величиной 5 атмосфер. В расчете задается количество циклов, которые должен выдержать конструкционный элемент – $1 \cdot 10^{12}$ циклов, и определяются области, которые хуже всего сопротивляются усталостному разрушению. Очевидно, в нашем случае эта область дислоцируется вблизи отверстия. На рис. 2 изображено распределение рассчитанного количества циклов, выдерживаемых элементом трубопровода, минимальное количество циклов выдерживает материал вблизи отверстия и данное количество составляет $1,71 \cdot 10^8$, что на 4 порядка меньше, чем заданное.

Результаты. Понятие о циклической прочности по сей день является одним из наиболее полных методов определения долговременной прочности материалов, учитывая временной фактор с помощью задания или определения количества циклов нагружения. Физическими причинами усталостного разрушения принято считать образование трещин, речь о

которых и шла в рамках рассмотрения теории разрушения по Гриффитсу. На примере модельных задач и с помощью рассмотрения эволюции представлений человека о разрушении материалов, мы пришли к выводу, что моделирование разрушения материала во времени с учетом накопления дефектов с применением теории усталости является наиболее перспективным направлением для развития методологии оценки эксплуатационной надежности.

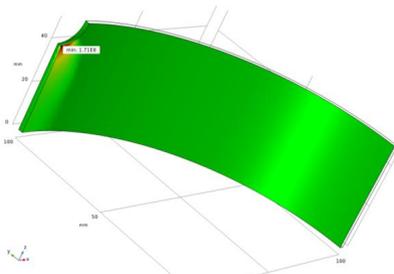


Рис. 2. Распределение рассчитанного количества выдерживаемых циклов

Выводы. В данной работе рассмотрены различные теории прочности, в том числе и те, которые учитывают временной фактор; каждая из них обладает собственной областью применимости, однако для оценки эксплуатационной надежности предпочтительно пользоваться и уделять особое внимание тем, которые отвечают инженеру на вопрос «сколько?», так как такое рассмотрение конструкций позволяет создавать экономически более выгодные с точки зрения эксплуатации сооружения и конструкции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тимошенко С.П., Лессельс Дж. Прикладная теория упругости, Изд. 3-е – М.: Государственное научно-техническое издательство, 1931. – 366–371 с.
2. Ambati M., Gerasimov T., and De Lorenzis L. A review on phase-field models of brittle fracture and a new fast hybrid formulation // *Comput. Mech.* – 2015. – Vol. 55. – P. 383–405.
3. Реголь В.Г., Слуцкер А.И., Томашевский Э.Е. Кинетическая природа прочности твердых тел, М.: Наука, 1974. – 47–61 с.
4. Терентьев В.Ф., Оксогоев А.А. Циклическая прочность металлических материалов: Учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2001. – 23–34 с.
5. Smith R.N., Watson P., Topper T.H. A stress-strain parameter for the fatigue of metals // *Journal of Materials* – 1970. – Vol. 5, no. 4 – P. 767–778.

УДК 539.3

Д.А. Петров¹, М.Ю. Гуткин¹⁻³

¹Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург^(*)

²Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

³Университет ИТМО, Санкт-Петербург

ДИСЛОКАЦИОННЫЙ МЕХАНИЗМ РЕЛАКСАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ НЕСООТВЕТСТВИЯ В ДВУХСЛОЙНОМ ЦИЛИНДРЕ

Низкоразмерные кристаллические структуры уже более полувека привлекают интерес из-за проявления в них квантово-размерных эффектов [1]. Бурное развитие технологий синтеза таких структур открывает возможности для проектирования все более сложных наносистем с уникальными функциональными свойствами. Одной из ключевых проблем при создании низкоразмерных структур являются дислокации несоответствия (ДН). ДН возникают из-за несоответствия параметров кристаллической решетки и коэффициентов теплового расширения фаз, входящих в систему. Это несоответствие приводит к появлению механических напряжений – напряжений несоответствия, релаксация которых обычно происходит за счет образования ДН [2]. ДН резко снижают эффективность и надежность гетероструктур, поэтому исследование критических условий начала релаксации напряжений в низкоразмерных гетероструктурах десятилетиями [3] остается важным и актуальным.

При аналитическом исследовании этой задачи активно используются теория упругости и теория дефектов, а возможность релаксации определяется с помощью силового или энергетического критерия [2]. В настоящей работе для изучения дислокационного механизма релаксации в двухслойном упругом цилиндре (рис. 1) использован квазиравновесный энергетический подход. Предполагается, что материалы слоев отличаются по параметрам кристаллических решеток, а их упругие свойства одинаковы, однородны и изотропны (заданы модуль сдвига G и коэффициент Пуассона ν). Такая система представляет собой упрощенную модель двухслойной нанопроволоки с плоской границей раздела. Слоистые нанопроволоки реально существуют и имеют уникальные оптические свойства [4], однако теоретические модели релаксации напряжений для них пока не создавались (в отличие, например, от сегментированных нанопроволок и нанопроволок типа «ядро-оболочка» [5]).

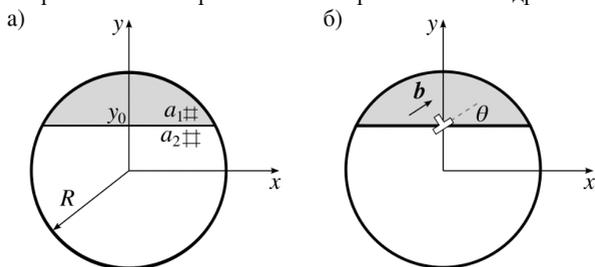


Рис. 1. Поперечное сечение двухслойного цилиндра в исходном когерентном (а) и в частично релаксированном (б) состоянии с ДН. Здесь a_1 и a_2 – параметры кристаллических решеток слоев, R – радиус цилиндра, $y = y_0$ – положение межфазной границы, b – вектор Бюргера ДН, θ – угол между направлением вектора b и плоскостью границы

(*) Д.А. Петров, petrov_d_a@ipme.ru

В рамках упругого подхода несоответствие решеток учитывается с помощью тензора собственной деформации [6], который в нашем случае имеет вид

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{eig} = \begin{cases} -f\mathbf{E}, & y > y_0 \\ 0, & y < y_0 \end{cases} \quad (1)$$

где \mathbf{E} – единичный тензор, $f = 2(a_2 - a_1)/(a_2 + a_1)$ – параметр несоответствия решеток. Далее предполагается, что релаксация по указанному механизму возможна только при условии уменьшения энергии системы, то есть если изменение ее погонной энергии

$$\Delta W = W^{disl} + W_f^{int} < 0 \quad (2)$$

где W^{disl} – собственная энергия дислокации, W_f^{int} – энергия ее взаимодействия с полем напряжений несоответствия. Значение W_f^{int} линейно по f , поэтому удобно из (2) определить критическое значение параметра несоответствия

$$f_c = \frac{W^{dis}}{-W_f^{int} / f} \quad (3)$$

Известно, что в линейной теории упругая энергия дислокации расходуется на ее линии, поэтому при интегрировании формально исключают цилиндрическую область вокруг линии дислокации радиуса $\rho = b/\alpha$, где α – числовой параметр, подбирающийся так, чтобы учесть неупругую энергию ядра дислокации (например, для металлов $\alpha = e$ – основание натурального логарифма [7]). Далее, для расчета упругой энергии дислокации необходимо решение краевой задачи о дислокации в цилиндре. Оно хорошо известно [5] и дано в виде функции напряжений Эри. Для случая, когда координаты дислокации (x_0, y_0) , а вектор Бюргерса параллелен оси x , функция напряжений имеет вид

$$\chi(x, y, x_0, y_0) = \frac{Db}{2} \left[(y - y_0) \ln \frac{r^2 C^2}{R^2 P^2} + \frac{y_0(r^2 - R^2)(r_0^2 - R^2)}{R^2 C^2} + \frac{yR^2 P^2}{r^2 C^2} \right] \quad (4)$$

$$P^2 = (x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2; C^2 = (x_0 - xR^2/r)^2 + (y_0 - yR^2/r)^2; r_0^2 = x_0^2 + y_0^2 \quad (5)$$

где $D = G/[2\pi(1-\nu)]$. Решение для дислокации на рис. 1б получается из (4) заменой переменных

$$\chi_\theta(x, y, y_0) = \chi(x \cos \theta + y \sin \theta, -x \sin \theta + y \cos \theta, y_0 \sin \theta, y_0 \cos \theta) \quad (6)$$

Из функции напряжений (6) можно получить тензор напряжений $\boldsymbol{\sigma}^{dis}$ и рассчитать упругую энергию. Энергию взаимодействия W_f^{int} тоже можно вычислить с помощью (6) без использования явных выражений для напряжений несоответствия, по формуле [6]:

$$W_f^{int} = - \int_S \boldsymbol{\sigma}^{dis} : \boldsymbol{\varepsilon}^{eig} dS \quad (7)$$

где S – поперечное сечение цилиндра. Таким образом, функции напряжений (6) достаточно для вычисления критического несоответствия (3). Расчет дает следующий результат

$$f_c(s, t, \alpha, \nu) = \frac{3g(t)}{8(1+\nu)s \cos \theta} \left(\ln \alpha s + \ln(1-t^2) + t^2 \cos^2 \theta - \frac{3-4\nu}{4(1-\nu)} \right) \quad (8)$$

где введены обозначения: $s = R/b$, $t = y_0/R$, $g(t)$ – числовая функция, равная единице при $t = 0$, $g(0) = 1$, и вычисляемая по формуле:

$$g(t) = \frac{2t^3}{3(1-t^4) \left(\arcsin t - t\sqrt{1-t^2} \right)} \quad (9)$$

при $0 < |t| < 1$.

Заметим, что если совершить предельный переход $s \rightarrow \infty$ и $t \rightarrow 1$ так, чтобы оставалась постоянной величина $h = sb(1-t)$, т. е. расстояние от дислокации до свободной поверхности, то система преобразуется в модель тонкой пленки толщиной h на бесконечной подложке с дислокацией на границе раздела. Тогда выражение (8) принимает хорошо известный [2] вид

$$\lim_{s \rightarrow \infty} f_c(s, 1 - \frac{h}{bs}, \alpha, \nu) = \frac{b}{8\pi(1+\nu)h \cos \theta} \left(\ln \frac{\alpha 2h}{b} + \frac{\cos 2\theta}{2} - \frac{1-2\nu}{4(1-\nu)} \right) \quad (10)$$

Положим $\nu = 0.3$ и $\alpha = e$. Рассмотрим зависимости f_c от t для различных значений s (рис. 2а). Заметим, что критическое несоответствие слабо меняется на интервале t от 0 до ~ 0.7 (на этом интервале можно считать сравнимыми атомные доли слоев). То есть для таких систем f_c в основном определяется радиусом цилиндра и углом θ , что также можно подтвердить анализом выражения (8).

На рис. 2б добавлены аналогичные зависимости для плоского композитного слоя, составляющие которого имеют толщины $R(1+t)$ и $R(1-t)$. Кривые $f_c(t)$ для этого слоя проходят ожидаемо ниже – примерно на 15% при малых t и более чем на 30% при $t > 0.4$.

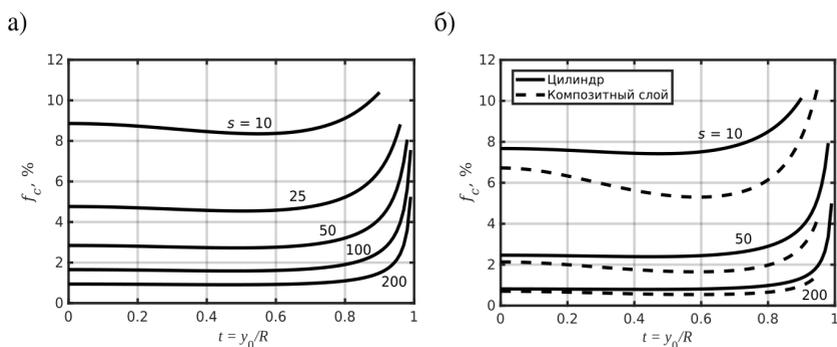


Рис. 2. Зависимость критического несоответствия f_c от положения границы $t = y_0/R$ при разных значениях приведенного радиуса $s = R/b$: а) в цилиндре при $\theta = 30^\circ$, б) в цилиндре и в плоском композитном слое при $\theta = 0$. Критическое несоответствие в композитном слое рассчитывалось с помощью выражений для энергии дислокации из [8] и для напряжений несоответствия из [2]

Полученные результаты будут полезны при предсказании возможности образования ДН определенного типа в слоистых нанопроволоках и при дальнейшем изучении механизмов релаксации в подобных низкоразмерных гетероструктурах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Roduner E. Nanoscopic materials: Size-dependent phenomena. – RSC Pub, 2006. – 285 p.
2. Freund L.B., Suresh S. Thin Film Materials. – Cambridge University Press, 2004. – 750 p.
3. Frank F.C., Van der Merwe J.H. One-dimensional dislocations. II. Misfitting monolayers and oriented overgrowth // Proc. R. Soc. Lond. A. – 1949. – Vol. 198. – P. 216-225.
4. Yin L.W., Li M.S., Bando Y., Golberg D., Yuan X.L., Sekiguchi T. Tailoring the optical properties of epitaxially grown biaxial ZnO/Ge, and coaxial ZnO/Ge/ZnO and Ge/ZnO/Ge heterostructures // Advanced Functional Materials. – 2007. – Vol. 17 (2). – P. 270-276.
5. Романов А.Е., Колесникова А.Л., Гуткин М.Ю. Внутренние напряжения и структурные дефекты в нанопроволоках // Прикладная математика и механика. – 2022. – Т. 86. – № 4. – С. 527-550.
6. Mura T. Micromechanics of Defects in Solids, 2nd ed. – Springer Dordrecht, 1987. – 588 p.
7. Хирт Дж., Лоте И. Теория дислокаций. – М.: Атомиздат, 1972. – 600 с.
8. Gutkin M.Yu., Romanov A.E. Straight edge dislocation in a thin two-phase plate, II. Impurity-vacancy polarization of plate, interaction of a dislocation with interface and free surfaces // Phys. stat. sol. (a). – 1992. – Vol. 129 (2). – P. 367-377.

НЕРАВНОВЕСНАЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭВОЛЮЦИИ ВНУТРЕННИХ ПОЛОСТЕЙ В ИКОСАЭДРИЧЕСКИХ ЧАСТИЦАХ

Благодаря уникальным функциональным свойствам пентагональные частицы ГЦК металлов находят широкое применение в плазмонике и катализе [1]. Функциональные свойства таких частиц во многом определяются особенностями структуры, а именно – преимущественной огранкой гранями типа {111} и циклическим двойникованием. Последнее вызывает в таких частицах неоднородные упругие деформации и остаточные напряжения [2]. При определенных условиях остаточные напряжения могут релаксировать за счет образования различных дефектов, в частности, пор.

Теоретические модели, описывающие процессы эволюции пор в пентагональных частицах, условно можно разделить на две группы – квазиравновесные энергетические и кинетические. В рамках квазиравновесного энергетического подхода были определены критические условия формирования внутренней полости в пентагональных усах [3], икосаэдрических [3] и декаэдрических [4] частицах. Кинетика роста внутренней полости в пентагональных усах и икосаэдрических частицах (ИЧ) рассмотрена в работах [5-7].

В данной работе предложена новая неравновесная энергетическая модель эволюции пор в ИЧ, позволяющая описывать как критические условия их образования, так и кинетику их роста или, наоборот, зарастания.

Рассмотрим полую ИЧ как неравновесную замкнутую термодинамическую систему со сферическими границами, свободными от действия внешних сил (рис. 1). Будем считать, что система может эволюционировать за счет массопереноса, сопровождающегося движением внутренней и внешней поверхности. Движущей силой стягивания внутренней полости является поверхностное напряжение, движущей силой роста – остаточные напряжения в ИЧ, которые описываются в рамках модели Маркса-Иоффе [7]. Эволюционное уравнение такой системы следует из второго закона неравновесной термодинамики для изотермических процессов [8]:

$$\frac{dG}{dt} = - \frac{dW_{dis}}{dt}, \quad (1)$$

где dW_{dis}/dt – мощность диссипации энергии, описывающая ее необратимое изменение при перестройках кристаллической структуры, dG/dt – приращение свободной энергии Гиббса, определяемое движущими силами процесса.

В случае однокомпонентной системы при действии вакансионного механизма диффузии мощность диссипации можно определить в рамках формализма Онзагера-Даркена в следующей форме [9]:

$$\frac{dW_{dis}}{dt} = \frac{4\pi\Omega kT}{DC_v} \int_v j_v^2 r^2 dr, \quad (2)$$

где Ω – атомный объем, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура, D – коэффициент диффузии вакансий, C_v – их концентрация, j_v – их поток, V – объем частицы.

(*) С.А. Красницкий, krasnitsky@inbox.ru

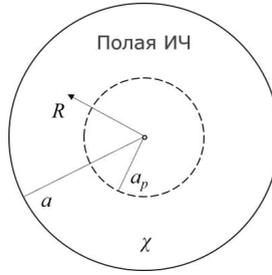


Рис. 1. Поляя икосаэдрическая частица (ИЧ), содержащая стереодисклинацию мощностью $\chi \approx 0.0613$

Свободную энергию Гиббса ИЧ можно представить в виде суммы

$$G = W_{sf} + W_{st} + \text{const} . \quad (3)$$

Здесь первое слагаемое W_{sf} – поверхностная энергия частицы, определяемая соотношением

$$W_{sf} = 4\pi\gamma (a_p^2 + a^2) , \quad (4)$$

где γ – удельная поверхностная энергия. Второе слагаемое W_{st} – упругая энергия ИЧ, определенная согласно [7]:

$$W_{st} = \frac{8\pi}{27} \frac{1+\nu}{1-\nu} \mu \chi^2 \left(a_0^3 - \frac{9a_p^3 a^3}{a_0^3} \ln^2 \frac{a_p}{a} \right) , \quad (5)$$

где ν – коэффициент Пуассона, μ – модуль сдвига, $\chi \approx 0.0613$ – мощность стереодисклинации, a_0 – радиус сплошной частицы ($a_0^3 = a^3 - a_p^3$). Третье слагаемое в (3) описывает вклад неизменяемой части энергии ИЧ.

Подставляя выражения (3)-(5) в уравнение (1), получим уравнение

$$\frac{dp}{d\tau} = \frac{\Delta^2}{(1-p)p} \left[\kappa \left(\frac{2}{3} \Delta^3 \ln p + (1+p^3) \ln^2 p \right) - \frac{(1+p)}{p} \Delta^4 \right] . \quad (6)$$

Здесь введены следующие безразмерные переменные: $p = a_p/a$, $\Delta = (1-p^3)^{1/3}$, $\tau = C_v D \beta t / a_0^2$, и параметры

$$\kappa = \chi^2 \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\mu a_0}{\gamma} , \quad \beta = \frac{\gamma}{a_0} \frac{2\Omega}{kT} . \quad (7,8)$$

Решение эволюционного уравнения (6) было получено численно. Оно представлено на рис. 2а для ИЧ с начальным радиусом поры $a_{p,0} = 0.5a$ для различных значений параметра $\kappa = 0, 3, 5, 20, 100$ и 500 . Видно, что в случае $\kappa = 0$ (монокристаллические частицы) пора будет зарастать, пока полностью не растворится в момент времени $\tau_f \approx 0.2$. При $\kappa = 3$ процесс зарастания займет в 2 раза больше времени: $\tau_f \approx 0.4$. В случае относительно больших значений параметра κ поры в ИЧ будут изменяться, чтобы достичь некоторого оптимального размера: $a_{p,opt} \approx 0.25a$ при $\kappa = 5$, $a_{p,opt} \approx 0.7a$ при $\kappa = 100$ и $a_{p,opt} \approx 0.8a$ при $\kappa = 500$. При $\kappa = 20$ размер поры практически не изменяется – $a_{p,opt} \approx a_{p,0}$.

Устойчивые конфигурации поры в ИЧ могут быть определены из уравнения (6) при условии равновесия ($dp/d\tau = 0$), что дает:

$$\kappa = \frac{1+p}{p} \frac{\Delta^4}{\ln p} \left[\frac{2}{3} \Delta^3 + (1+p^3) \ln p \right]^{-1} . \quad (10)$$

На рис. 2б представлена диаграмма устойчивости пор в ИЧ. Область под кривой $\kappa(p)$ соответствует режиму зарастания поры ($dp/d\tau < 0$), область над кривой – режиму роста поры

($dp/d\tau > 0$). Видно, что если параметр κ меньше некоторого критического значения κ_{cr} , то пора в ИЧ неустойчива и будет зарастать до полного растворения при любых значениях p (в области А на рис. 2б). В случае $\kappa > \kappa_{cr}$ возможны следующие сценарии эволюции пор в ИЧ: если радиус поры меньше некоторого критического ($p < p_{cr}$), то пора будет зарастать (в области В на рис. 2б), если больше критического ($p > p_{cr}$), то она будет стремиться принять равновесную конфигурацию с p_{opt} , либо путем роста при $p_{opt} > p > p_{cr}$ (в области С на рис. 2б), либо за счет зарастания при $p > p_{opt}$ (в области D на рис. 2б).

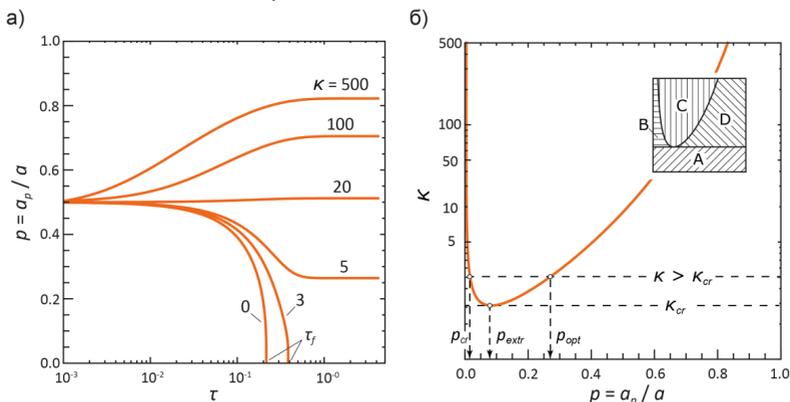


Рис. 2. а) Зависимости приведенного радиуса поры $p = a_p/a$ от безразмерного времени τ для начального радиуса поры $a_{p,0} = 0.5a$ и различных значений параметра $\kappa = 0, 3, 5, 20, 100$ и 500 ;

б) Зависимость параметра κ от приведенного радиуса поры p при условии $dp/d\tau = 0$

Таким образом, в данной работе предложена неравновесная модель эволюции поры в ИЧ, позволяющая определять как кинетику эволюции пор, так и предсказывать критические и оптимальные параметры этого процесса.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 22-11-00087.

ЛИТЕРАТУРА

1. Shi Y., Lyu Z., Zhao M., Chen R., Nguyen Q.N., Xia Y. Noble-metal nanocrystals with controlled shapes for catalytic and electrocatalytic applications //Chemical Reviews. – 2020. – Vol. 121. – No. 2. – P. 649-735.
2. Marks L.D., Peng L. Nanoparticle shape, thermodynamics and kinetics //Journal of Physics: Condensed Matter. – 2016. – Vol. 28. – No. 5. – P. 053001.
3. Romanov A.E. et al. Voids and channels in pentagonal crystals //Journal of Crystal Growth. – 1993. – Vol. 129. – Nos. 3-4. – P. 691-698.
4. Krasnitskii S.A., Gutkin M.Yu., Kolesnikova A.L., Romanov A.E. Formation of a pore as stress relaxation mechanism in decahedral small particles //Letters on Materials. – 2022. – Vol. 12. – No. 2. – P. 137-141.
5. Vlasov N.M., Fedik I.I. Diffusion-induced relaxation of residual stresses //Doklady Physics. – 2000. – Vol. 45. – No. 11. – P. 623-626.
6. Khranov A.S., Krasnitskii S.A., Smirnov A.M., Gutkin M.Yu. The void evolution kinetics driven by residual stress in icosahedral particles //Materials Physics and Mechanics. – 2022. – Vol. 50. – No. 3. – P. 401-409.
7. Howie A., Marks L.D. Elastic strains and the energy balance for multiply twinned particles //Philosophical Magazine A. – 1984. – Vol. 49. – No. 1. – P. 95-109.
8. Asaro R., Lubarda V. Mechanics of solids and materials. – Cambridge University Press, 2006.
9. Мерер Х. Диффузия в твердых телах. – Долгопрудный, Изд-й Дом «Интеллект», 2011. – 536 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СОЛЕННОСТИ НА НЕКОТОРЫЕ
ПРОЧНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛЬДА

Введение. Оценка прочностных свойств льда является весьма актуальной при проектировании гидротехнических сооружений, расположенных на шельфе или на побережье замерзающих морей РФ, потому что именно они определяют величину ледовых нагрузок [1]. В качестве объекта исследования нами были рассмотрены наиболее востребованные прочностные характеристики льда, такие как: предел прочности льда на одноосное сжатие и предел прочности на изгиб. При этом цель нашей работы состояла в оценке влияния солёности [2,3] на эти характеристики.

Работа состояла из двух частей. В первой части мы обрабатывали материалы полевых измерений прочностей льда, полученных в Арктике сотрудниками ФГБУ «ААНИИ» в ходе экспедиционных работ в Баренцевом море, проводимых в 2001-2007 годах, а также пытались функционально оценить влияние солёности и температуры льда на его прочность. Во второй части мы проводили эксперименты с лабораторными образцами льда, специально подготовленными (с заданной солёностью) для испытаний, с целью проверки полученных нами оценок влияния солёности и температуры льда на его прочностные характеристики.

Обобщённые экспедиционные данные по испытаниям прочности льда на одноосное сжатие, проводившиеся параллельно поверхности нарастания льда, распределённые по температуре и солёности, представлены в табл. 1.

Табл. 1. Исходные данные по прочности льда на сжатие, МПа

Температура, °С	Солёность, ‰			
	0	4	5	6
-2,2		2,04	1,92	
-3,5	2,94	2,28	2,16	1,92
-4,5	3	2,4	2,22	2,04
-7	3,36	2,58	2,34	
-8	3,6	2,82	2,64	2,28

Используя приведённые выше значения, нам удалось получить линейную зависимость предела прочности льда от его температуры и солёности. При этом мы составляли несколько графиков (где предел прочности зависит от температуры, при постоянной солёности, а затем, где предел прочности зависит от солёности, уже при постоянной температуре). Аппроксимируя графики, мы получили следующее выражение:

$$\sigma_c = -0.1117T - 0.1711S + 2.4969, \quad (1)$$

где σ_c – предел прочности льда (МПа), T – температура льда (°С), S – солёность льда (‰).

Для наиболее востребованного на практике диапазона солёностей и температур льда нами была составлена табл. 2, где приведены расчётные значения предела прочности льда на сжатие, полученные по выражению (1). Далее, используя аналогичный подход, нами были

^(*) О.О. Андреева, andreeva.oo@edu.spbstu.ru

проанализированы экспедиционные данные по пределу прочности льда на изгиб, представленные в табл. 3.

Табл. 2. Расчетные значения предела прочности на сжатие, МПа

Температура, °С	Соленость, ‰										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-2	2,72	2,55	2,38	2,21	2,04	1,86	1,69	1,52	1,35	1,18	1,01
-4	2,94	2,77	2,60	2,43	2,26	2,09	1,92	1,75	1,57	1,40	1,23
-6	3,17	3,00	2,82	2,65	2,48	2,31	2,14	1,97	1,80	1,63	1,46
-8	3,39	3,22	3,05	2,88	2,71	2,54	2,36	2,19	2,02	1,85	1,68
-10	3,61	3,44	3,27	3,10	2,93	2,76	2,59	2,42	2,25	2,07	1,90

Табл. 3. Исходные данные предела прочности льда на изгиб, МПа

Температура, °С	Соленость, ‰			
	0	4	5	6
-1	0,39			
-3		0,38	0,37	0,35
-3,5	0,41			
-5	0,45	0,41	0,4	0,39
-6		0,43	0,41	0,40
-7	0,49	0,44	0,43	0,42

Используя эти данные, нам удалось получить зависимость для предела прочности льда на изгиб в виде:

$$\sigma_f = -0.0161T - 0.013S + 0.3992, \quad (2)$$

где σ_f – прочность льда на изгиб (МПа), T – температура льда (°С), S – соленость льда (‰).

Для наиболее востребованного диапазона соленостей и температур льда представлена табл. 4 с расчетными значениями предела прочности льда на изгиб, полученными по выражению (2).

Табл. 4. Расчетные значения предела прочности льда на изгиб, МПа

Температура, °С	Соленость, ‰										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-2	0,43	0,42	0,41	0,39	0,38	0,37	0,35	0,34	0,33	0,31	0,30
-4	0,46	0,45	0,44	0,42	0,41	0,40	0,39	0,37	0,36	0,35	0,33
-6	0,50	0,48	0,47	0,46	0,44	0,43	0,42	0,40	0,39	0,38	0,37
-8	0,53	0,51	0,50	0,49	0,48	0,46	0,45	0,44	0,42	0,41	0,40
-10	0,56	0,55	0,53	0,52	0,51	0,49	0,48	0,47	0,46	0,44	0,43

Для подтверждения формул (1), (2) нами были проведена серия опытов со специально замороженными лабораторными образцами льда на экспериментальной базе ААНИИ. С помощью гидравлического пресса и полевой испытательной машины (ПИМ) был получен ряд значений предела прочности льда на сжатие и на изгиб при соответствующих фиксированных значениях температуры и солености льда (табл.5).

Результаты, полученные по формулам (1), (2), и наши экспериментальные значения мы представили на рис. 1(а, б)

Табл. 5. Экспериментальные значения предела прочности льда на сжатие и на изгиб

№	сжатие			изгиб		
	Температура, °С	Соленость, ‰	Прочность, МПа	Температура, °С	Соленость, ‰	Прочность, МПа
1	-10	0	3,93	-10	0	0,545
2	-10	5	2,84	-10	10	0,305

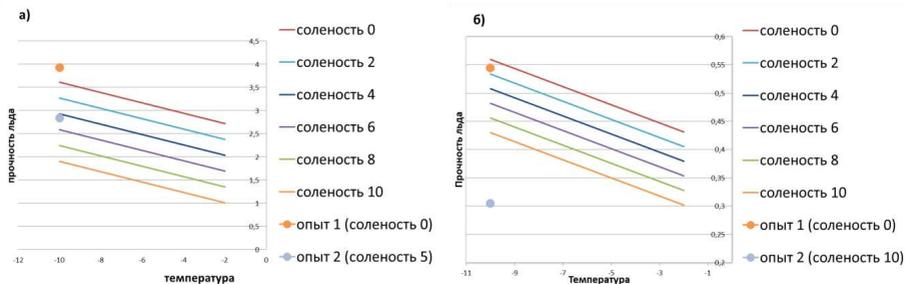


Рис. 1. Расчетные значения предела прочности льда на сжатие (а) и изгиб (б) и соответствующие результаты опытных измерений.

На рисунках можно увидеть расхождение результатов эксперимента и расчетных формул. Причем для изгибной прочности это расхождение существенно заметнее. Это может быть связано как с малым количеством экспериментов, так и с несовершенством приборной базы, погрешностью выполненных измерений. Также это может быть связано с тем, что мы использовали эмпирическую формулу перевода [4] изгибной прочности льда (из малых образцов на всю его толщину), не учитывая, что лабораторный лед может не совпадать по своим характеристикам с природным (морским).

Таким образом, зависимости, которые нам удалось получить, необходимо уточнять и корректировать. Возможно, что с изменением самого вида функциональной зависимости нам в последующем удастся расширить диапазон (по температуре льда) их применения.

В заключение работы мы можем сделать однозначный вывод о том, что с увеличением солености льда его прочность снижается. Полученные нами формулы были получены по ограниченной выборке исходных данных и, разумеется, нуждаются в большем экспериментальном подтверждении. Зависимости справедливы для ограниченного диапазона температур льда (который, тем не менее, наиболее часто встречается в реальных условиях), а для больших диапазонов, по-видимому, не будут столь же корректны. Кроме того, мы не учитывали влияние структуры и пористости льда, которые играют значительную роль предела прочности льда [5, 6, 7], из-за чего в нашей работе возникли определенные неоднозначности.

ЛИТЕРАТУРА

- СП 38.13330.2018 «Нагрузки и воздействия на гидротехнические сооружения (волновые, ледовые и от судов). Актуализированная редакция СНиП 2.06.04-82*». – М., 2018. 116 с.
- Назинцев Ю.Л., Панов В.В. Фазовый состав и теплофизические характеристики морского льда. - СПб., Гидрометеониздат. 2000. 84 с.
- Цуриков В.Л. Жидкая фаза в морских льдах. - М.: Наука, 1976. 210 с.
- Крупина Н.А., Кубышкин Н.В. Прочность при изгибе дрейфующего ровного однолетнего морского льда в Баренцевом море // Труды ЦНИИ им. Акад. А.Н. Крылова, 2007, №34 (318). С. 139–159.

5. Assur A. Composition of sea ice and its tensile strength, in Arctic Sea Ice // U.S. Natl. Acad. Sci., Washington, D. C., 1958, pp. 106–138.
6. Смирнов В.Н., Шушлебин А.И., Ковалев С.М., Шейкин И.Б. Методическое пособие по изучению физико-механических характеристик ледяных образований как исходных данных для расчета ледовых нагрузок на берега, дно и морские сооружения. - СПб., Изд. ААНИИ, 2011, 180 с.
7. Морской лед. Справочное пособие // под ред. И. Е. Фролова, В. П. Гаврило. - СПб., Гидрометеоздат. 1997. 402 с.

УДК 539.3

И.А. Ковалев, Н.Ю. Золоторевский
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ВЛИЯНИЕ КРИСТАЛЛОГРАФИЧЕСКОЙ ТЕКСТУРЫ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗОРИЕНТИРОВОК ЭЛЕМЕНТОВ МИКРОСТРУКТУРЫ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА

Предметом исследования являлось распределение разориентировок между элементами структуры поликристаллического материала в случае, когда материал обладает кристаллографической текстурой, то есть ориентации решетки кристаллов распределены не хаотически, а имеется одна или несколько преимущественных ориентировок. Актуальность исследования обусловлена, во-первых, тем, что межкристаллитные разориентировки влияют на свойства материала. Во-вторых, во многих случаях важно знать, обусловлены ли особенности распределения разориентировок текстурой или каким-либо другим фактором, например, механизмом структурообразования, происходящего при пластической деформации или полиморфном фазовом превращении. Ранее подобный анализ проводили для случая прокатки [1]. В нашей работе рассмотрена текстура, возникающая при одноосной деформации металлов и сплавов с гранецентрированной кубической решеткой.

Был разработан метод численного моделирования распределений ориентировок и разориентировок кристаллитов, который заключался в следующем. Генерировали пары случайных ориентаций и затем вычисляли угол разориентировки между ними [1]. Разориентировка между кристаллами определяется неоднозначно в силу симметрии последних. Так, в случае кристаллов с кубической симметрии возможны 24 различных варианта. Поэтому, как это общепринято, среди указанных вариантов находили минимальную разориентировку, а именно такую, которая соответствует минимальному значению угла. Разработанный метод был протестирован на примере бестекстурного материала, поскольку для этого случая распределение минимальных разориентировок ранее было рассчитано аналитически в работах Маккензи [2] и Хэнкомба [3].

Затем была разработана программа для генерации случайных ориентировок зерен в металлах, имеющих аксиальную текстуру. Такая текстура формируется в материалах, образующихся при одноосной деформации путем волочения, гидроксужки и т. п. В этом случае ориентации распределялись не хаотически, а с учетом текстуры: предполагали, что угловые отклонения от преимущественной (идеальной) ориентации описываются с помощью нормального распределения. Были рассчитаны распределения разориентировок в материалах с аксиальной текстурой, состоящей из компонент $\langle 111 \rangle$ и $\langle 100 \rangle$, которые характерны для металлов с гранецентрированной кубической решеткой. Рисунки 1 и 2 иллюстрируют наиболее существенные результаты моделирования.

(*) И.А.Ковалев, i.kovalev2001@yandex.ru

Оказалось, что распределения разориентировок, возникающие в материале с однокомпонентными текстурами $\langle 111 \rangle$ или $\langle 100 \rangle$, близки друг к другу. На рис. 1 в качестве примера показаны распределения для текстуры $\langle 111 \rangle$, полученные при двух разных уровнях остроты текстуры. Последняя определялась разбросом нормального распределения, задаваемого величиной стандартного отклонения (15° и 5°).

При наличии двухкомпонентной текстуры $\langle 111 \rangle + \langle 100 \rangle$ возникает характерный малоугловой максимум в распределении разориентировок (рис. 2).

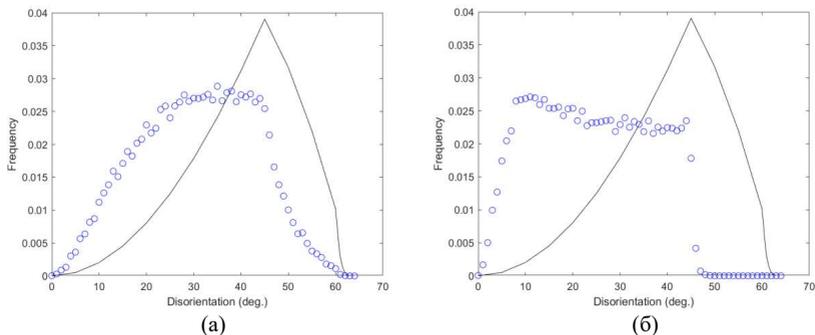


Рис. 1. Распределения минимальных углов разориентировки в металле с текстурой $\langle 111 \rangle$ с разбросом 15° (а) и 5° (б)

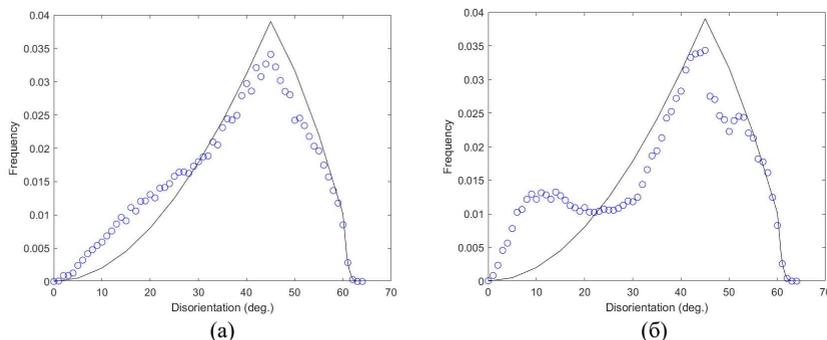


Рис. 2. Распределения минимальных углов разориентировки в металле с двойной текстурой $\langle 111 \rangle + \langle 100 \rangle$ с разбросом 15° (а) и 5° (б)

Как и следовало ожидать, при усилении остроты текстуры увеличивается отличие от хаотического распределения разориентировок. В то же время, двухкомпонентная текстура существенно меньше искажает распределение, чем однокомпонентная при той же степени остроты текстурных компонент. Следует отметить, что малоугловой максимум, подобный наблюдаемому на рис. 2б, обычно связывают с деформационной субструктурой, которая могла остаться в материале вследствие его неполной рекристаллизации. В действительности, как показали наши расчеты, такой максимум может быть обусловлен исключительно наличием острой текстуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. V. Yu. Gertsman, A.P. Zhilyaev, A.I. Pshenichnyuk, R.Z. Valiev, Modelling of grain boundary misorientation spectrum in polycrystals with crystallographic texture // Acta Metal. Mater. – Vol. 40, – 1992, – P. 1433–1441.
2. J. K. Mackenzie, Second paper on statistics associated with the random disorientation of cubes // Biometrika, – Vol. 45, – 1958, – P. 229-240.
3. D. C. Handscomb, On the random disorientation of two cubes // Can. J. Math., – Vol. 10, – 1957, – P. 85-88.

УДК 001.891.573

Д.Р. Бараков, В.Ю. Филин, Р.О. Черчиев
НИЦ «Курчатовский институт» - ЦНИИ КМ «Прометей»^(*)

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТРЕЩИНЫ В ОБРАЗЦЕ СУДОСТРОИТЕЛЬНОЙ СТАЛИ ПРИ ИСПЫТАНИИ НА ТЕМПЕРАТУРУ НУЛЕВОЙ ПЛАСТИЧНОСТИ

Увеличение объемов судостроения в России в обеспечение перевозок по Северному морскому пути и обслуживания шельфовых нефтегазовых месторождений Арктического бассейна обеспечило высокий спрос на хладостойкие судостроительные стали. Такие стали, в первую очередь, используются при создании морских добывающих сооружений и таких судов, как новейший атомный ледокол «Лидер», которые будут способны выдерживать высокие нагрузки в условиях экстремально низких температур. Они имеют высокие прочностные характеристики, а низкое содержание углерода в них обеспечивает лучшую свариваемость и ремонтпригодность. Главной проблемой в арктическом применении является возможность хрупкого разрушения при эксплуатационных нагрузках и низких температурах, она должна быть исключена за счет применения научно обоснованных требований к трещиностойкости и хладостойкости материалов. Аттестация стального проката для арктического применения включает проведение специальных механических испытаний, одним из которых является испытание по определению температуры нулевой пластичности (NDT). Исходя из изложенного, было решено провести расчетно-экспериментальное исследование с целью обоснования требований к температуре NDT.

Методика определения температуры нулевой пластичности NDT соответствует Правилам Российского морского регистра судоходства [1] и стандарту ASTM E208 [2]. Такого рода испытания проводятся путем ударного трехточечного изгиба образцов с предварительно надрезанной хрупкой наплавкой, расположенной на растягиваемой стороне. Температуру нулевой пластичности определяют как наивысшую температуру, при которой трещина, зародившаяся в наплавке, распространяется до боковой грани стандартного образца. Методика испытания NDT выгодна за счет относительно низкой стоимости, доступности оборудования и простоты исполнения.

В качестве исследуемых материалов выбраны стали двух групп прочности – прокат арктической стали марки F460^{Arc30} в толщине 25 мм и высокопрочной стали 09ХН3МД в толщине 40 мм, экспериментальные исследования которых проводились в рамках тематики института. В КЭ модели использованы «истинные» диаграммы нагружения для указанных материалов, которые получены авторами [3].

^(*) Д.Р. Бараков, barakov@crism.ru

Проведенные в рамках работы новые экспериментальные исследования проката F460^{Arc30} на образцах типа P-1, наибольшего из имеющихся, подтвердили предыдущие результаты испытаний 2022 года того же материала, температура NDT равна -75 °С.

Численное моделирование проводилось в ANSYS Mechanical APDL в трехмерной упругопластической постановке с равномерной сеткой в плоскости надреза с размером КЭ 0,5 мм. Основной объем расчетов выполнен для типоразмера образца P-1, дополнительно рассчитывали образцы P-2.

Согласно принятым допущениям, трещина распространяется только в плоскости симметрии образца, что достаточно хорошо моделирует поведение гомогенного материала. Нагружение модели осуществляется пошаговым увеличением перемещения линии нагружения, после каждого увеличения перемещения рассматривается условие хрупкого разрушения по достижению сеточно-зависимой жесткости напряженного состояния $\chi = \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_i}\right)$ в силу его наиболее вероятной реализации по сравнению с критериями вязкого разрушения при низких температурах. При выполнении данного условия в каком-либо КЭ, выходящем на плоскость симметрии (плоскость трещины), снимается запрет перемещения его узлов относительно этой плоскости, и площадь трещины увеличивается. Когда ни в одном элементе условие разрушения не выполняется, проводится дальнейшее подгружение образца.

Решены две серии задач, найдены величины χ , при которых трещина начинает распространяться на всю ширину образца. Результаты для сравнения представлены на рис. 1 в виде картограмм излома образца, где синяя зона отвечает за фронт трещины, возникший при достижении условия разрушения по величине $\chi = \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_i}\right)$.

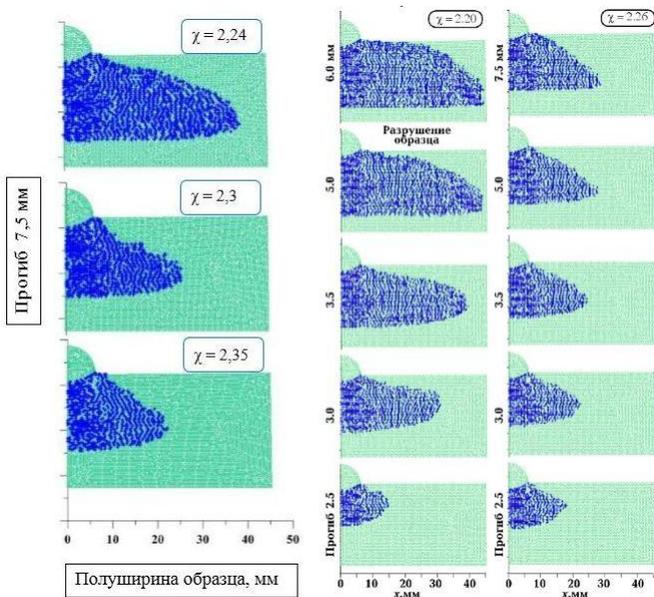


Рис. 1. Распространение трещины в модели образца NDT (показана 1/2 излома), материал – сталь F460^{Arc30}

Поскольку критерий χ зависит от размера конечного элемента (КЭ), необходимым условием является использование равномерного разбиения модели на КЭ. Для нахождения корреляции с коэффициентом интенсивности напряжений (КИН), которое может быть поставлено в соответствие задаваемой критической величине χ_c , необходимо решение калибровочной задачи для каждого материала. Такой подход предложен А.В. Ильиным в статье [4].

Калибровочные задачи решали в условиях плоской деформации и маломасштабной текучести с тем же размером КЭ. В результате получено, что для стали F460^{Arc30} критическое значение χ соответствует КИН, примерно равному $50 \text{ МПа}\sqrt{\text{м}}$, а для стали 09ХНЗМД – около $85 \text{ МПа}\sqrt{\text{м}}$. Эти значения численно равны 0.1 предела текучести каждого материала $R_{p0.2}$:

$$(K_{1\alpha})_{NDT} = 0.1 \cdot R_{p0.2}. \quad (1)$$

Дополнительно была предпринята попытка непосредственного определения КИН через величину J-интеграла, вычисляемую как интенсивность высвобождения упругой энергии при нагружении образца. Рассчитанная таким образом величина КИН для материала образца стали F460^{Arc30} составляет $20...25 \text{ МПа}\sqrt{\text{м}}$, кроме этапов расчета, на которых производится дальнейшее подгружение образца. Данный уровень соответствует нижнему шельфу температурной зависимости КИН, поэтому такой результат не может быть использован.

Согласно ранее предложенной численной модели, позволяющей определить КИН, соответствующей торможению трещины в конструкции [5],

$$(K_{1\alpha})_{min} = \sqrt{3.5 \cdot 10^{-5} \sigma_T^{2.42} S}, \quad (2)$$

где σ_T – эффективное значение предела текучести (МПа), соответствующее скорости деформирования при хрупком разрушении, $\sigma_T \approx 1.33 \cdot R_{p0.2}$, S – толщина (мм).

Из (1) и (2), с учетом ожидаемой температурной зависимости, КИН

$$K_{1\alpha}|_{T_D} = K_{1\alpha}|_{T_H} \cdot \exp(0.02(T_D - T_H)), \quad (3)$$

где T_D – минимальная температура применимости материала,

T_H – температура испытания (в данном случае – NDT).

Таким образом, можно найти разность температур (температурный запас), соответствующих величинам КИН для этих двух случаев:

$$T_D - NDT = 50 \ln(0.084 \cdot R_{p0.2}^{0.21} \sqrt{S}). \quad (4)$$

На основании результатов испытаний и расчетов определен температурный запас T_D относительно температуры NDT, который составил $22 \text{ }^\circ\text{C}$ для проката толщиной 25 мм из стали F460^{Arc30} и $40 \text{ }^\circ\text{C}$ для проката толщиной 40 мм из стали 09ХНЗМД.

По результатам экспериментальной части исследования было внесено несколько изменений и дополнений в методический стандарт организации ЦНИИ КМ «Прометей» по испытаниям NDT. Поскольку расчетами подтверждено преимущественное распространение трещины по телу образца, а не по поверхности, необходимо в сомнительных случаях статически раскрывать испытанные образцы для контроля формы трещины.

ЛИТЕРАТУРА

1. РМРС НД № 2-020101-174 Правила классификации и постройки морских судов. Часть XIII «Материалы». 2023. – 370 с.
2. ASTM E 208-06 Standard Test Method for Conducting Drop-Weight to Determine Nil-Ductility Transition Temperature of Ferritic Steels, 2019.
3. Назарова Е.Д., Пегливанова М.М., Филин В.Ю., Ларионов А.В. Получение истинной диаграммы нагружения на основе испытаний на растяжения с использованием численных методов // Сборник

материалов Всероссийской научной конференции, 3–7 апреля 2023 г. – СПб: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2023. – 29 с.

4. Ильин А.В., Артемьев Д.М., Филин В.Ю. Моделирование МКЭ распространения и торможения хрупкого разрушения в пластинах с исходной трещиной при варьировании их толщины // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2018. Т. 84. № 1(1). – С.56-65.

5. Филин В.Ю., Ильин А.В., Ларионов А.В., Мизецкий А.В., Назарова Е.Д., Пегливанова М.А. Количественные оценки сопротивления распространению разрушения судостроительных и трубных сталей // Безопасность и мониторинг природных и техногенных систем: сборник трудов VIII Всероссийской конференции с международным участием, 16-20 октября 2023 г. – Новосибирск, 2023. – С.83-89.

УДК 539.421

Р.О. Черчиев, А.А. Лаврентьев, Д.Р. Бараков
НИЦ Курчатовский институт – ЦНИИ КМ «Прометей»^(*)

ИССЛЕДОВАНИЕ МАСШТАБНОГО ЭФФЕКТА ПРИ ИСПЫТАНИЯХ НА СТАТИЧЕСКУЮ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТЬ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

При проектировании и изготовлении ответственных конструкций, работающих при высоких нагрузках и низких температурах, особое внимание уделяется эксплуатационным характеристикам, в том числе статической трещиностойкости, которая характеризуется такими параметрами, как критическое значение коэффициента интенсивности напряжений (K_{Ic}), J -интеграла и критического значения раскрытия вершины трещины (CTOD). Указанные характеристики, как правило, определяются при сертификации листового проката. Испытания на статическую трещиностойкость проводят при эксплуатационной температуре и на натурных образцах, т.е. их толщина соответствует толщине листа, что при переходе к стальному прокату больших толщин (70 – 100 мм) значительно увеличивает трудоемкость изготовления образцов и проведения таких испытаний.

Снизить материальные и временные затраты можно, анализируя результаты испытаний образцов меньшего размера. Различные подходы к решению такой задачи изложены в том числе в работах [1-6]. Проведение испытаний на статическую трещиностойкость образцов подобной геометрии, изготовленных из одного и того же материала, но разных размеров, дают отличающиеся значения параметров трещиностойкости. Разница в регистрируемых характеристиках связана с наличием явления, масштабного эффекта.

Существуют несколько гипотез о природе данного эффекта: металлургическая – ухудшение качества металла ближе к середине листового проката, статистическая – описание хрупких разрушений, при помощи теории слабого звена, и связанная с особенностями напряженно-деформированного состояния (НДС) вблизи трещины. Эти предположения о природе масштабного эффекта не противоречат друг другу и могут вносить отдельный вклад в данное явление.

В настоящей работе рассматривается фактор, связанный с особенностями НДС образцов различного размера. Целью работы является анализ связи НДС образцов разного размера с проявлением масштабного эффекта при испытаниях на статическую трещиностойкость.

^(*) Р.О. Черчиев, cherchiev@crism.ru

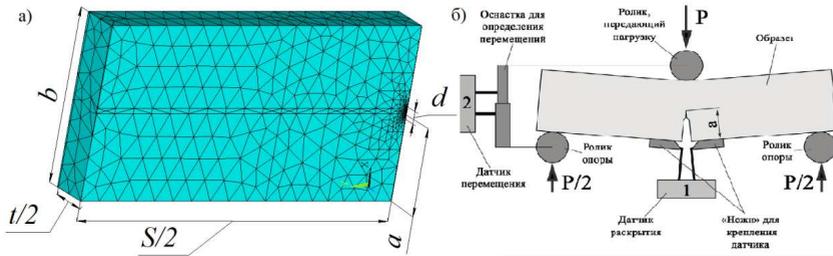


Рис. 1. а) Геометрия и КЭ - сетка численной модели ¼ образца на 3-х точечный изгиб для большого и малого образцов; б) Схематическое изображение испытания на трехточечный изгиб; в) Эскиз образца испытания на трехточечный изгиб. Размеры большого образца: $S = 305$, $t = 38$, $b = 76$, $a = 38$, $d = 2.5$ [мм]; малого образца: $S = 119$, $t = 14$, $b = 38$, $a = 14$, $d = 2.5$ [мм]

Для определения характера распределений параметров НДС в объеме образцов, были проведены механические испытания образцов на статическую трещиностойкость, а также их численное моделирование в пакете ANSYS Mechanical. Для изготовления образцов использовался листовой прокат высокопрочной среднелегированной мартенситной стали 10ХН4МДФ (толщина 40 мм, предел текучести около 1000 МПа при комнатной температуре).

Размер элемента вблизи трещины (d , рис. 1 а) 0.03 мм. Тип элемента SOLID187. Количество узлов и элементов для большого образца – 2605578/1909862; для малого – 876106/640109.

Для задания истинной диаграммы деформирования численной модели материала использовались результаты испытаний на растяжение цилиндрических образцов при $T = -60$ °C и $T = 20$ °C по ГОСТ 1497 тип III №6 (диаметр рабочей части 6 мм), изготовленных из того же материала, что и образцы на статическую трещиностойкость. Корректность заданной истинной диаграммы подтверждена сравнением диаграммы численного и натурального испытания на статическое растяжение.

Корректность построенной численной модели подтверждена результатом сравнения диаграмм нагружения и значений параметров трещиностойкости, полученных с помощью численного моделирования и проведенных натуральных испытаний на трехточечный изгиб (процедура испытаний соответствует стандартам ГОСТ 25.506, BS 7448, ISO 12135).

В результате численного моделирования испытания на статическую трещиностойкость получено распределение НДС у вершины трещины. Данные параметров трещиностойкости, полученные в ходе расчета, согласуются со значениями, полученными в ходе испытаний, что видно из Таблицы 1.

J – интеграл определялся следующим образом:

$$J_{el} = 1000 \frac{(1-\mu^2)K^2}{E} - \text{величина упругой составляющей } J - \text{интеграла,} \quad (1)$$

где E – модуль упругости, μ – коэффициент Пуассона, K – коэффициент интенсивности напряжений.

$$J = J_{el} + \frac{2A_p}{\epsilon(b-a)} - \text{критическая величина } J - \text{интеграла для изгибаемого образца,} \quad (2)$$

где t – толщина, b – высота образца, a – длина трещины, A_p – площадь под диаграммой нагружения.

Табл. 1. Результаты механического испытания и численного моделирования.

Темп. исп., °С	Образец толщиной 14 мм				Образец толщиной 38 мм			
	Числ. эксперимент		Мех. испытание		Числ. эксперимент		Мех. испытание	
	Нагр, кН	J, н/мм	Разр. нагр., кН	J _c [*] , н/мм	Нагр, кН	J, н/мм	Разр. нагр., кН	J _c [*] , н/мм
-20	32.6	148	-	-	172	148	172	132
-40	27.7	101	28	101	134	86	134	84
J _c [*] - значения J _c соответствуют хрупкому разрушению.								

Полученные результаты подтверждают корректность используемой численной модели.

По данным распределения НДС по объему образцов, испытанных при -20 °С, получены графики (рис. 2) распределения жесткости напряженного состояния (ЖНС) при одном значении J-интеграла для малого и большего образцов J≈147 Н/мм, что соответствует моменту разрушения большого образца при температуре испытания T = -20 °С.

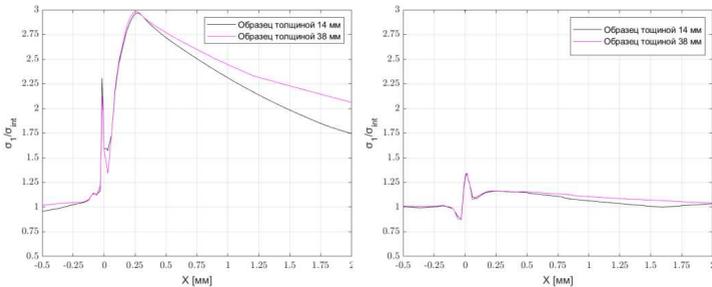


Рис. 2. ЖНС: а) в центре образцов, б) у поверхности образцов. Фронт трещины соответствует 0 мм на оси абсцисс. Ось X – расстояние до вершины трещины (в плоскости трещины), σ_1 – максимальные главные напряжения, σ_{nt} – интенсивность напряжений.

По результатам выполненного численного моделирования установлено следующее.

1. Максимальное значение параметра ЖНС $\frac{\sigma_1}{\sigma_{nt}}$ при переходе от поверхности образца к его середине возрастает от 1.17 до 3, что соответствует общепринятым представлениям о переходе от плоского напряженного состояния на поверхности образца к плоской деформации в его середине.
2. При удалении от фронта трещины, образцу меньше соответствует более высокий градиент снижения ЖНС. Это свидетельствует о том, что в образце большего размера условие разрушения по хрупкому механизму, связанное с НДС вблизи фронта трещины [1-3], может быть реализовано в большем объеме металла.

Таким образом, результаты выполненных работ говорят о возможности применения полученной численной модели для дальнейшего развития подхода к прогнозированию статической трещиностойкости высокопрочных сталей, изложенного в работах [1-3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Голосиенко С.А., Ильин А.В., Лаврентьев А.А., Михайлов М.С., Мотовилина Г.Д., Петров С.Н. Сопротивление хрупкому разрушению высокопрочной среднелегированной стали и его связь с параметрами структурного состояния // Вопросы материаловедения, № 3 (99), – 2019 – с. 128-147.

2. Ильин А.В., Лаврентьев А.А., Мизецкий А.В. О формулировке локального критерия хрупкого разрушения для прогнозирования трещиностойкости высокопрочной стали. // ISSN 1994-6716 // Вопросы материаловедения – 2020 – №3 (103), – с.114-134.
3. Ильин А.В., Лаврентьев А.А., Мотовилина Г.Д., Забавичева Е.В., Петров С.Н. О корреляции статической трещиностойкости высокопрочной среднедегированной стали с параметрами структурного состояния и стандартными механическими свойствами. // ISSN 1994-6716 // Вопросы материаловедения – 2023 – №1 (ИЗ), – с.103-123.
4. Beremin F.M. A local criterion for cleavage fracture of nuclear pressure vessel steel // Metal Transaction – 1983.– 14A – P.2277-2287.
5. Wallin K. and Laukkanen A. Aspects of cleavage fracture initiation - relative influence of stress and strain. // Fatigue Fract Eng // Mater & Struct – 2006 –; 29(9): 788-99.
6. Kroon M., Faleskog J. A probabilistic model for cleavage fracture with a length scale influence of material parameters and constraint. // Int. J. Fract. – 2002 –; 118: 99-118.
7. Марголин Б.З., Гуленко А.Г., Швецова В.А. Прогнозирование трещиностойкости реакторных сталей в вероятностной постановке на основе локального подхода // Проблемы прочности, – 1999. Сообщ.1 – №1.– с.5-20, сообщ.2 – №2.– с.5-22.
8. Марголин Б.З., Фоменко В.Н., Гуленко А.Г., Костылев В.И., Шевцова В.А. Дальнейшее развитие модели Прометей и метода Unified Curve. Часть 1. Развитие модели «Прометей» // ISSN 1994-6716 Вопросы материаловедения. 2027№ 4(88). – с. 120-150

УДК 539.3

А.Е. Петер¹, С.А. Красницкий^{2,3}

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²Санкт-Петербургский государственный университет

³Университет ИТМО

ЭФФЕКТИВНАЯ ВЯЗКОСТЬ СУСПЕНЗИИ ТОРОИДАЛЬНЫХ ЧАСТИЦ

Точное определение числа красных кровяных клеток (эритроцитов) в крови человека позволяет определить ее вязкость и с высокой точностью прогнозировать возникновение различных патологий [1]. Исследование данной проблемы может быть в ряде случаев сведено к решению задачи об определении эффективной вязкости несжимаемой ньютоновской жидкости (сuspension), в которой присутствуют твердые частицы (включения).

Вопрос вязкости сuspension рассмотрен в основном для сuspension, содержащих включения в форме сплюснутого эллипсоида [2-3]. В действительности, эритроциты имеют более сложную форму: утолщение по периферии и вогнутость внутри – которая может быть рассмотрена в приближении формы крутоизогнутого тора.

Данная работа посвящена изучению влияния жестких частиц неэллипсоидальной формы на вязкость сuspension посредством определения связи между эффективной вязкостью сuspension с частицами тороидальной формы и ее микромеханическими параметрами (размерами, формой, распределением, фракцией и ориентацией частиц).

Вязкость сuspension определяется посредством нахождения компонент тензора **M** эффективной вязкости несжимаемой ньютоновской жидкости. Компоненты тензора **M** могут быть определены посредством нахождения аналогии между определяющими уравнениями следующих задач: задачи о деформации симметрично нагруженного тела, содержащего тороидальные включения (рис.1(a)), аналитическое решение которой известно и представлено в [4,5], и задачи об обтекании тороидальной частицы вязкой жидкости с

(*)А.Е. Петер, anastasia_peter@mail.ru

малыми числами Рейнольдса (рис. 1(б)). Общий вид и геометрические размеры рассматриваемого в обеих задачах тороидального включения представлены на рис. 2.

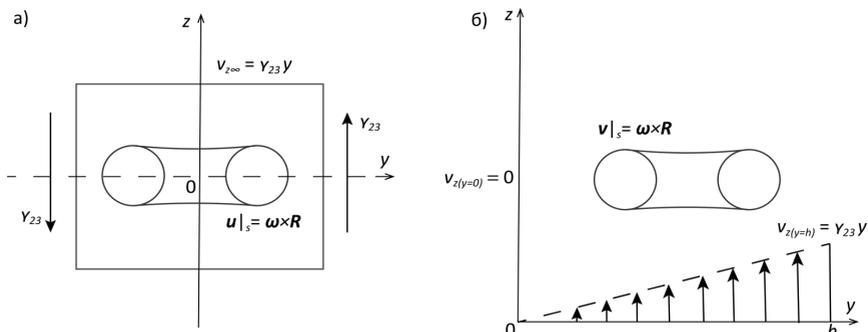


Рис. 1. Постановки решения задачи определения вязкости суспензии: а) деформация симметрично нагруженного тела с тороидальными включениями б) обтекание тороидальной частицы вязкой жидкостью с малыми числами Рейнольдса

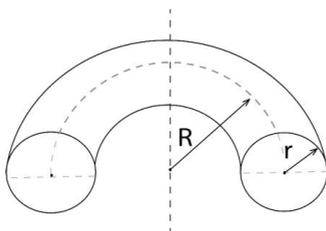


Рис. 2. Геометрические размеры тороидального включения. Пунктирной линией показана ось вращения тора.

Результаты. В ходе рассмотрения описанных выше задач была составлена аналогия между их определяющими уравнениями и параметрами. Данная аналогия представлена в табл. 1.

Аналитическое решение для упругой среды, содержащей абсолютно жесткое тороидальное включение, известно и представлено в [4-5].

Вклад неоднородности в общее напряжение σ в расчете на репрезентативный объем $V^{(1)}$ определяется с помощью тензора четвертого ранга вклада неоднородности в жесткость \mathbf{N} , определяемого из соотношения:

$$\Delta\sigma = \frac{V^{(1)}}{V} \mathbf{N} : \varepsilon^\infty, \quad (1)$$

где ε^∞ – дистанционно приложенная деформация,

Используя аналогию, представленную в таблице 1, введем тензор эффективной вязкости \mathbf{M} :

$$\Delta\sigma = \frac{V^{(1)}}{V} \mathbf{M} : \mathbf{S}^\infty, \quad (2)$$

где \mathbf{S}^∞ – тензор скоростей деформаций.

Табл. 1. Аналогия между определяющими уравнениями и параметрами

Деформация симметрично нагруженного тела	Движение вязкой жидкости с малыми числами Рейнольдса
Переменные, входящие в уравнения	
u_i – вектор перемещений	v_i – вектор скорости
ω_i – вектор поворота	Ω_i – завихренность
$\vartheta = p/\mu$	p – давление μ – динамическая вязкость
ν – коэффициент Пуассона	0.5
Определяющие уравнения	
$\text{grad } \vartheta + \text{rot } \omega = 0$	$\text{grad } p + \mu \text{ rot } \Omega = 0$
$\omega = \text{rot } \mathbf{u}$	$\Omega = \text{rot } \mathbf{v}$
$\text{div } \mathbf{u} = \vartheta (1-2\nu) / (2-2\nu)$	$\text{div } \mathbf{v} = 0$
Граничные условия	
$u _S = \omega \times \mathbf{R}$	$v _S = \Omega \times \mathbf{R}$
Сопоставление определяющих уравнений	
$\left\{ \begin{array}{l} \text{rot } \omega = -\text{grad } \vartheta \\ \text{div } \omega = 0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{rot } \mathbf{u} = \omega \\ \text{div } \mathbf{u} = -\frac{1-2\nu}{2-2\nu} \vartheta \end{array} \right. \quad \nu = \frac{1}{2}, \vartheta = \frac{p}{\mu} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{rot } \Omega = -\frac{1}{\mu} \text{ grad } p \\ \text{div } \Omega = 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{rot } \mathbf{v} = \Omega \\ \text{div } \mathbf{v} = 0 \end{array} \right.$	

На рис. 3 представлены рассчитанные компоненты N_{2323} тензора вклада неоднородности в жесткость и M_{2323} тензора эффективной вязкости

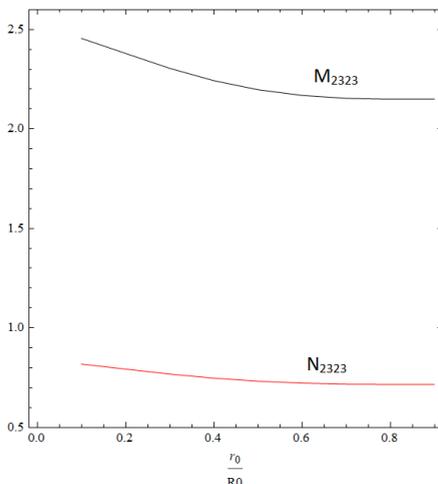


Рис. 3. Компоненты N_{2323}/E тензора вклада жесткости и M_{2323}/μ тензора вклада вязкости от отношения r_0/R_0 . Здесь E – модуль упругости матрицы, μ – вязкость жидкости

Таким образом, в ходе работы была изучена аналогия между определяющими уравнениями задач микромеханики композитов и неинерциального движения жидкости при значении $\nu = 0.5$ и при малых числах Рейнольдса. На основании аналитического решения для жесткого тороидального включения с использованием аналогии определена компонента тензора эффективной вязкости несжимаемой Ньютоновской жидкости с тороидальным включением. Представленная методика позволяет получить оставшиеся компоненты тензора эффективной вязкости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Nihill M.R., McNamara D.G., Vick R.L. The effect of increased blood viscosity on pulmonary vascular resistance // *American Heart Journal*. – 1976. – Vol. 92. – P. 65-72.
2. Smirnov, A., Vilchevskaya, E., & Sevostianov, I. Evaluation of the effective viscoelastic properties of a material containing multiple oblate inhomogeneities using fraction-exponential operators // *International Journal of Engineering Science*. – 2019. – Vol. 144, 103-124.
3. Kachanov, M., & Abedian, B. On the isotropic and anisotropic viscosity of suspensions containing particles of diverse shapes and orientations // *International Journal of Engineering Science*. – 2015. – Vol. 94. – P. 71-85.
4. Krasnitskii, S., Trofimov, A., Radi, E., & Sevostianov, I. Effect of a rigid toroidal inhomogeneity on the elastic properties of a composite // *Mathematics and Mechanics of Solids*. – 2019. – Vol. 24 (4). – P. 1129-1146.
5. Krokmal, P. A. Exact solution of the displacement boundary-value problem of elasticity for a torus // *Journal of Engineering Mathematics*. – 2002. – Vol. 44. – P. 345-368.

АНАЛИЗ ОСНОВНЫХ ЭТАПОВ УСТАНОВКИ
ПОЛИМЕРНЫХ КОРОНАРНЫХ СТЕНТОВ

Введение. Ишемическая болезнь сердца (ИБС) — это острое или хроническое заболевание, связанное с ухудшением кровоснабжения мышечной ткани сердца или его полной остановкой [1]. ИБС возникает из-за сужения артерий сердца (стеноз). Причиной стеноза является появление атеросклеротических бляшек. Стентирование коронарных артерий — это метод лечения форм ишемической болезни сердца (стенокардия, инфаркт миокарда), вызванных стенозом или окклюзией коронарных артерий сердца. Основные этапы установки стента схематично показаны на рис. 1. Для раскрытия стента применяются специальные баллоны для ангиопластики [2]. Они представляют из себя цилиндры, сжатые в форму лепестков с помощью специальных пластин.

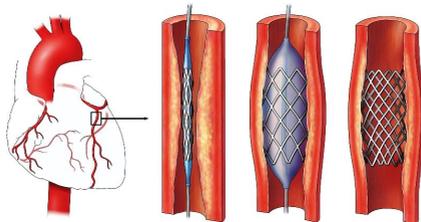


Рис. 1. Процесс установки стента

В данной работе основной целью является математическое моделирование поведения стентов из полимерных биодеградируемых материалов [3]. По мере растворения стента восстанавливается способность сосуда к расширению и спазму. Это означает, что просвет расширяется, эндотелий однородно покрыт, а вазомоторная функция (вазодилатация и спазм сосуда) работает в норме.

Геометрия. Для математического моделирования с применением программного пакета ANSYS, был выбран стент с синусоидальной формой ячеек [4]. Пример стента изображен на рис. 2.

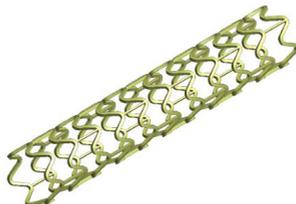


Рис. 2. Коронарный стент с ячейками синусоидальной формы

^(*)Э. Рововой, rovovoy99@gmail.com

Геометрия баллона для ангиопластики построена на основании изображений, полученных при помощи компьютерной томографии [5].

Постановки задач и результаты. Постановка задачи предварительного сжатия отображена на рис. 3.

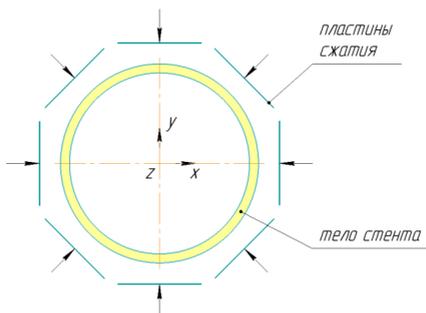


Рис. 3. Постановка задачи предварительного сжатия

Результаты процесса моделирования предварительного сжатия стента с ячейками синусоидальной формы представлены на рис. 4-5.

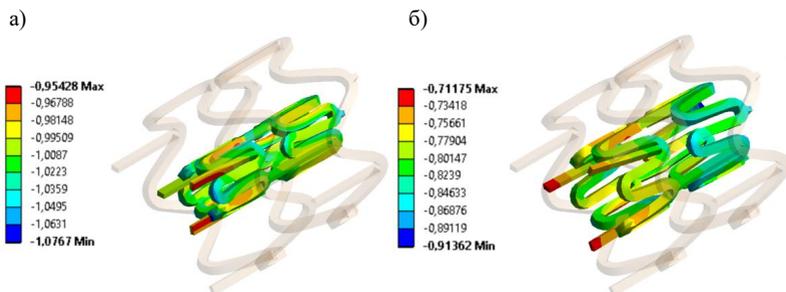


Рис. 4. Радиальные перемещения стента с синусоидальной формой ячеек: а — в сжатом состоянии; б — в состоянии после релаксации

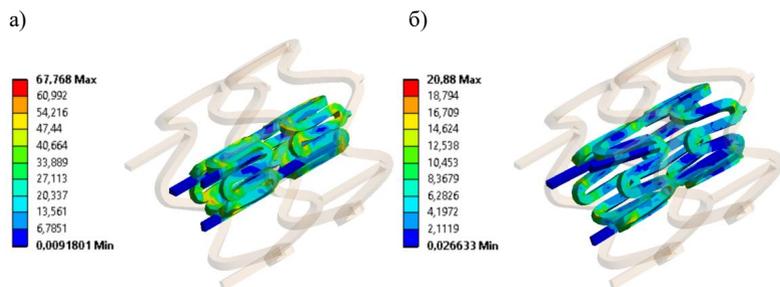


Рис. 5. Интенсивность напряжений по Мизесу стента с синусоидальной формой ячеек: а — в сжатом состоянии; б — в состоянии после релаксации

Полученный результат со значением конечного диаметра $\varnothing 1,4$ мм позволяет принять решение о безопасности доставки стента в сложенном виде, т.к. его размер позволяет перемещать конструкцию по сосудам [6].

Интенсивность напряжений по Мизесу показывает локализацию пластических деформаций и определяет наиболее нагруженную часть конструкции. Для полноценного моделирования раскрытия стента необходимо учитывать историю предварительных нагружений конструкции, т.к. это влияет на установку коронарного стента и последующую деградацию.

Форма свободного раскрытия баллона показана на рис. 6. Баллон раскрывается до диаметра около $\varnothing 4$ мм.

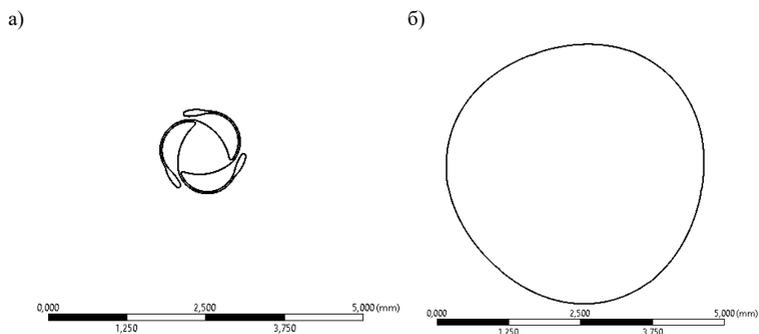


Рис. 6. Результаты моделирования процесса раскрытия баллона: а — 0 с; б — 40 с.

Заключение. В данной работе были промоделированы ключевые этапы коронарного стентирования, необходимые для полномасштабного описания поведения коронарного полимерного стента: предварительное сжатие стента и раскрытие баллона для ангиопластики [7]. При исследовании был рассмотрен стент с ячейками синусоидальной формы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Окорочков А. Н. Лечение болезней внутренних органов: Т 3. Лечение болезней сердца и сосудов. — М.: Мед.лит., 2000. — С. 464.
2. Нуштаев Д.В., Волков-Богородский Д.Б., Ардатов К.В. К вопросу построения упакованной конфигурации оболочки баллона системы доставки коронарных стентов // Российский журнал биомеханики. — 2020. — Том 24, №2. — С. 167-176
3. Юсупалиева Д.Б. Стенты с биodeградируемым покрытием: преимущества и недостатки // Достижения образования и науки. — 2019. — №5(46) — С. 110-114. — 2010
4. Bukala J., Buszman P.P., Malachowski J., Mazurkiewicz L., Sybilski K. Experimental tests, FEM constitutive modelling and validation of PLGA bioresorbable polymer for stent applications // Materials. — 2020. — Vol. 13, №2003
5. Шигаев М.В. Особенности конструкции и технологии изготовления систем доставки стентов // Труды Международного симпозиума «Надежность и качество». — 2010. — №2 — С. 197-199
6. Жеребцов Т.О., Мутылина И.Н. Конструктивные особенности для коронарного стентирования // Вологодские чтения. — 2010. — С. 71-73
7. Qiu T.Y., Song M., Zhao L.G. A computational study of crimping and expansion of bioresorbable polymeric stents // Mech Time-Depend Mater. — 2018. — Vol. 22. — P.273-290

АНАЛИЗ ДИНАМИКИ ПОТОКА СОДЕРЖИМОГО ДВЕНАДЦАТИПЕРСТНОЙ КИШКИ ПРИ ПЕРИСТАЛЬТИЧЕСКОМ ДВИЖЕНИИ ЕЕ СТЕНКИ

Введение. Стандартный покрытый эндобилиарный стент, наиболее часто применяющийся в хирургии, не обладает конструктивными антирефлюксными механизмами. Как показывает клинический опыт, уменьшить выраженность дуодено-билиарного рефлюкса можно лишь учитывая особенности установки стента в рабочую позицию. Чем глубже в просвет 12-перстной кишки от зоны большого сосочка двенадцатиперстной кишки (БСДК) будет проведен стент (чем длиннее будет внутрикишечный сегмент), тем меньше выраженность рефлюкса.

Основной особенностью установки эндобилиарного стента, существенно влияющей на постановку задачи математического моделирования, является тот факт, что в рабочем положении стент располагается одновременно в просвете желчного протока и в просвете 12-перстной кишки [1-2], при этом одна часть стента находится в активно перистальтирующей 12-перстной кишке. Поэтому при моделировании особое внимание уделяется описанию поведения содержимого 12-перстной кишки с учетом ее перистальтики.

Моделирование процесса установки стента. В качестве объекта исследования выступает часть стента, которая помещена в просвет 12-перстной кишки. Перистальтическое движение стенки моделировалось, согласно [3], как поочередное сжатие сегментов вдоль длины кишечника. Согласно [4], упрощенная геометрия 12-перстной кишки во время перистальтики представляет из себя цилиндр с сжатыми сегментами вдоль длины. Упрощенная геометрия представлена на рис. 1.

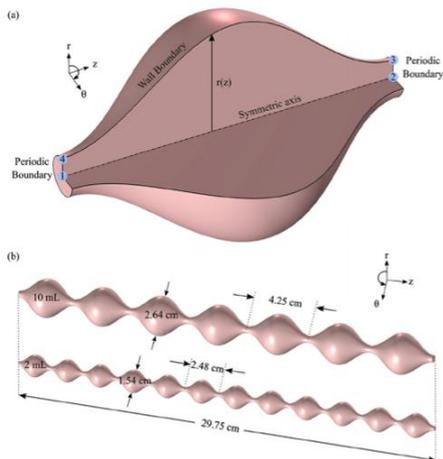


Рис. 1. Геометрия кишки при перистальтике

(*) А.О. Охотников, okhotnikov@compmechlab.ru

Было рассмотрено 2 случая постановки стента – 25% и 50% от общей длины. Решена нестационарная задача гидродинамики, где в качестве содержимого 12-перстной кишки выбрана вода, как наиболее опасный случай при возникновении рефлюкса. Прогнозируемым результатом моделирования являлся факт наличия или отсутствия обратного заброса содержимого кишечника в стент в зависимости от его длины. На рисунках 2-3 представлены варианты установки стента.

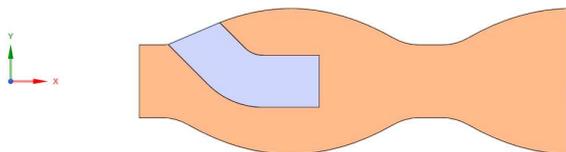


Рис. 2. Геометрическая модель для 25% активной части стента

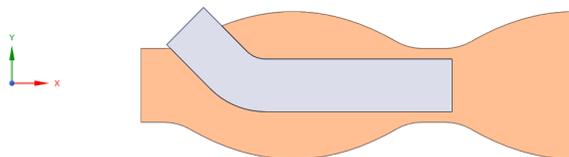


Рис. 3. Геометрическая модель для 50% активной части стента

Численное моделирование поведения стенки кишечника 12-перстной кишки (распространение перистальтической волны вдоль длины) при различных вариантах установки стента (25%, 50% от общей длины стента) проводилось в программном комплексе вычислительной гидродинамики ANSYS CFX [5]. Было проведено исследование риска возникновения рефлюкса при двух постановках стента в кишке и было установлено, что при второй схеме установки (50 % длины стента) риск рефлюкса минимален. Оценивались поля скоростей содержимого 12-перстной кишки в области эндобилиарного стента. На рис.4-5 представлены поля распределения скоростей при разных вариантах установки стента.

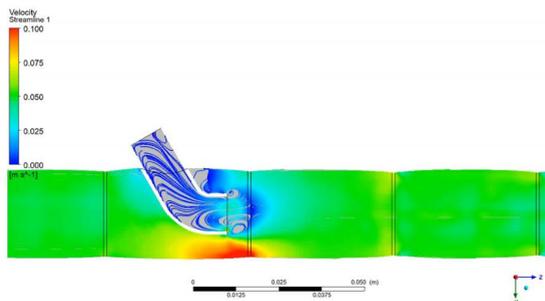


Рис. 4. Поле распределения скоростей (линии тока) 25% от общей длины.

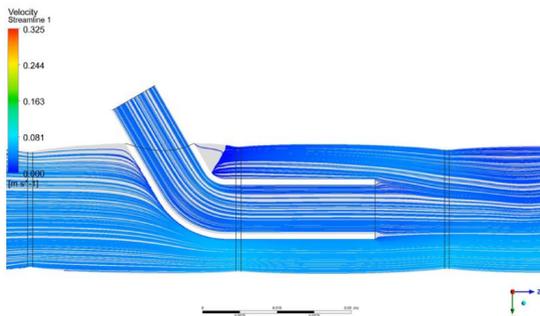


Рис. 5. Поле распределения скоростей (линии тока) 50% от общей длины.

Табл. 1. Результаты численного решения

Активная часть стента, %	25	50
Наличие рефлюкса	Да	Нет

Заклучение. По результатам моделирования потока содержимого 12 перстной кишки было установлено, что способ установки стента, при котором 50% его длины находится в просвете 12-перстной кишки, является наиболее благоприятным с точки зрения обратного заброса содержимого в стент, рефлюкса не наблюдается. Данные результаты подтверждены медицинской практикой, показывающей, что при такой установке риск рефлюкса содержимого двенадцатиперстной кишки является минимальным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кучумов А.Г., Няшин Ю.И., Самарцев В.А., Туктамышев В.С., Лохов В.А., Шестаков А.П. Математическое моделирование методики установки стента из материала с памятью формы при проведении эндобилиарных вмешательств // Российский журнал биомеханики - 2017. - Т. 21, № 4. - С. 462-473.
2. Охотников О.И., Яковлева М.В., Григорьев С.Н. Временное эндобилиарное стентирование стриктур дистального отделе общего желчного протока, обусловленных хроническим панкреатитом // Анналы хирургической гепатологии – 2018.- Т.23, №3.- С. 31-36.
3. Palmada N, Cater JE, Cheng LK, Suresh V. Anatomically realistic computational model of flow and mixing in the human duodenum. Phys Fluids. 2023;35(1)
4. B. Naranjani, P.D. Sinko, C.A.S. Bergström, A. Gogoll, S. Hossain, P. Larsson. Numerical simulation of peristalsis to study co-localization and intestinal distribution of a macromolecular drug and permeation enhancer // International Journal of Biological Macromolecules. – Vol. 5 (2). – P. 219-227.
5. ANSYS, Inc. Release Notes, Release 17 – SAS IP, Inc.

ОПЫТ МОДЕЛИРОВАНИЯ УПРАВЛЯЕМОГО ДВИЖЕНИЯ ПОДВОДНОГО АППАРАТА С ВОЛНООБРАЗНЫМ ДВИЖЕНИЕМ ПЛАВНИКОВ ТИПА КАРАКАТИЦА

Введение. Подводные роботы стали незаменимым инструментом для океанографов, морских биологов и даже военных. Эти роботы предназначены для исследования глубин океана, сбора данных и выполнения различных задач [1-2]. Одним из важнейших компонентов подводных роботов является их двигательная установка. Традиционные системы используют пропеллеры или реактивные двигатели для создания поступательной тяги, но у этих систем есть ограничения, связанные с маневренностью.

В последние годы исследователи разрабатывали множество роботов с новым типом движителей – парой волнообразных плавников [3-7]. Идея данного типа двигательной установки вдохновлена наблюдениями за рыбами, которые используют свои грудные плавники для маневрирования в воде. Таким образом, новый тип движителя предполагается хорошо маневренным. Целью данной работы является проверка данного утверждения.

Постановка задачи и методика расчета. В работе осуществляется совместное решение уравнений динамики подводного аппарата (рис. 1 (а)), приводимого в движение деформацией боковых плавников, и уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости, обтекающей аппарат.

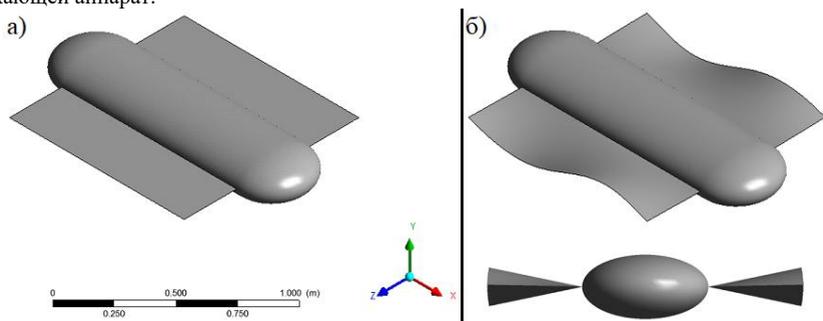


Рис. 1. а) базовая геометрия аппарата, б) аппарат с деформированным плавником.

Для создания тяги плавники деформируются в виде бегущей волны по заданному закону (рис. 1 (б)). При этом кинематика движения плавников определяется тремя параметрами: амплитудой A , волновым пространственным числом Kx и частотой колебаний Kt . Учет деформации плавников и движения аппарата осуществляется путем использования технологии деформируемых расчетных сеток, для которой был предложен авторский алгоритм деформации сетки.

Проверка маневровых характеристик аппарата производится путем внедрения системы управления по курсу (ПД - регулятор):

$$df(t) = K_p e(t) + +K_d \frac{de}{dt} \quad (1)$$

Управляющий сигнал $df(t)$ задает антисимметричное изменение одного из трех кинематических параметров на левом и правом плавниках относительно среднего значения.

^(*) К.К. Забелло, kosnay@mail.ru

Отклонение от цели $e(t)$ вычислялось как угол между заданным направлением и ортом оси X аппарата (правая тройка). По результатам параметрических исследований в качестве управляющего параметра была выбрана частота Kt , значение которой на левом и правом плавниках вычислялось следующим образом:

$$Kt_{l,r} = f_0 \pm df, \quad (2)$$

где знак плюс соответствует левому плавнику, знак минус – правому, $f_0 = 2\pi$ – базовая частота, $|df| \leq 2\pi$. Значение коэффициентов регулятора принимались следующими: $K_p = 0.1, K_d = 1$. Тестирование управляемого движения проводилось на задаче о повороте исходно неподвижного аппарата на 90 градусов вокруг оси Y против часовой стрелки.

Расчеты проводились с использованием пакета ANSYS Fluent 2020. Для реализации авторского алгоритма деформации и ПД-регулятора использовался механизм пользовательских функций (UDF). Задача рассматривалась в URANS постановке с использованием модели турбулентности k- ω SST Ментера. Использовался второй порядок аппроксимации по пространству и первый порядок аппроксимации по времени. Размерность расчетной сетки составляла 630 тысяч ячеек. Для исследуемого диапазона частот от 0.5 до 3 Гц, шаг по времени в расчете составлял 0.01 сек.

Результаты расчетов и обсуждение. Результаты расчетов представлены на рисунках 2 и 3. Видно, что аппарат на протяжении 40 секунд обладает практически постоянной угловой скоростью (рис. 2 (а)), несмотря на попытки регулятора парировать перерегулировку по курсу путем увеличения разницы частот в пользу левого плавника (рис. 2 (б)).

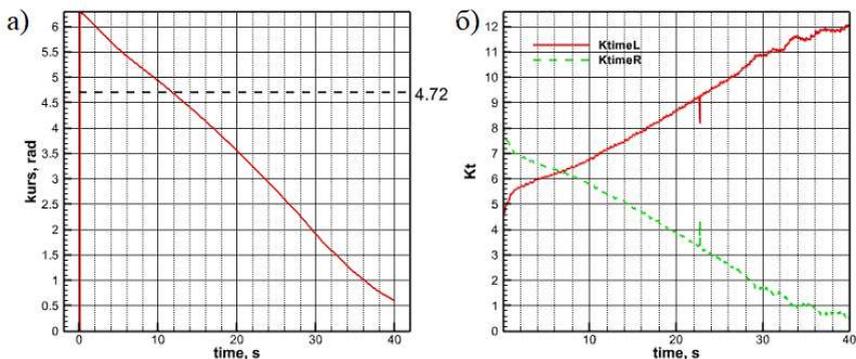


Рис. 2. а) Эволюция курса аппарата при управляемом движении. 4.72 рад – целевое значение курса.
б) Эволюция частоты колебаний левого и правого плавников.

Причина данного явления связана с тем, что деформация бокового плавника помимо продольной составляющей гидродинамической силы также формируют поперечную составляющую, величина которой сравнима, или даже больше, чем продольная проекция. Таким образом, невозможно увеличить продольную составляющую силы бокового плавника, не увеличив поперечную составляющую.

Получается, например, чтобы повернуть направо, надо увеличить продольную силу на левом плавнике (рис. 3 (а)). Увеличение продольной силы автоматически повышает поперечную составляющую силы. Таким образом, поперечные составляющие силы от правого и левого плавников уже не будут компенсировать друг друга и появится суммарная поперечная сила, направленная вправо. Наличие общей ненулевой поперечной силы при

условии не нулевой продольной скорости приводит к обтеканию аппарата под углом атаки и появлению разворачивающего гидродинамического момента, препятствующего повороту направо.

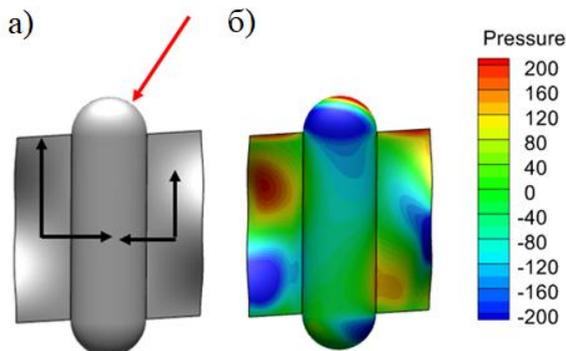


Рис. 3. а) Пример схемы сил, действующих со стороны плавников (черные цвет) и со стороны жидкости (красный цвет) на тело. б) Пример поля давления на аппарате в момент времени 40 с.

Данное рассуждение подтверждается анализом поля давления на аппарате в момент времени 40 с (рис. 3 (б)), когда регулятор пытается повернуть аппарат вправо (рис. 2 (б)). Видно, что точка торможения потока на корпусе аппарата смещена вправо, что соответствует обтеканию под ненулевым углом атаки. Стоит отметить, что данная проблема проявляется, когда аппарат уже имеет маршевую скорость.

Заключение. Результаты моделирования движения аппарата с боковыми плоскими крыльями, представленные в данной статье, позволяют говорить о плохой управляемости по курсу для данного аппарата при движении на маршевой скорости. Однако разворот для неподвижного аппарата с использованием волн противоположного направления движения для левого и правого плавников, очевидно, не должен вызвать трудностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Junku Y., West M. Underwater robotics // *Advanced Robotics*. – 2001. – Vol. 5. – P. 609-639.
2. Sanz P. A framework for autonomous underwater intervention missions with dexterous manipulation capabilities // *IFAC Proceedings Volumes*. – 2010. – Vol. 43(16). – P. 187-192.
3. Bi S., Niu C., Cai Y., Zhang L., Zhang H. A waypoint-tracking controller for a bionic autonomous underwater vehicle with two pectoral fins // *Advanced Robotics*. – 2014. – Vol. 28(10). – P. 673-681.
4. NOA MARINE unmanned technologies as an intelligent network for remote underwater observation of the ecosystems of the Baltic Sea. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://fundacja-mare.pl/file/repository/Michal_Latacz_NOA_MARINE_1.pdf/ (Дата обращения: 23.01.2024).
5. Engineers Use Biomimicry to Innovate the Propulsion of Unmanned Underwater Vehicles. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.ansys.com/blog/biomimicry-innovates-unmanned-underwater-vehicles/> (Дата обращения: 23.01.2024).
6. Pliant Energy Systems - Swimming Skating Crawling Robot. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.pliantenergy.com/robotics/> (Дата обращения: 23.01.2024).
7. Ahmad Aws., Wassouf Y., Konovalov K. V., Yushchenko A. S. Study of an underwater robot with a wave-like propulsion device. *Journal of Mechatronics, Automation, Control* Volume 23, 2022, No. 11, p(607).

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КРОВОТОКА В МОДЕЛЯХ ВРЕМЕННЫХ ПРОТЕЗОВ КРОВЕНОСНЫХ СОСУДОВ

Введение. В современной медицине, особенно в сфере экстренной помощи, наблюдается значительный рост использования временных сосудистых протезов. Эти устройства играют важную роль в спасении конечностей, позволяя быстро восстановить кровоток, предотвратить ампутацию и выиграть время для проведения дальнейшего хирургического вмешательства. Несмотря на кратковременное применение (до 18-24 часов), временные сосудистые протезы, обеспечивая жизнеспособность сосудов и возможность транспортировки пациента, подвержены риску тромбообразования [1, 2]. Это может привести к повторному нарушению кровоснабжения конечностей и негативно повлиять на их дальнейшую функциональность. Поэтому крайне важно оптимизировать конструкцию протезов для минимизации этого риска. Целью данной работы является исследование гидродинамических показателей кровотока в просвете временных сосудистых протезов и определение оптимальных конфигураций, которые обеспечивают надежное временное восстановление кровотока при повреждении магистральных артерий конечностей.

Описание моделей. В рамках исследования рассматриваются различные конфигурации временных сосудистых протезов, наиболее распространенными из которых являются прямой и в виде петли (рис. 1). На рис. 1 представлены основные геометрические характеристики протеза. Для протеза в виде петли исследовано влияние различных значений параметров A , B , C и E , представленных в таблице 1. Внутренний диаметр протеза ($D_{\text{внутр}}$) составляет 3 мм, а внешний ($D_{\text{внешн}}$) – 4,5 мм, что соответствует размерам стандартной трубки капельницы, часто используемой в качестве основы для временного протеза. Для протеза петлеобразной формы общая длина (L) составляет 24 см. Наиболее часто на практике встречается конфигурация №1, напоминающая по форме каплю. Это обусловлено естественным положением протеза при подсоединении к поврежденному сосуду. Вариант №2, представляющий собой кольцо, также может быть реализован, но требует фиксации свободных концов протеза в месте их соприкосновения. Вариант №3, имеющий форму овала, достигается путем фиксации протеза в виде кольца нитями в средней части с последующим легким стягиванием. Вариант №4 представляет собой прямую трубку длиной 7 см.

Табл. 1. Геометрические характеристики моделей временного сосудистого протеза

Вариант №	L , мм	$D_{\text{внутр}}$, мм	$D_{\text{внешн}}$, мм	A , мм	B , мм	C , мм	E , мм
1	240	3	4,5	54,5	42	10	45
2				57,3	57,3	0	0
3				42,5	70,1	0	0
4	70			-	-	-	-

Гидродинамические характеристики течения во временном сосудистом протезе существенно зависят от конфигурации входного участка, то есть области соединения протеза с поврежденным сосудом. В данной работе рассматривается случай повреждения бедренной

(*) Д.Э. Сеницына, sinicina.daria@yandex.ru

артерии, диаметр которой, как правило, варьируется от 6 до 8 мм. Для целей исследования внутренний диаметр бедренной артерии принят равным $D = 6$ мм. Учитывая, что диаметр бедренной артерии превышает как внутренний, так и внешний диаметр временного протеза, последний может быть свободно введен в поврежденный сосуд и зафиксирован лигатурами – специальными нитями, используемыми для перевязки кровеносных сосудов (рис.2, а). Таким образом, геометрия входного участка характеризуется наличием внезапного сужения, что может оказывать значительное влияние на формирование потока во временном сосудистом протезе.

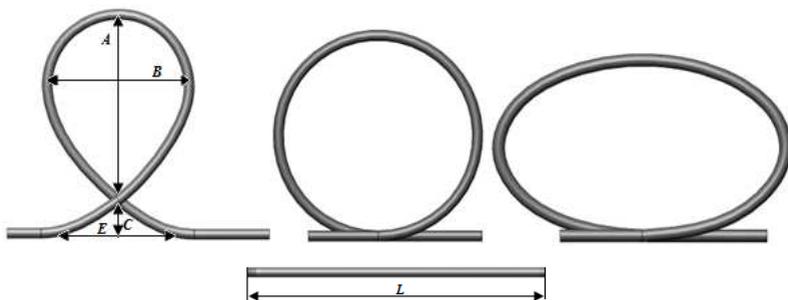


Рис. 1. Конфигурации временных протезов

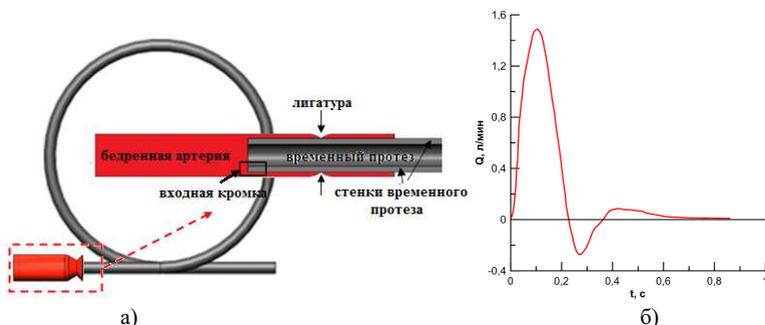


Рис. 2. а) Место соединения бедренной артерии и временного протеза; б) временная зависимость среднерасходной скорости потока на входе

Постановка расчетного исследования и вычислительные аспекты. Для исследования особенностей течения в моделях временных сосудистых протезов решались трехмерные уравнения Навье–Стокса в предположении о ламинарном характере движения крови. Расчеты выполнены с использованием программного пакета ANSYS CFX, реализующего метод контрольных объемов со вторым порядком точности по пространству и по времени. В рамках исследования рассматривался пульсирующий режим течения крови. В качестве граничных условий на входе в бедренную артерию задавалось изменение среднерасходной скорости во времени. На выходе из временного протеза задавался постоянный уровень редуцированного давления $P = 0$. На стенках протеза и артерии ставилось условие прилипания. Временная зависимость расхода в течение сердечного цикла (рис.2, б) для пульсирующего режима подобрана на основе клинических данных [3, 4], с периодом пульсаций $T = 0.86$ с (шаг по времени $\Delta t = 0.0086$ с), что соответствует частоте сердечных

сокращений 70 уд/мин, характерной для состояния покоя. Моделирование продолжалось в течение трех сердечных циклов для обеспечения независимости результатов от начальных условий. В среднем за сердечный цикл через бедренную артерию протекает 200 мл/мин.

Для численного моделирования использовалась расчетная сетка, адаптированная к геометрии протеза. Для прямого протеза применялась сетка типа O-grid, а для протезов в виде петли - неструктурированная сетка с тетраэдрическими элементами и шестью призматическими слоями у стенки. Сетка для протезов в виде петель содержала примерно 5 миллионов элементов, тогда как сетка для прямого протеза - 500 тысяч, при этом размеры ячеек в обеих сетках были практически идентичны. Выбор параметров сетки был обоснован предварительными исследованиями на чувствительность решения к размеру ячейки. Для участка соединения бедренной артерии и протеза (длиной 20 мм) сложной формы также использовалась неструктурированная сетка с тетраэдрическими элементами и призматическими слоями (5 млн. элементов).

В качестве рабочей жидкости использовалась жидкость, имитирующая кровь, с динамическим коэффициентом вязкости $\mu = 0.00375$ Па·с и плотностью $\rho = 1050$ кг/м³. Для заданных параметров максимальное число Рейнольдса на входе в расчетную область в течение сердечного цикла составляло $Re_{\max} = V_b \rho \frac{D}{2} / \mu = 737$, а число Уомерсли - $Wo = \frac{D}{2} \sqrt{2\rho r / \mu T} \approx 4,5$.

Результаты. Кровь, будучи сложной многокомпонентной жидкостью, содержит разнообразные форменные элементы, среди которых количественно преобладают эритроциты. Тромбоциты присутствуют в крови в меньшей концентрации, но играют ключевую роль в процессе свертывания крови. Взаимодействие этих двух типов клеток, особенно в условиях повышенного градиента скорости (например, в суженных или искривленных участках сосудов), критически важно при процессе тромбообразования. Более крупные и легко деформируемые эритроциты вытесняют меньшие тромбоциты к периферии сосуда, способствуя их накоплению у стенки [5, 6]. Этот феномен играет важную роль в процессе тромбообразования, особенно в зонах с поврежденным эндотелием, где обнажается субэндотелиальный коллаген, формируя тромбогенную поверхность. Аналогичным образом, искусственные материалы, такие как полиэстер, полиуретан и нержавеющая сталь, также могут выступать в роли тромбогенных поверхностей, способствуя прикреплению (адгезии) и активации тромбоцитов, что в конечном итоге может привести к формированию тромба [5, 6]. Таким образом, гемодинамические факторы и взаимодействие клеточных компонентов крови являются ключевыми детерминантами тромбообразования в сосудистой системе.

На рис. 3 представлено распределение осредненных по сердечному циклу сдвиговых напряжений на стенке (TAWSS – Time-averaged wall shear stress), характеризующих воздействие потока на стенки сосуда.

$$TAWSS = \frac{1}{T} \int |\vec{\tau}_w| dt,$$

где $\vec{\tau}_w$ – вектор сдвиговых напряжений, T – длительность сердечного цикла, t – время.

Анализ показал, что при одинаковых входных гидродинамических условиях максимальные сдвиговые напряжения в протезах в форме петли локализируются на внешней стенке. Распределение сдвиговых напряжений различается в зависимости от формы протеза: в варианте №2 (кольцо) они равномерно распределены по всей длине петли, в варианте №3 (овал) – сконцентрированы в зонах максимального искривления (по бокам), а в варианте №1 (капля) – локализованы в области искривления в вершине протеза и ближе к выходу, занимая при этом наименьшую площадь по сравнению с другими вариантами. Для протеза в виде капли в области выхода на нижней стенке значения параметра TAWSS в среднем на 25% выше, чем у других протезов в виде петли. Такое распределение сдвиговых напряжений может оказывать существенное влияние на вероятность тромбообразования в различных

участках протеза. Как и ожидалось, наименьшие значения $TAWSS$ наблюдаются в прямолинейном сосуде, где они в среднем в 3 раза ниже максимальных значений, зарегистрированных для протезов в форме петель. Это объясняется тем, что в прямолинейном сосуде поток крови более равномерный, без вторичных токов, что приводит к меньшим сдвиговым напряжениям на стенке.

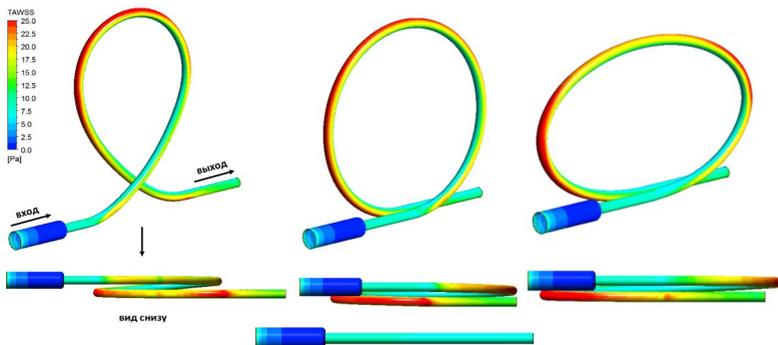


Рис. 3. Распределение осредненных по сердечному циклу сдвиговых напряжений на стенке

С точки зрения гидродинамики, прямолинейный протез является оптимальным вариантом, однако, использование прямолинейного протеза не всегда практично, особенно при транспортировке пациента. В таких случаях протез в форме петли оказывается более предпочтительным благодаря своей геометрии – гибкость и конфигурация петли позволяют протезу адаптироваться к изменениям положения тела пациента, снижая риск перегибов и сдавливания, что особенно важно в экстренных ситуациях, когда требуется быстрая и безопасная транспортировка. В качестве альтернативного решения можно рассмотреть использование трубки большего диаметра, что позволит избежать резкого сужения сосуда и, как следствие, возможно снизить риск тромбообразования. Такой подход позволит совместить преимущества прямолинейного протеза с удобством транспортировки, характерным для протезов в форме петли. Кроме того, увеличение диаметра трубки может способствовать улучшению кровотока и снижению сопротивления, что положительно скажется на общем состоянии пациента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дубров В.Э., Герейханов Ф.Г., Колтович А.П. Ранения магистральных сосудов при боевых термомеханических повреждениях // ПОЛИТРАВМА / POLYTRAUMA. – 2020. – № 4. – С. 23 – 29.
2. Ибрагимов Р.И., Рева В.А. Временное протезирование магистральных сосудов конечностей: современный опыт и дальнейшие перспективы применения на передовых этапах медицинской эвакуации // Известия Российской Военно-медицинской академии. – 2022. – Т. 41(2). – С. 127 – 131.
3. Klein W.M., Bartels L.W., et al., Magnetic resonance imaging measurement of blood volume flow in peripheral arteries in healthy subjects // Journal of vascular surgery. – 2003. – V. 38(5). – Pp. 1060 – 1066.
4. Charlton P.H., Mariscal Harana J., Vennin S., et al., Modeling arterial pulse waves in healthy aging: a database for in silico evaluation of hemodynamics and pulse wave indexes // American journal of physiology. Heart and circulatory physiology. – 2019. – V. 317. – Pp. H1062 – H1085.
5. Casa L. D. C., Deaton D. H., Ku D. N., Role of high shear rate in thrombosis. Review // journal of vascular surgery. – 2015. – V. 61(4). – Pp. 1068 – 1080.
6. Sakariassen K.S, Orning L., V.T. Turitto The impact of blood shear rate on arterial thrombus formation. Review // Future Science. OA. – 2015. - V.1(4). – P.9.

ВЛИЯНИЕ ЗАКРУГЛЕНИЯ ВХОДНОЙ КРОМКИ ВРЕМЕННОГО
СОСУДИСТОГО ПРОТЕЗА НА ХАРАКТЕРИСТИКИ КРОВОТОКА

Введение. Временные сосудистые протезы широко применяются в экстренной хирургии как эффективный и доступный метод восстановления кровотока в поврежденных сосудах. Однако, имплантация протеза к артерии может приводить к формированию зоны с резким изменением диаметра сосуда, что влияет на гидродинамические характеристики кровотока. Структура потока в значительной степени зависит от геометрии сосудистого протеза, в частности, от формы его входной кромки в зоне соединения с поврежденной артерией. Наличие острого среза входной кромки протеза может вызывать локальные нарушения кровотока, такие как отрыв пограничного слоя и образование зон рециркуляции, что, в свою очередь, может способствовать активации тромбоцитов и запуску процесса тромбообразования. Целью настоящей работы является исследование влияния геометрии сосудистого протеза, включая форму его входной кромки (прямой или закругленный срез), на характеристики ламинарного кровотока в моделях временных сосудистых протезов различной конфигурации.

Постановка расчетного исследования и вычислительные аспекты. Численное моделирование нестационарного течения вязкой несжимаемой жидкости в моделях временных сосудистых протезов проводилось для двух типов протезов: прямого и в виде петли, которые являются наиболее распространенными конфигурациями, применяемыми в клинической практике (рис.1). Внутренний диаметр протеза ($D_{\text{внутр}}$) принят равным 3 мм, а внешний ($D_{\text{внешн}}$) – 4,5 мм, что соответствует размерам стандартной трубки капельницы, часто используемой для изготовления временного сосудистого протеза. Для петлеобразного протеза общая длина (L) составляет 24 см, для прямого 7 см. В зоне соединения протеза с артерией моделировались два варианта формы входной кромки: прямой и закругленный срез (рис.1), что позволяет оценить влияние данного параметра на характеристики кровотока. Моделирование проводилось с учетом анатомических особенностей бедренной артерии, к которой осуществлялось подсоединение протеза. Детальное описание геометрии моделей, параметров расчетной сетки, а также граничных условий представлено в работе [1].

Для исследования гидродинамических характеристик кровотока в моделях временных сосудистых протезов было проведено численное решение трехмерных нестационарных уравнений Навье-Стокса, описывающих движение вязкой несжимаемой жидкости в ламинарном режиме. Расчеты выполнены с использованием программного пакета ANSYS CFX, который реализует метод конечных объемов со вторым порядком точности аппроксимации по пространству и времени. Для моделирования физиологических условий кровообращения был задан пульсирующий режим течения крови, соответствующий типичным параметрам кровотока в бедренной артерии человека [2-4]. В качестве рабочей жидкости была выбрана жидкость, реологические свойства которой приближены к свойствам крови, с плотностью $\rho = 1050 \text{ кг/м}^3$ и динамической вязкостью $\mu = 0,00375 \text{ Па}\cdot\text{с}$. На входе в протез задавалось изменение среднерасходной скорости во времени (рис.2), на выходе поддерживалось постоянное давление $P = 0$, что моделирует условия свободного истечения

(*) Д.Э. Синицына, sinicina.daria@yandex.ru

крови в артериальную систему. На стенках протеза реализовано условие прилипания, что соответствует отсутствию проскальзывания жидкости вдоль стенки.

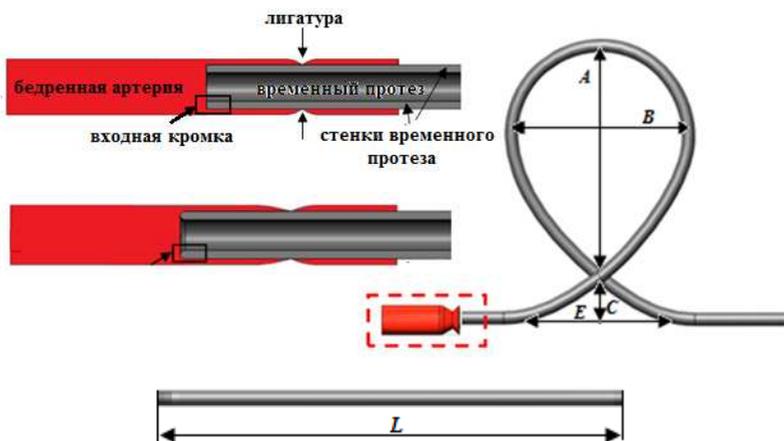


Рис. 1. Конфигурации временных протезов

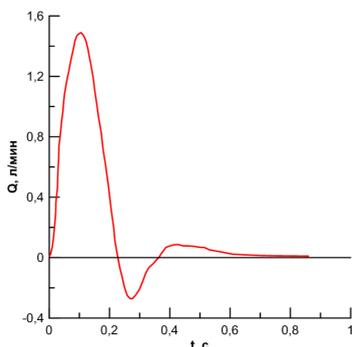


Рис. 2. Временная зависимость среднерасходной скорости потока на входе в артерию

Результаты. Результаты моделирования показывают, что конфигурация входной кромки имеет существенное влияние на гидродинамические характеристики кровотока в зоне соединения протеза и бедренной артерии. При прямом срезе входной кромки в протезе формируется отрывная зона, длина которой изменяется в течение сердечного цикла, достигая максимального значения в момент максимального входного расхода. Максимальная протяженность отрывной зоны составляет приблизительно $2D_{\text{внутр}}$ протеза, отсчитываемых от его входной кромки (рис. 3). В противоположность этому, при закругленном срезе входной кромки обеспечивается плавное вхождение потока в протез, предотвращая образование отрывной зоны, при этом максимальная скорость кровотока на входе в протез снижается в среднем на 20%.

Особенности организации кровотока на входе влияют на распределение сдвиговых напряжений на стенке. На рис. 4 представлено распределение параметров, характеризующих

воздействие потока на стенки сосуда: осредненные за сердечный цикл сдвиговые напряжения на стенке (*TAWSS* – Time-averaged wall shear stress) и индекс колебаний сдвиговых напряжений (*OSI* – oscillatory shear index):

$$TAWSS = \frac{1}{T} \int |\vec{\tau}_w| dt,$$

$$OSI = 0,5 \left(1 - \frac{|\int \vec{\tau}_w dt|}{\int |\vec{\tau}_w| dt} \right)$$

где $\vec{\tau}_w$ – вектор сдвиговых напряжений, T – длительность сердечного цикла, t – время.

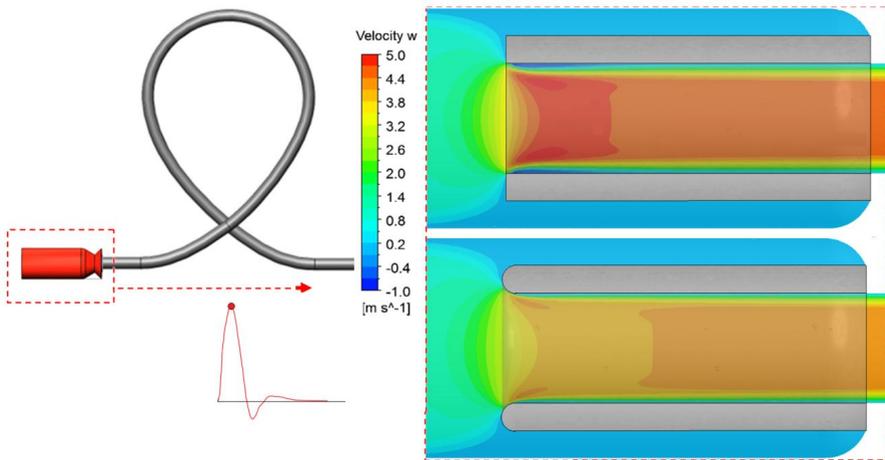


Рис. 3. Поле осевой скорости в поперечном сечении в области входа в сосудистый протез в момент пикового входного расхода

Сравнительный анализ распределения осредненных по времени сдвиговых напряжений на стенке (*TAWSS*) в сосудистых протезах различной формы выявил существенные различия в характере распределения (рис. 4, а). В протезе сложной формы, выполненном в виде петли, максимальные значения *TAWSS* значительно выше (примерно в 3 раза), по сравнению с прямым протезом. Это обусловлено влиянием изогнутой формы петлевого протеза на гидродинамику кровотока, возникновением вторичных течений (вихрей Дина) под действием центробежных сил и поперечной составляющей градиента давления, что в свою очередь приводит к локальному увеличению *TAWSS* в области внешней стенки изгиба.

Форма среза входной кромки протеза также оказывает существенное влияние на распределение *TAWSS*, особенно на начальном участке протеза. При этом протяженность этого влияния различается для протезов разной формы: $25D_{\text{внутр}}$ для петлевого протеза и $15D_{\text{внутр}}$ для прямого, отсчитываемых от начала протеза. Наибольшая разница в значениях *TAWSS*, обусловленная формой входной кромки, наблюдается в области имплантации, а именно в зоне перехода от артерии к протезу. При этом для протеза в виде петли максимальное отличие составляет в среднем 22%, а для прямого протеза — 14%, что указывает на более выраженное влияние формы входной кромки на распределение *TAWSS* в случае петлевого протеза.

Результаты расчетов показали, что для протеза в виде петли параметр OSI достигает максимального значения 0,15 на нижней стенке в области входа и на внутренней стенке петли (рис.4, б). В случае прямого протеза данный параметр показывает тенденцию к постепенному увеличению по мере продвижения по протезу. При этом закругление среза входной кромки приводит к снижению параметра OSI в области перехода артерии в протез. Для прямого протеза это снижение составляет 18%, а для протеза в виде петли — 23%.

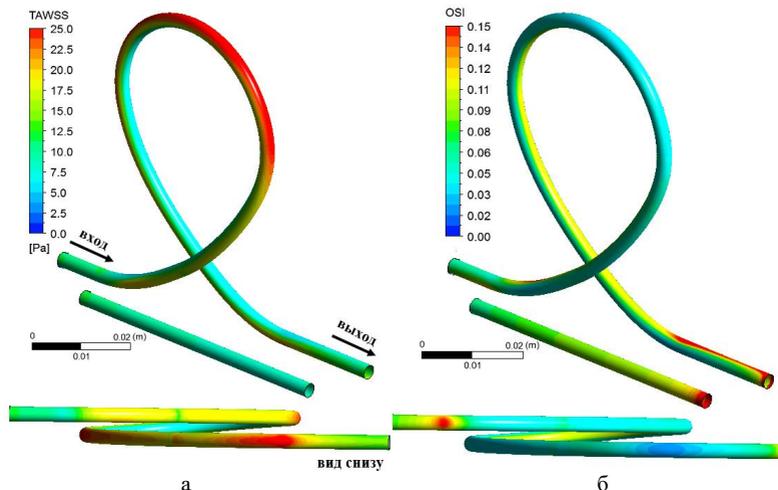


Рис. 4. Распределение параметров $TAWSS$ и OSI в моделях временных сосудистых протезов с закругленным срезом входной кромки

Проведенный анализ продемонстрировал важность учета геометрических особенностей протеза при его проектировании и выборе оптимальной формы для конкретных клинических условий. С гидродинамической точки зрения, прямой протез предпочтительнее, так как формирует меньшие сдвиговые напряжения на сосудистой стенке, и соответственно, менее предрасположен к тромбообразованию, однако, он менее удобен при имплантации в сосуды сложной анатомии, а также при транспортировке пациента, в особенности в сложных полевых условиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сеницына Д.Э., Юрина А.В. Численное моделирование кровотока в моделях временных протезов кровеносных сосудов / (публикация в настоящем сборнике).
2. Mikheev N.I., Molochnikov V.M., Paereliy A.A., Dushina O. A. Physical simulation of blood flow in a femoropopliteal artery graft // Journal of Physics: Conference Series 1683 022090. – 2020. – P.6.
3. Klein W.M., Bartels L.W., et al., Magnetic resonance imaging measurement of blood volume flow in peripheral arteries in healthy subjects // Journal of vascular surgery. – 2003. – V. 38(5). – Pp. 1060 – 1066.
4. Charlton P.H., Mariscal Harana J., Vennin S., et al., Modeling arterial pulse waves in healthy aging: a database for in silico evaluation of hemodynamics and pulse wave indexes // American journal of physiology. Heart and circulatory physiology. – 2019. – V. 317. – Pp. H1062 – H1085.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНОГО ТЕЧЕНИЯ
В МОДЕЛИ СОСУДА С МЕСТНЫМ СУЖЕНИЕМ

Введение. Течения крови по сосудам в основном ламинарные. Однако в тех местах, где возникают отрывные зоны (за выраженным стенозом или тромбом, или при разветвлении сосудов) они теряют устойчивость и становятся переходными с возникновением зоны локальной турбулентности. Расчет таких течений требует применения метода прямого численного моделирования (DNS) или метода крупных вихрей (LES). Данные методы являются, однако, очень ресурсоемкими. В связи этим для проведения массовых расчетов привлекательным становится применение известных RANS моделей турбулентности, даже при осознании того факта, что исходно применение этих моделей не обосновано, поскольку они разрабатывались для расчета течений с достаточно развитой турбулентностью. Соответственно, возникает и задача накопления опыта по применению RANS подхода к расчету течений на участках кровеносных сосудов, где возникают зоны локальной турбулентности, и выбора RANS модели, которая позволяет с приемлемой точностью рассчитать поле осредненного течения.

Ранее нами проводились расчетно-экспериментальные исследования течений в сосудах с локальным сужением, но в основном для чисел Рейнольдса, соответствующих течениям в стенозированных бедренных артериях и в сонной артерии [1, 2]; для расчетов применялся метод LES. Большой интерес представляет также моделирование течения в сосудах с локальным сужением при меньших числах Рейнольдса, соответствующих течению в венах при тромбозе. Известно, что в результате повреждения стенки вены и последующего воспалительного процесса на стенке вены формируется тромб (кровяной сгусток). Тромб растет вдоль и поперек сосуда, постепенно перекрывая сосуд и затрудняя поток. Численное исследование таких течений на основе методов с различной степенью эмпиризма представляется важным, поскольку гидродинамический фактор является одним из определяющих при тромбозе. Отметим также, что у человека в положении лежа поток крови в венах является практически постоянным по времени.

Постановка задачи. Предполагается, что через трубку с сильным местным сужением (модель участка кровеносного сосуда) течет вязкая несжимаемая жидкость с постоянным в среднем расходом. Число Рейнольдса, построенное по диаметру сосуда и среднерасходной скорости, $Re = UD/v$, изменяется в интервале 50...800. Геометрия сужения (рис.1) соответствует принятой в работах [1,2]. Параметр сужения $S = (1 - d_{\min}/D) 100\% = 45\%$, где D – диаметр трубки до и за участком сужения, d – локальный диаметр проходного сечения на участке сужения, общей длиной $2D$. Площадь минимального проходного сечения (при $x = 0$) составляет 30% от сечения трубки.

Вычислительные модели. Расчеты с применением программы ANSYS CFX 18.2 выполнялись на основе двух подходов: (1) посредством решения трехмерных уравнений Навье-Стокса без и с наложенными возмущениями расхода на входе, и (2) на основе RANS подхода (решение осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса) с применением трех популярных моделей турбулентности с изотропной турбулентной вязкостью ($k-\omega$, SST, BSL) и модели рейнольдсовых напряжений BSL-R. При решении нестационарных уравнений

Навье-Стокса возмущения на входе в расчетную область задавались путем изменения актуальной среднерасходной скорости U_a во времени по гармоническому закону $U_a = U[1+A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)]$. Варьировались частота f и амплитуда A колебаний. В каждый момент времени распределение скорости на входной границе (расположенной на расстоянии $5D$ вверх по потоку от начала сужения) описывалось параболой Пуазейля. В расчетах по моделям турбулентности решались стационарные уравнения Рейнольдса. На входной границе, в дополнение к профилю Пуазейля для скорости, задавались интенсивность турбулентности $I = 1\%$ и отношение турбулентной вязкости к молекулярной $\mu_t/\mu = 1$. Выходная граница располагалась на расстоянии $20D$ от сужения. Все представляемые расчеты были выполнены на сетке, включающей 4.5 млн. гексаэдральных элементов.

Привлекаемые для сравнения экспериментальные данные. Полученные расчетные данные сопоставлялись с представленными в [3] результатами экспериментов по определению длины образующейся за сужением зоны обратных токов (З.О.Т.) ультразвуковым доплеровским методом, а также с полученными недавно в Казанском научном центре РАН результатами измерений профилей скорости в плоскости геометрической симметрии сужения методом SIV (Smoke Image Velocimetry, [4]). Эти измерения проводились на установке, где движение жидкости в рабочем участке обеспечивалось за счет гидростатического напора, создаваемого напорным баком. Постоянный уровень жидкости в этом баке поддерживается при помощи устройства перелива и насоса, перекачивающего жидкость в напорный бак из бака-хранилища. Жидкость из напорного бака поступает в рабочий участок через дозатор с набором сопел различного проходного сечения. Требуемое значение расхода устанавливается через включение в работу определенного набора сопел. Измерения в сечениях перед входом в рабочий участок показали наличие небольших пульсаций продольной скорости, среднеквадратическое значение которых оценивается величиной в (1-2)% от среднерасходной скорости. Привлекаемые для сопоставления данные измерений получены при $Re = 424$.

Результаты расчетов. За сужением поток отрывается и формируется протяженная зона обратного течения (З.О.Т.), нормированная длина которой L_1/D зависит от числа Рейнольдса (рис.2). В экспериментах [3] при увеличении Re наблюдался рост длины З.О.Т. лишь до $Re \approx 300$. Решение уравнений Навье-Стокса без задания входных возмущений адекватно предсказывает рост величины L_1/D до $Re \approx 250$. Небольшое систематическое расхождение расчетных и опытных данных обусловлено ограниченными возможностями ультразвукового доплеровского метода по измерению малых скоростей потока. При $Re > 300$ данные расчетов качественно расходятся с результатами измерений. Численное решение в отсутствие возмущений указывает на продолжение роста длины З.О.Т., в то время как в эксперименте наблюдается резкое сокращение длины З.О.Т с последующим слабым изменением по мере увеличения числа Рейнольдса. Причина резкого сокращения длины З.О.Т при $Re > 300$ усматривается в том, что $Re \approx 300$ отвечает началу существенного проявления конвективной неустойчивости на ее нелинейной стадии.

Проявление конвективной неустойчивости исследовалось путем решения уравнений Навье-Стокса с заданными возмущениями входного расхода. В качестве примера на рис.1 приводятся результаты, полученные для $Re=300$ при задании безразмерной частоты $f^*=fD/U = 0.95$ и амплитуды $A = 2\%$. При варьировании частоты возмущения с фиксированной амплитудой $A = 1\%$ было установлено, что наиболее действенной («опасной») частотой, при которой достигается минимальное значение длины З.О.Т., является частота $f^*=1.57$. Течение носит переходный характер, без признаков турбулентности, величина $L_1/D = 4.86$.

Судя по экспериментальным данным [3], значение $Re \approx 400$ отвечает началу выхода на участок с достаточно развитой локальной турбулентностью за сужением. Из расчетов для данного числа Рейнольдса была определена амплитуда наиболее «опасного» по частоте

возмущения, достаточная для развития турбулентности, с выходом на "полочку" в зависимости длины З.О.Т. от числа Рейнольдса, эта амплитуда составила 1%.

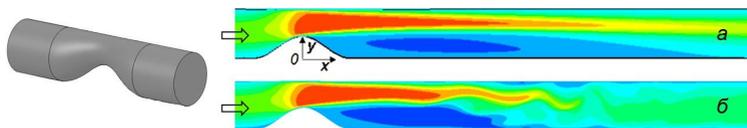


Рис. 1. Геометрия местного сужения трубки и поле актуальной продольной скорости в плоскости симметрии, рассчитанное без наложенных возмущений (а) и при амплитуде колебаний расхода $A=2\%$ и $f^*=0.95$ (б); цветовая шкала охватывает значения скорости от $-0.8U$ до $4.2U$.

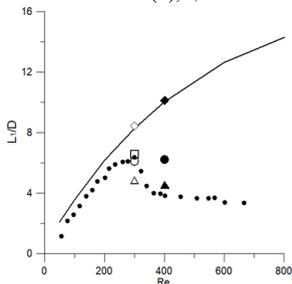


Рис. 2. Длина З.О.Т. за сужением в зависимости от числа Рейнольдса: расчет по уравнениям Навье-Стокса без входных возмущений (линия), расчеты с наложенными возмущениями амплитудой $A=1\%$ и частотой $f^*=\text{var}$: $\diamond - 0.71$, $\circ - 0.95$, $\Delta - 1.5$, $\square - 1.9$; расчеты с наложенными возмущениями частотой $f^*=1.57$ и амплитудой $A=\text{var}$: $\blacklozenge - 0.01\%$, $\bullet - 0.1\%$, $\blacktriangle - 1\%$, эксп. данные (\bullet) [3].

Результаты аналогичных расчетов, проведенных для числа Рейнольдса $Re = 424$ без возмущений расхода и при наложении возмущений с амплитудой $A=1\%$, были сопоставлены с данными измерения методом SIV. На рис.3 показаны рассчитанные (красная и черная линии) и измеренные (точки) профили осредненной по времени продольной скорости в трех сечениях за сужением. Можно видеть достаточно хорошее согласование результатов в случае расчета с наложенными возмущениями, в то время как профили, полученные при $x/D > 4$ в расчетах без возмущений, кардинально расходятся с результатами экспериментов.

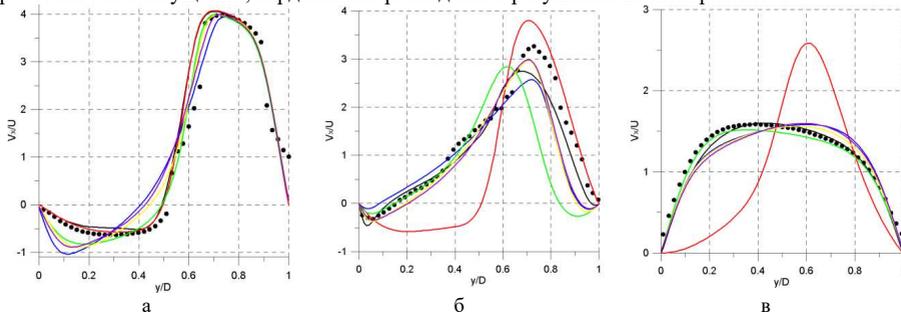


Рис. 3. Профили продольной скорости в плоскости симметрии за сужением в сечениях $x/D = 1.9$ (а), 4.2 (б) и 10 (в) для $Re = 424$: расчет по уравнениям Навье-Стокса без (красная линия) и с (черная линия) наложенными возмущениями при $f^* = 1.57$ и $A = 1\%$, расчеты с моделями турбулентности: BSL (синяя линия), BSL-R (зеленая линия), $k-\omega$ (желтая линия), SST (фиолетовая линия); эксп. данные (\bullet).

На рис.3 приведены также профили осевой скорости, рассчитанные при $Re = 424$ на основе RANS подхода с использованием четырех моделей турбулентности. Все примененные модели турбулентности в целом правильно отражают основные особенности течения с

локальной турбулентностью, развивающейся за сужением. Однако они предсказывают заметно большую интенсивность обратного течения в начале и в середине отрывной зоны, а также более интенсивное вторичное (поперечное) течение. Кроме того, в решениях по RANS подходу присутствует вторая зона обратного течения (на противоположной от сужения стенке в окрестности конца основной З.О.Т.), которая не наблюдалась в эксперименте, и практически не выражена в решении, полученном по уравнениям Навье-Стокса с наложенными возмущениями расхода.

Расчеты проводились с использованием ресурсов СКЦ «Политехнический» (scc.spbstu.ru).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гатаулин Я.А., Смирнов Е.М. Численное исследование структуры и локальной турбулизации течения в кровеносном сосуде с односторонним стенозом // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2021. Т. 14. № 1. С. 72–84.
2. Molochnikov V.M., Dushin N.S., Pashkova N.D., Gataulin Ya.A., Smirnov E.M., Yukhnev A.D. Flow Structure and Transition to Local Turbulence Downstream of an Asymmetric Narrowing that Imitates Arterial Stenosis // Fluid Dynamics, 2023, Vol. 58, No. 2, pp. 214–226.
3. Гатаулин Я.А., Зайцев Д.К., Смирнов Е.М., Федорова Е.А., Юхнев А.Д. Расчетно-экспериментальное исследование слабозакрученного течения жидкости в модели кровеносного сосуда со стенозом // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2015. № 4(230) С. 36–47.
4. Михеев Н.И., Душин Н.С. Метод измерения динамики векторных полей скорости турбулентного потока по видеосъемке дымовой визуализации // Приборы и техника эксперимента. 2016. № 6. С. 114–122.

УДК 612.13

Л.Г. Тихомолова¹, А.Д. Юхнев^{1,2}, Д.Э. Сеницына¹, А.А. Врбрий³

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

²Институт экспериментальной медицины

³Первый Санкт-Петербургский государственный медицинский университет им. акад. И.П.Павлова

ИССЛЕДОВАНИЕ КРОВОТОКА В МЕСТЕ ОТВЕТВЛЕНИЯ ШУНТА ОТ БЕДРЕННОЙ АРТЕРИИ УЛЬТРАЗВУКОВЫМИ МЕТОДАМИ

Введение. В настоящее время существует три основных метода неинвазивной визуализации пульсирующего кровотока, как артериального, так и венозного. Одним из самых распространенных является цветное доплеровское картирование [1]. В последние десятилетия начинает внедряться метод высокоскоростной ультразвуковой векторной визуализации [2,3]. Оба метода дают двухмерную информацию о структуре кровотока. Фазово-контрастная магнитно-резонансная ангиография обеспечивает трехмерную визуализацию течения, но, в отличие от доплеровских методов, она дорогая и малодоступная [4].

Целью работы является получение экспериментальных данных *in vitro* и *in vivo* о структуре течения в месте ответвления сосудистого протеза от бедренной артерии двумя ультразвуковыми методами: цветным доплеровским картированием (CFM) и высокоскоростной векторной визуализацией (VFI).

Методика. Режим VFI основан на программной постобработке доплеровских данных, полученных путем векторного сложения скоростей при сканировании кровотока под несколькими углами с частотой 500 Гц. Имеется возможность редактирования двухмерного поля скорости - изменение длины векторов, их плотности, и скорости замедленного

воспроизведения видеофайла от 1/7 до 1/200 реального времени (длина и цвет вектора соответствует модулю скорости). Режим векторной визуализации применим для сосудов, находящихся на глубине не более 5 см и для скорости кровотока не более 100 см/с. В связи с этим в клинической практике нет возможности отказаться от режима цветового доплеровского картирования.

Результатом сканирования в режиме CFM является визуализация поля проекции вектора скорости на ось датчика (градациями красного окрашивают скорости, направленные к датчику, градациями синего – от датчика) в реальном времени, с частотой 25 к/с. В этом режиме результат измерений скорости зависит от угла наклона датчика к направлению кровотока.

Лабораторные эксперименты. Экспериментальная установка (рис. 1) состоит из замкнутого гидравлического контура, контейнера с моделью разветвления сосудов, ультразвукового датчика, подключенного к сканеру Mindray Resona 7, насосного блока, состоящего из нескольких последовательно соединенных насосов, двух датчиков электромагнитного расходомера, гидравлического демпфера, и двух регуляторов расхода.

Контейнер с исследуемой моделью заполнен тканемитирующим материалом на основе агар-агаровой смеси с добавлением графита для имитации свойств биологических тканей, окружающих сосуды. В качестве кровемитирующей жидкости использовался 36% раствор глицерина. Плотность жидкости $\rho = 1050 \text{ кг/м}^3$, коэффициент динамической вязкости $\mu = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$ моделируют параметры крови.

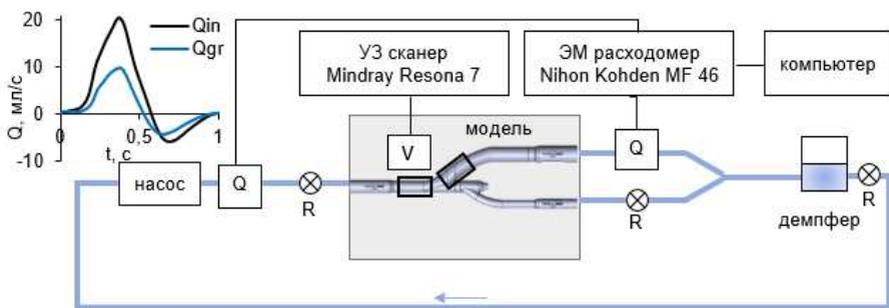


Рис. 1. Схема экспериментальной установки, где Q - датчик электромагнитного расходомера, R - регулятор расхода, V - ультразвуковой датчик, слева - кривые изменения расхода во времени

Модель ответвления протеза от бедренной артерии (рис. 2) получена на основе усреднения ряда параметров 25 персонализированных моделей, построенных на основе данных МСКТ ангиографии: внутренний диаметр общей бедренной артерии 6 мм, протеза 8 мм и глубокой бедренной артерии 4 мм, с углами ответвления 50° и 40° , соответственно. Толщина стенки модели 1 мм.

Максимальное входное число Рейнольдса $Re_{\max} = 1000$, ему соответствует максимальный входной расход $Q_{in \max} = 19 \text{ мл/с}$. Доля расхода по протезу составляла 50% от входного. На гидродинамическом стенде моделируется как положительная, так и отрицательная полуволны кривой расхода, соответствующей ее упрощенной форме для случая бедренной артерии.

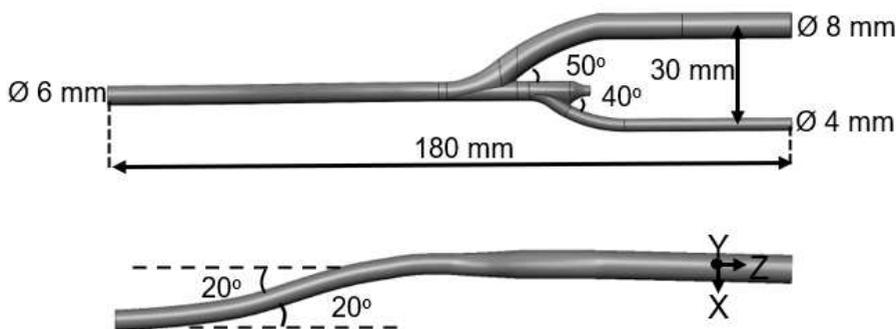


Рис. 2. Модель проксимального анастомоза бедренно-подколенного шунта

В результате эксперимента *in vitro* получено качественное совпадение структуры потока в модели ответвления протеза от бедренной артерии, определенной двумя ультразвуковыми методами (рис. 4). Оба метода визуализируют зону рециркуляционного течения у верхней стенки протеза и струйное высокоскоростное течение у его нижней стенки. Проведено количественное сравнение профилей скорости в поперечном сечении протеза на расстоянии одного калибра от места его ответвления от бедренной артерии. Для снятия профиля скорости в момент максимального расхода датчик был установлен под углом 60° (CFM) и 90° (VFI) к оси сосуда: с помощью программного перемещения контрольного объема (1 мм) по поперечному сечению модели измерялись значения скорости через 1 мм. На рис. 5 показано сравнение профилей скорости, полученных двумя ультразвуковыми методами, отличие составило менее 5%.

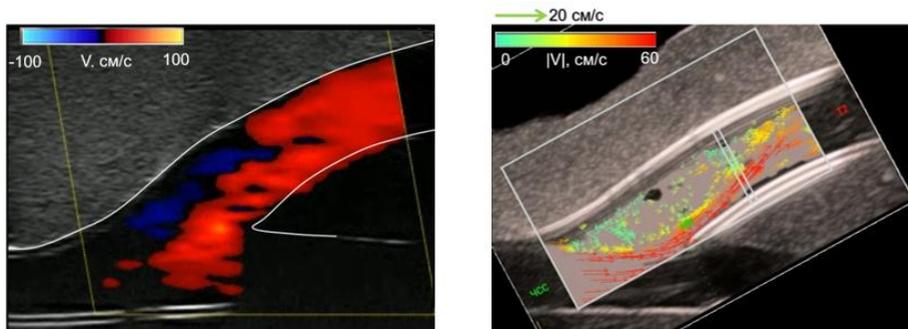


Рис. 3. Ультразвуковые изображения потока в модели бедренно-подколенного шунта методами CFM (слева) и VFI (справа) в момент максимального расхода

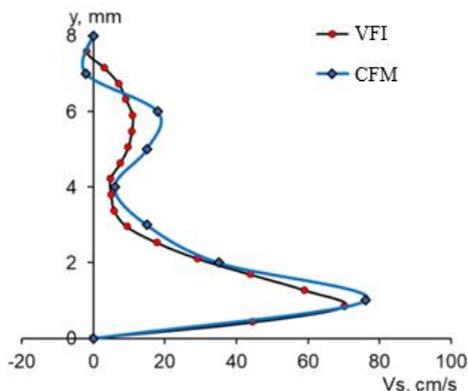


Рис. 4. Сравнение профилей продольной скорости, полученных двумя ультразвуковыми методами в модели бедренно-подколенного шунта

Клинические измерения. В ходе эксперимента *in vivo* проведено ультразвуковое обследование кровотока пациента в проксимальном анастомозе бедренно-подколенного шунта описанными выше методами. Максимальное входное число Рейнольдса $Re_{max} = 1700$.

Получено качественное соответствие структуры по расположению зон рециркуляционного течения (1, 2 на рис. 3), визуализированного двумя методами. Информация о пространственной геометрии сосудов, полученная с помощью мультиспиральной компьютерной ангиографии, помогает расшифровать особенности двумерного изображения векторного поля кровотока и различить индивидуальную особенность течения - закрученный характер кровотока перед его входом в глубокую бедренную артерию (3), ответвляющуюся в направлении перпендикулярном плоскости сканирования.

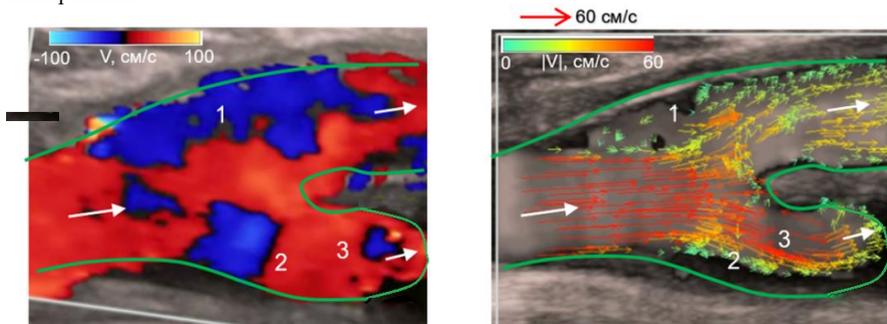


Рис. 5. Ультразвуковые изображения кровотока при бедренно-подколенном шунтировании методами CFM (слева) и VFI (справа) в момент максимального расхода:

1 и 2 – зоны рециркуляции, 3 - выход закрученной струи из плоскости сканирования.

Заключение. Изучена структура кровотока в месте ответвления протеза от бедренной артерии. Получено качественное соответствие расположения зон рециркуляционного течения, определенных двумя ультразвуковыми методами *in vitro* и *in vivo*, а также

количественное соответствие профилей скорости на входе в протез в момент максимального расхода.

В новом ультразвуковом режиме VFI течение визуализируется векторным полем скорости, а не распределением проекции скорости, как в режиме CFM, что позволяет более наглядно и детально количественно проанализировать сложный разнонаправленный характер кровотока.

ЛИТЕРАТУРА

1. Куликов В.П. Основы ультразвукового исследования сосудов. М: Видар-М, 2015. - 392 с.
2. Qiu Y., Dong Y., Mao F., et al. High-frame rate vector flow imaging technique: initial application in evaluating the hemodynamic changes of carotid stenosis caused by atherosclerosis // *Frontiers in Cardiovascular Medicine*, 2021. - Vol. 8: 617391.
3. Kammerer S., Stroszczyński C., Jung, E.M., et al. Functional ultrasound imaging of the venous valve of the great saphenous vein in the area around the crosse using the novel vector flow technique // *Clinical Hemorheology and Microcirculation*, 2020. -Vol.76(2). - P.211–219.
4. Wymer D. T., Patel K.P., Burke W.F., Bhatia, V.K. Phase-contrast MRI: physics, techniques, and clinical applications // *RadioGraphics*, 2020. - Vol.40(1). - P.122–140.

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ В ЗАДАЧАХ
 ВОССТАНОВЛЕНИЯ ЗАВИСИМОСТЕЙ

Введение. Нечеткие множества, впервые предложенные Лотфи Заде в 1965 году [1], являются расширением над классическими множествами. Дополнением является характеристическая функция, определяющая степень принадлежность элементов к множеству. Нечеткие множества позволяют сохранить больше информации о структуре неопределенных данных и, благодаря этому, являются более емким инструментом анализа, чем, например, классические интервалы. Данная работа посвящена прикладному применению теории нечетких множеств для решения задачи восстановления зависимости.

Математический аппарат. Основные принципы нечеткой теории подробно рассмотрены в [1].

Пусть X – универсальное множество, $A \subset X$ – классическое (“четкое”) множество. Наличие элементов из X в множестве A можно описать характеристической функцией $\mu_A: X \rightarrow V$, $V = \{0,1\}$. $\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A, \\ 0, & x \notin A. \end{cases}$ Переопределение V как вещественного интервала $[0,1]$ приводит к определению нечеткого множества. Такие множества полностью описываются множеством пар $\{(x, \mu_A(x)), x \in X\}$.

Нечетким числом называется нечеткое подмножество универсального множества действительных чисел R , функция принадлежности которого удовлетворяет условиям непрерывности, нормальности: $\max_{x \in R} \{\mu(x)\} = 1$ и выпуклости: $\mu(x_j) \geq \min\{\mu(x_i), \mu(x_k)\}, x_i \leq x_j \leq x_k$. Ядром нечеткого числа A называют множество $ker(A) = \{x \in X | \mu_A(x) = 1\}$. Носителем нечеткого числа A называется множество $supp(A) = \{x \in X | \mu_A(x) > 0\}$.

Операции сложения, вычитания, умножения, деления нечетких чисел, взятия абсолютной величины, а также понятие -уровня определяются в соответствии с работой [2].

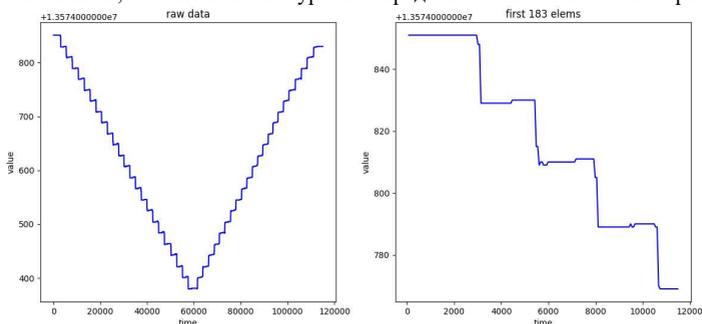


Рис. 1. Данные ШД

^(*)И.А. Бочкарев, bochkarev.ia@edu.spbstu.ru

Исследуемые данные. В данной работе нечеткие числа применяются для анализа и построения предсказаний для данных по управлению шаговыми двигателями (ШД) в режиме дробления шага. Источник данных – стенд для испытания шаговых двигателей [3]. Особенностью данных является накапливающаяся ошибка, величина которой прямо зависит от степени дробления. Это является мотивацией к построению предсказания для калибровки ШД. Затрудняет данную задачу вид самих данных, а именно отсутствие четких значений на каждом микрошаге. Эта проблема решается использованием арифметики нечетких чисел [2].

На рис. 1 представлены необработанные данные ШД. Можно заметить, что на каждом микрошаге происходит небольшое колебание данных, с преобладанием нескольких значений. Обозначим множество значений одного микроуровня через X , через $n(x)$ обозначим функцию, определяющую количество вхождений элемента x в множество X .

На основе микрошага строится нечеткое число со следующими параметрами: $ker(F) = \{x \in X \mid n(x) = \max_{x \in X} \{n(x)\}\}$, $supp(F) = [inf(X), sup(X)]$, характеристическая функция является кусочно-линейной, ее вершинами являются элементы из X с высокими значениями $n(x)$. Значения в вершинах определяются частотой их вхождения в X относительно частоты вхождения в X значений из ядра. Вершины подбираются алгоритмом, который максимизирует подробность описания нечетким числом исходных данных, поддерживая условие выпуклости. Пример построения нечеткого числа приведен на рис. 2.

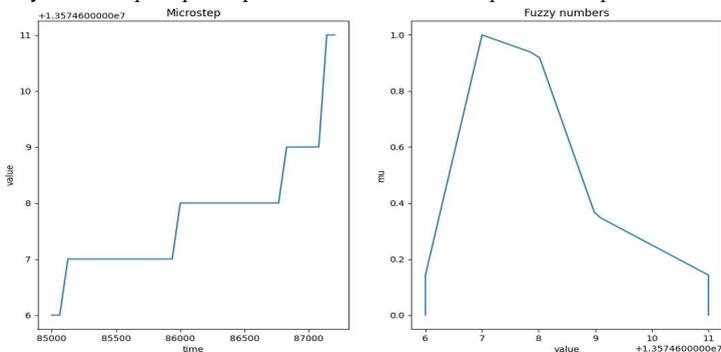


Рис. 2. Пример построения нечеткого числа

Анализ. Имея нечеткий набор данных, строим на нем линейную регрессию вида $y = ax + b$ методом наименьших квадратов, предварительно разделив на убывающую и возрастающую части. Результат в виде нечетких чисел приведен на рис. 3.

Точность оценивается с помощью средней абсолютной погрешности, значения приведены в табл. 1 в виде основных характеристик нечетких чисел.

Табл. 1. Средняя абсолютная погрешность

	Ядро	Носитель
Убывающая часть	1.1836	$[-25.4908, 27.6328]$
Возрастающая часть	1.6684	$[-232.6002, 235.0548]$

Для анализа степени неопределенности результата воспользуемся приемами интервального анализа, приведенными в [4]. Выделим из нечетких чисел внутренние X^{in} и внешние оценки X^{out} .

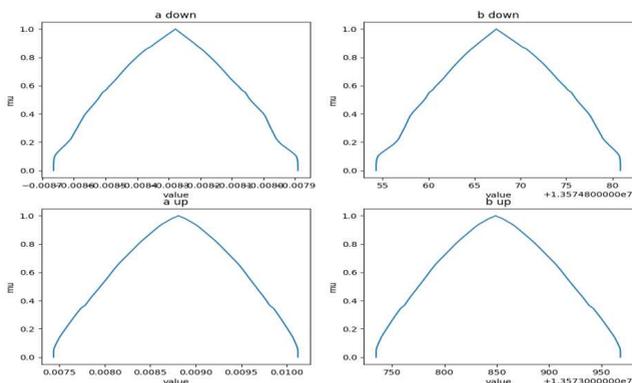


Рис. 3. Оценки параметров регрессии

X^{out} положим равным носителю нечеткого числа, а X^{in} -уровню, $\alpha = 0.8$. Вычислим меру Жаккара $JK = \frac{wid(X^{in})}{wid(X^{out})}$. Результаты приведены в табл. 2, 3.

Табл. 2. Результаты для убывающей половины

	X^{in}	X^{out}	JK
a	[-0.0084, -0.0082]	[-0.0087, -0.0079]	0.25
b	[13574864, 13574872]	[13574854, 13574881]	0.3

Табл. 3. Результаты для возрастающей половины

	X^{in}	X^{out}	JK
a	[0.0084, 0.0093]	[0.0074, 0.0101]	0.33
b	[13573811, 13573888]	[13573735, 13573968]	0.33

Заключение. В данной работе показано, что применение теории нечетких множеств в задачах с данными, хорошо представимыми в виде нечетких чисел, позволяет, не теряя информации об их специфике, использовать некоторые классические подходы анализа данных. Кроме того, при необходимости применения более гибких методов анализа сохраняется возможность упрощения данных до менее емких конструкций (чисел, интервалов, твинов, треугольных нечетких чисел).

ЛИТЕРАТУРА

1. L.A. Zadeh, "Fuzzy sets Information and Control, Volume 8, Issue 3, 1965, P 338-353, ISSN 0019-9958
2. Dubois D., Prade H. Fuzzy sets and systems: theory and applications, Academic Press, New York, 1980, 393 p.
3. Ермаков Н. В., Баженов А. Н., Смирнов А. Н., Толстяков С. Ю. // ПТЭ. 2023. № 1. С. 154-155. <https://sciencejournals.ru/view-article/?j=pribory&y=2023&v=0&n=1&a=Pribory2301013Ermakov>
4. Баженов А.Н., Тельнова А.Ю. Обобщение коэффициента Жаккара для анализа данных с интервальной неопределенностью // Измерительная техника. 2022. № 12. С. 15-22 <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-12-15-22>

РЕГУЛЯРНЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ АТРИБУТИРОВАННОГО ТЕКСТА

Введение. В работе рассматривается проблема автоматизации предметных областей. Стандартным методом решения этой проблемы является создание языка предметной области и программ на этом языке. Такой язык имеет преимущество перед языками программирования общего назначения – большая выразительность, которая достигается использованием понятий, заимствованных напрямую из предметной области. Работа посвящена методу повышения выразительности программ – использование текста с атрибутами для записи программ.

Постановка задачи и актуальность. В формальных языках возникает потребность выделять некоторые части текста программ для корректного задания семантики. Общепринятым подходом является использование ключевых слов и символов.

Для обеспечения читаемости интегрированные среды разработки (ИСР) выделяют лексические единицы, ключевые слова и ключевые символы отличным от основного текста начертанием. При таком подходе разметка, которую осуществляет текстовый редактор ИСР, дублирует лексическое разделение, которое осуществляет анализатор языка. Таким образом, современные среды разработки поддерживают разметку, которая помогает читателю программы, но анализ текста происходит без разметки. Предлагается дать возможность программисту самому задавать атрибуты текста, чтобы их мог использовать не только читатель, но и лексический анализатор языка. Такой подход имеют следующие преимущества:

- Можно упразднить ключевые слова и символы языка.
- Упрощается описание строковых данных.
- Возможно использовать переменные разных цветов для их группирования.

Для описанного подхода необходимы соответствующие инструментальные средства лексического анализа. Регулярные выражения являются стандартным способом задания лексики формальных языков. Они используются в генераторах лексических анализаторов lex [1] и flex [2]. Регулярные выражения используются для задания лексики в инструменте ANTLR [3].

Таким образом, для реализации подхода использования атрибутированного текста в области формальных языков необходим инструмент регулярных выражений для атрибутированного текста (РВДАТ).

Описание атрибутов текста. Атрибуты текста являются частным случаем разметки. На сегодняшний день существуют разные языки разметки текста: HTML, Markdown, TEX и т.д. Такие языки имеют различную сложность и предоставляют разные возможности по разметке текста. Язык разметки следует выбирать на этапе проектирования языка предметной области исходя из необходимых потребностей и минимизации сложности языка разметки. Возможно создание собственного языка разметки – для этого может быть использован метаязык SGML [4] или инструменты создания языков.

Архитектура системы. Чтобы иметь возможность использовать для РВДАТ существующие модули регулярных выражений, предлагается архитектура, состоящая из двух трансляторов. Архитектура представлена в виде диаграммы деятельности на рисунке 1.

^(*) А.А. Воротников, AndrewVorotnikov@yandex.ru



Рис. 1. Архитектура системы

Опишем транслятор текста. Будем называть символы алфавита $A = \{a_i\}_{i=0}^{n-1}$ глифами. Пусть разметка допускает p типов атрибутов – независимых параметров отображения глифа, и для типа с номером k возможно q_k вариантов атрибута. Естественным способом является представление символов текста в $(p + 1)$ -мерном пространстве. Пусть c – элемент этого пространства. Тогда:

- $c^{[0]}$ задает глиф, символ алфавита A , т.е. $c^{[0]}$ может принимать n значений.
- $c^{[k]}, k = \overline{1, p}$ задает атрибут k -ого типа, т.е. $c^{[k]}$ может принимать q_k значений.

Таким образом, для одного глифа возможно $Q = \prod_{j=1}^p q_j$ способов задать атрибуты, а всего способов задать глиф и его атрибуты $nQ = n(\prod_{j=1}^p q_j)$. В таблице 1 приведен псевдокод преобразования глифов с атрибутами (c) в символы алфавита $B(b_j)$ и наоборот, при условии, что j -ый атрибут задается числом от 0 до $q_k - 1$.

Значит, для кодирования символа и его атрибутов при условии наперед заданных типов и атрибутов в нем достаточно алфавита $B = \{b_j\}_{j=0}^{nQ-1}$.

Табл. 1. Преобразования глифов с атрибутами

Преобразование из b_j в c

$c^{[0]} = a_{|j/Q|}$
 $j = j \bmod Q$
for $k \in \overline{1, p}$:
 $c^{[k]} = \lfloor \frac{j}{q_k} \rfloor$
 $j = j \bmod q_k$

Преобразование из c в b_j

$j = 0, Q = 1$
for $k \in \overline{p, 1}$:
 $j = j + Q \cdot c^{[k]}$
 $Q = Q \cdot q_k$
 $j = j + Q \cdot (c^{[0]})$

Второй транслятор преобразует язык РВДАТ в классические регулярные выражения. Для его описания необходим язык РВДАТ.

Язык регулярных выражений для атрибутированного текста. Модули регулярных выражений есть в библиотеках многих современных языков программирования. Обычно модули регулярных выражений соответствуют одному из трех стандартов: базовые регулярные выражения POSIX [5], расширенные регулярные выражения POSIX [6] и Perl-совместимые регулярные выражения [7].

Во этих стандартах языка регулярных выражений есть операция группирования. Предлагается расширить именно ее. В классических регулярных выражениях ее описание в форме РБНФ выглядит так: $GROUPPING ::= (REGULAR_EXPRESSION)$

Предлагается модифицировать ее следующим образом:

$GROUPPING ::=$

В общем случае $ATTRIB_REQUIREMENT$ – это логическое выражение, описывающее требование к атрибутам текста, который входит в круглые скобки.

Пример. В качестве примера использования подхода приведем запись регулярной формы Бэкуса-Наура из [8] – таблица 2. В листинге используются атрибуты: key – синий

цвет, string – оранжевый цвет, nonterminal – обычное начертание, lexem – курсив, alias – оранжевый цвет и курсив.

Табл. 2. Листинг кода РБНФ с использованием атрибутов

TERMINALS:

```
key ::= <key>(TERMINALS|KEYS|NONTERMINALS|AXIOM|RULES|AS|\.|:|=|(|\)|\||\|)\#);
string ::= <string>(.*); nonterminal ::= <nonterminal>([\wD][\w]*); lexem ::= <lexem>([\wD][\w]*);
alias ::= <alias>([\wD][\w]*).
```

```
KEYS: <key>TERMINALS</key> AS terminals; <key>KEYS</key> AS keys;
<key>NONTERMINALS</key> AS nonterminals; <key>AXIOM</key> AS axiom;
<key>RULES</key> AS rules; <key>AS</key> AS as; <key>.</key> AS dot;
<key>:</key> AS colon; <key>::=</key> AS assignment; <key>;</key> AS semicolon;
<key></key> AS lparenthesis; <key></key> AS rparenthesis; <key></key> AS alternation;
<key></key> AS rbracket; <key></key> AS rbracket; <key>{</key> AS lbrace;
<key></key> AS rbrace; <key>#</key> AS hash.
```

NONTERMINALS: GRAMMAR; TERMINALS_BLOCK; KEYS_BLOCK;

NONTERMINALS_BLOCK;

AXIOM_BLOCK; RULES_BLOCK; RULE; RHS; SEQUENCE; PARENTHESIS; OPTIONAL;

TSEITIN_ITERATION.

AXIOM: GRAMMAR.

RULES:

```
GRAMMAR ::= TERMINALS_BLOCK KEYS_BLOCK
NONTERMINALS_BLOCK AXIOM_BLOCK RULES_BLOCK;
TERMINALS_BLOCK ::= terminals colon {lexem assignment string # semicolon} dot;
KEYS_BLOCK ::= keys colon {string [as alias] # semicolon} dot;
NONTERMINALS_BLOCK ::= nonterminals colon {nonterminal # semicolon} dot;
AXIOM_BLOCK ::= axiom colon nonterminal dot;
RULES_BLOCK ::= rules colon {RULE # semicolon} dot;
RULE ::= nonterminal assignment RHS;
RHS ::= {(SEQUENCE | PARENTHESIS | OPTIONAL | TSEITIN_ITERATION)};
SEQUENCE ::= {(string | alias | lexem | nonterminal)};
PARENTHESIS ::= lparenthesis {RHS # alternation} rparenthesis;
OPTIONAL ::= lbracket {RHS # alternation} rbracket;
TSEITIN_ITERATION ::= lbrace [RHS] [hash RHS] rbrace.
```

Заключение. В работе предложен подход к повышению выразительности языков предметной области – использование текста с атрибутами для записи программ. Для поддержки метода предложены регулярные выражения для атрибутированного текста как средство создания лексических анализаторов формальных языков.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lesk M. E., Schmidt E. Lex: A lexical analyzer generator. – Murray Hill, NJ : Bell Laboratories, 1975. – Т. 39.
2. Levine J. Flex & Bison: Text Processing Tools. – " O'Reilly Media, Inc.", 2009.
3. ANTLR [Электронный ресурс]. URL: <https://www.antlr.org/>. - (дата обращения: 30.05.2023).
4. Overview of SGML Resources [Электронный ресурс]. URL: <https://www.w3.org/MarkUp/SGML/>. - (дата обращения: 28.10.2023).
5. Regular Expressions/POSIX Basic Regular Expressions - Wikibooks, open books for an open world [Электронный ресурс]. URL: https://en.wikibooks.org/wiki/Regular_Expressions/POSIX_Basic_Regular_Expressions. (дата обращения: 22.10.2023).

6. Regular Expressions/POSIX-Extended Regular Expressions - Wikibooks, open books for an open world [Электронный ресурс]. URL: https://en.wikibooks.org/wiki/Regular_Expressions/POSIX-Extended_Regular_Expressions. - (дата обращения: 22.10.2023).
7. PCRE - Perl Compatible Regular Expressions. URL: <https://www.pcre.org/>. - (дата обращения: 22.10.2023).
8. Воронников А. А. Учебное инструментальное средство задания синтаксиса и семантики предметно ориентированных языков: выпускная квалификационная работа бакалавра: направление 01.03. 02 «Прикладная математика и информатика»; образовательная программа 01.03. 02_02 «Системное программирование». – 2023.

УДК 51–73

А.А. Гольдберг, С.А. Климова, В.В. Давыдов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого.^(*)

ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МОДУЛЯЦИОННОЙ МЕТОДИКИ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ВРЕМЕНИ ПРОДОЛЬНОЙ РЕЛАКСАЦИИ ПРИ ЭКСПРЕСС-КОНТРОЛЕ ЖИДКИХ СРЕД

Одной из задач ядерного магнитного резонанса (ЯМР) при исследовании конденсированных сред является определение времен продольной T_1 и поперечной T_2 релаксации, что особенно важно при использовании малогабаритных ЯМР-релаксометров для экспресс-контроля состояния конденсированных сред [1-2]. В случае экспресс-контроля регистрация сигнала ЯМР происходит в слабом магнитном поле с $B < 100$ мТл (ограничен вес конструкции устройства) с использованием независимого источника питания. В связи с этим возникают проблемы при использовании импульсных методов (спиновое эхо Ханна и импульсная последовательность Карра-Перселла) в небольших портативных ЯМР-релаксометрах для измерения T_1 и T_2 [1].

Для реализации этих методов требуется зазор между полюсами магнитов не менее 80 мм для размещения системы катушек, что увеличивает вес устройства и импульсное напряжение в несколько сотен вольт (ограничения на заряд батареи) [2]. Поэтому для измерения T_1 и T_2 в малогабаритных ЯМР-релаксометрах регистрируется сигнал с применением метода модуляции. В этом случае ЯМР-сигнал формируется в виде затухающего неперiodического колебания. На рис.1 показан зарегистрированный сигнал ЯМР из водопроводной воды при $T = 290,2$ К.

Определить время T_2 можно по затуханию огибающей, построенному по вершинам пиков. Неоднородность магнитного поля учитывается в области, где расположена регистрирующая катушка [1]. Трудности возникают с измерением T_1 . Это связано с тем, что экспериментальные исследования показали, что для определения T_1 в конструкции малогабаритного ЯМР-релаксометра чрезвычайно сложно использовать измерения частоты по методу Джулотто [3].

В слабом магнитном поле B резонансные частоты при изменении частоты модуляции магнитного поля B отличаются друг от друга на доли герца. Запись этих частот требует высокой точности настройки резонанса, которая может быть достигнута только в лабораторных условиях измерения. В случае использования устройства в полевых условиях такой режим измерения является сложным в реализации.

^(*) А.А. Гольдберг, artemiy.goldberg@mail.ru

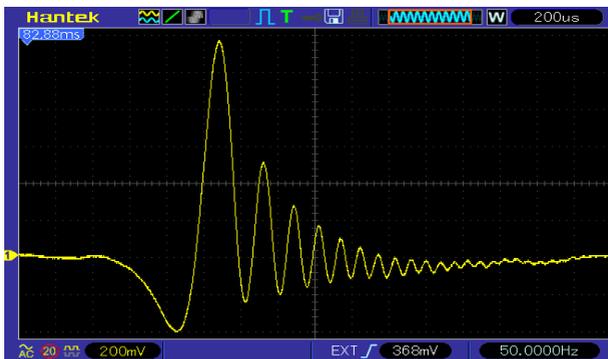


Рис. 1. Зарегистрированный сигнал ЯМР сигнал из водопроводной воды с использованием модуляционной методики

Кроме того, формула для определения T_1 по методу Джулотто [3] была получена из уравнения Блоха без учета особенности регистрации ЯМР-сигнала в слабом магнитном поле с использованием метода модуляции [2]. Кроме того, уравнения Блоха не учитывали влияние модуляции магнитного поля на намагниченность конденсированной среды. Поэтому, учитывая все факторы в уравнениях Блоха, мы получили формулу для определения T_1 по двум измерениям амплитуды сигнала ЯМР на разных частотах модуляции τ :

$$M = M_0 [1 - (1 - \exp(-\tau/T_1)) / (1 + \exp(-\tau/T_1))] \quad (1)$$

Использование уравнения (1) для определения времени T_1 для различных сред показало, что существует ряд особенностей при проведении вычислений. Эти особенности связаны с соотношениями между частотами модуляции, которые используются для регистрации сигнала ЯМР. Например, регистрируем сигнал ЯМР на частоте 100 Гц и регистрируем сигнал на частоте 120 Гц. Два сигнала ЯМР реально существуют, также как T_1 у исследуемой среды, а уравнение не имеет решений, подходящих под ограничения. А в случае регистрации сигналов на частотах 10 и 100 Гц уравнение имеет решения. Поэтому необходимо рассмотреть различные случаи и определить условия, для которых решения уравнения Блоха применимо.

Рассмотрим некоторые из этих случаев подробнее.

Если $\tau_1 = 300$ мкс, $\tau_2 = 200$ мкс, то при $A_1 = 1,14$ В, $A_2 = 0,89$ В уравнение не имеет решений, а при $A_1 = 0,89$ В, $A_2 = 1,14$ В уравнение имеет одно решение, но оно не удовлетворяет ограничению $T_1 \in [0,001; 21]$ (с).

Если же $\tau_1 = 0,01$ с, $\tau_2 = 0,005$ с, $A_1 = 1,04$ В, $A_2 = 0,87$ В, то уравнение имеет два решения, но они не удовлетворяют ограничению.

Если $\tau_1 = 0,0025$ с, $\tau_2 = 0,0014$ с, $A_1 = 1,04$ В, $A_2 = 0,87$ В, уравнение имеет одно решение, но оно не удовлетворяет ограничению.

Если $\tau_1 = 0,1$ с, $\tau_2 = 0,01$ с, $A_1 = 1,68$ В, $A_2 = 0,87$ В, то уравнение не имеет решений.

Все это показывает, что для исключения данного ограничения при измерении T_1 необходимо решить (1) без приближений.

Однако рассмотрим те тождества, которые привели к этому уравнению, — это система уравнений Блоха, в которой впоследствии для получения уравнения (1) были сделаны некоторые допущения:

$$\begin{cases} \frac{du(t)}{dt} + \frac{u(t)}{T_2} + \gamma H_m \sin(\omega_m t) v(t) = 0 \\ \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{T_2} - \gamma H_m \sin(\omega_m t) u(t) + \gamma H_1 M_z(t) = 0 \\ \frac{dM_z(t)}{dt} + \frac{M_z(t)}{T_1} - \frac{M}{T_1} - \gamma H_1 v(t) = 0 \end{cases}$$

Для решения системы приведем ее к дифференциальному уравнению первого порядка, разрешенному относительно первой производной,

$$x(t) = \begin{pmatrix} u(t) \\ v(t) \\ M_z(t) \end{pmatrix}, A(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{T_2} & \gamma H_m \sin(\omega_m t) & 0 \\ -\gamma H_m \sin(\omega_m t) & \frac{1}{T_2} & \gamma H_1 \\ 0 & -\gamma H_1 & \frac{1}{T_1} \end{pmatrix}, f(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{M}{T_1} \end{pmatrix}$$

Тогда система переписывается в виде:

$$\dot{x}(t) + A(t)x(t) = f(t)$$

При этом имеет место начальное условие:

$$x(0) = x_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ M_H \end{pmatrix}$$

Тогда общее решение системы уравнений Блоха имеет следующий вид:

$$x(t) = \exp\left\{-\int_0^t A(s) ds\right\} x_0 + \int_0^t \exp\left\{\int_t^s A(k) dk\right\} f(s) ds$$

Далее некоторыми преобразованиями можно получить явную формулу для $x(t)$, вернуться к исходным функциям и выразить их через параметры системы уравнений Блоха. Таким образом, будет получено решение системы уравнений Блоха.

ЛИТЕРАТУРА

1. Leshe A. Nuclear induction. Veb Deutscher Verlag Der Wissenschaften, Berlin, 1963.
2. Davydov V.V., Dudkin V.I., Vysoczky M.G., Myazin N.S. Small-size NMR Spectrometer for Express Control of Liquid Media State // Applied Magnetic Resonance, 2020. Vol. 51. P. 653–666.
3. Chiarotti G., Cristiani G., Giulotto L., Lanzi G. A Nuclear Inductor for Measurements of Thermal Relaxation Times in Liquids // Il Nuovo Cimento, 1954. Vol. 12. P. 519-525.

ПРИМЕНЕНИЕ МУЛЬТИИНТЕРВАЛОВ ДЛЯ ОПИСАНИЯ СПЕКТРАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Мультиинтервальные конструкции естественным образом возникают в различных физических задачах, а также при анализе выборок данных с двусторонними ограничениями. Рассмотрено применение подхода для описания спектрального состава примесей водородной плазмы. В качестве входных данных использовалась таблица показаний интенсивности УФ-излучения, полученных с ТОКаМАКа Глобус-М2 ФТИ им.А.Ф. Иоффе [1] при изменениях для длин волн $\lambda \in [200,1100]$ с шагом 0.1 нм на протяжении 0.16 сек с шагом в 105 мкс. Наглядное представление спектра в виде графика приведено на рис. 1.

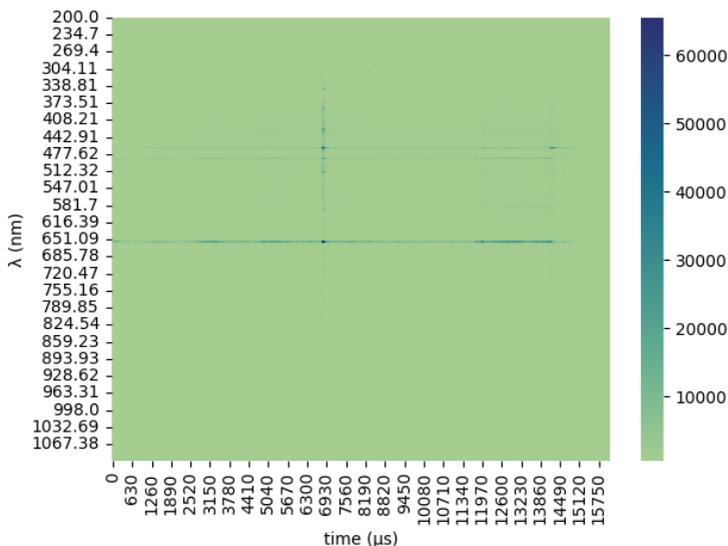


Рис. 1. Тепловая карта интенсивностей

Задача состоит в поиске локальных максимумов по алгоритму поиска мультимоды для каждого момента времени и объединении их в единое значение, которое требуется сопоставить с эталонными показателями. Каждый локальный максимум представляет собой мультиинтервал, содержащий границы пиков с некоторым допуском (неопределенность связана с шумами и конечным разрешением по длине волны). Итоговый максимум по всему времени замера представляет собой мультиинтервал, полученный путем объединения локальных максимумов.

Мультиинтервал — это объединение конечного числа несвязных интервалов числовой оси [2]. Мультиинтервальная арифметика сильно зависит от предметной области, ввиду чего у вводимых операций присутствует ряд особенностей. Например, в качестве первого подхода

^(*)А.И. Иванов, ivanov@spbstu.ru

к решению задачи принималась идея рассмотреть исключительно операции пересечения мультиинтервалов и формирования кластеров на основе каких-либо метрик схожести, однако, ввиду специфического характера данных (например, неравномерность разрывов или присутствие показаний, которые одинаково успешно могут быть восприняты как значимые данные и шумы), было принято решение отказаться от этой идеи в пользу анализа мультиинтервальной выборки в целом. В качестве инструмента анализа рассматривается алгоритм поиск мультимоды.

Реализованный алгоритм поиска мультимоды [3] фактически представляет собой последовательное исключение из массива показаний областей пиков. Например, на рис. 2 необходимо сначала устранить область крайнего правого пика, затем последовательно применять эту операцию ко остальным пикам справа налево (в порядке убывания интенсивности). Идейной основой алгоритма является «Алгоритм для нахождения моды интервальной выборки». Алгоритм носит итеративный характер.

Табл. 1. Псевдокод алгоритма поиска мультимоды

Вход:

Интервальная выборка $X = \{x_i\}_{i=1}^n$ длины n

Первая мода $modeX^{(1)}$

Выход

Массив областей $MX = \{IH\}$ выборки X и массив частот $M\mu(MX)$.

Алгоритм

$MX \leftarrow modeX^{(1)}$;

$M\mu \leftarrow max\mu$

Установка признака выполнения задания $GO=1$

WHILE GO

 Обработка текущей моды k :

 Вычисление $modeX^{(k)}$;

 Вычисление границ текущей моды k :

 Установка границ интервала $IH^{(k)} = modeX^{(k)}$.

 Расширение границ $IH^{(k)}$.

 Зануление значений массива частот μ с индексами $IH^{(k)}$:

$\mu(IH^{(k)}) := 0, MX \leftarrow MX \cup IH^{(k)}, M\mu \leftarrow M\mu \cup \mu^{(k)}$.

 Вычисление распределения частот μ .

 IF $max\mu \leq 1$ THEN

 Окончание работы $GO=0$

 ELSE

 Переход к следующей моде

 ENDIF

END WHILE

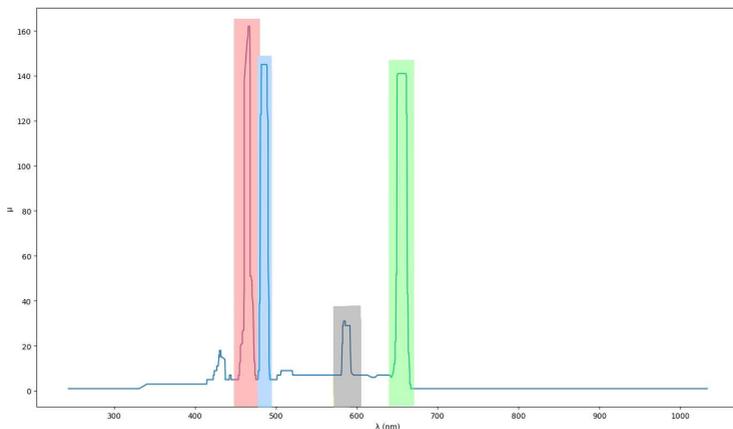


Рис. 2. Графическое представление результата работы алгоритма поиска мультимоды

Табл. 2. Численный результат работы алгоритма поиска мультимоды

Интервал длин волн, нм	Мощность моды
[465.8, 467]	160
[482, 486.6]	155
[651, 660.6]	141
[583.7, 585.8]	31

В качестве развития темы можно рассмотреть подходы, позволяющие более тонким образом уточнить интервалы пиков, что позволит с более высокой точностью определить вхождение тех или иных примесей различной степени ионизации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е.А. Тюхменева. Исследование процессов переноса в плазме токамака Глобус-М2 с использованием комплексного подхода на основе данных измерений оптических диагностик: научн. докл. асп.; специальность: 01.04.08 – физика плазмы. – СПб.: ФГБУН ФТИ им. А. Ф. Иоффе, 2022. – 44с.
2. С.П. Шарый. Конечномерный интервальный анализ. – Новосибирск: XYZ, 2023 – 622с.
3. А.Н. Баженов, С.И.Жилин, С.И. Кумков, С.П.Шарый. Мода интервальной выборки и алгоритм для мультимоды, ISBN 978-5-4344-1018-2 Издательство «ИКИ» 2024 – 356 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СБОРКИ АВИАЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ АДГЕЗИИ

Введение. Моделирование сборки – сложная задача, требующая внимания к целому ряду физических явлений, - контакту, трению, адгезии, и пр. Данная работа фокусируется на учете адгезивной составляющей с использованием модели Фремо [1, 2]. Модель является эволюционной, из чего следует ее ключевое достоинство перед другими реологическими моделями адгезии - соответствие естественному предположению о необратимости процесса адгезии [3]. Из недостатков следует отметить то, что модель описывает эволюцию декогезии, или отклеивания, и не учитывает механику приклеивания.

Описание используемой модели. Для соответствия упругой и адгезивной составляющей модели сборки, требуется использовать динамическую модель контакта двух тел. Будем рассматривать ее в рамках линейной теории упругости, с редукцией на интерфейс контактного взаимодействия. Данная задача в дискретном виде с использованием обобщенного -метода сводима к серии задач квадратичного программирования [5]

$$\frac{1}{2}u_t^T D u_t - c_t^T u_t A u_t \leq \vec{g} \min \quad (1)$$

на каждом шаге по времени $t = 0 \dots T$. Здесь D – обобщенная матрица жесткости, c – обобщенный вектор сил, u – вектор нормальных перемещений, полученные пространственной дискретизацией контактной задачи. Используемые ограничения задачи оптимизации определяются условиями отсутствия проникновения в контактной задаче (здесь g – начальный зазор, A – линейный оператор, соответствующий модели контакта «узел-узел»). Такая постановка позволяет автоматически учитывать все остальные условия на границе контакта – условия отсутствия растягивающих сил и условия дополняющей нежесткости [5, 6]. Для учета адгезивной составляющей в рамках модели Фремо на контактной поверхности вводится сила адгезии Ψ , так, что

$$\begin{cases} \Psi_i = C(g - Au)_i \beta_i \\ \beta_i = -\frac{1}{b} [C(g - Au)_i^2 \beta_i - w]^+ \end{cases} \quad (2)$$

где i – индекс узла дискретизации, $[x]^+ = 0.5(x + |x|)$. $\beta \in [0, 1]$ называется интенсивностью адгезии, C – жесткостью адгезивного контакта, w - пределом энергии декогезии, b – вязкостью адгезии [3, 4]. Физическая интерпретация данных параметров и их качественное влияние на течение процесса изложены в [1]. В частности, жесткость адгезивного контакта характеризует одновременно упругую жесткость и хрупкость адгезивного взаимодействия. Так, при достаточно малом C силы адгезии малы, при этом интенсивность адгезии не убывает. При последовательном увеличении C сначала проявляется эволюция декогезии, далее, с возрастанием возникающих сил процесс декогезии ускоряется, вплоть до предельного случая, когда моментальный разрыв сопровождается большим сопротивлением. Сила адгезии Ψ зависит от перемещений деталей u и учитывается в векторе сил c в задаче (1). Таким образом, модель сборки, как нелинейную динамическую модель механики сплошной среды, на каждом шаге по времени можно рассматривать как задачу о неподвижной точке (u_t, Ψ_t) и решать ее с использованием разделенного подхода [7], разбивая на две подзадачи – контактную задачу (1) с известными силами адгезии и шаг интегрирования системы ОДУ (2) с известными перемещениями, – решая каждую с

^(*) А.О. Колосков, koloskovao2001@gmail.com

использованием специализированных инструментов, итеративно обменивающихся информацией до достижения сходимости.

Постановка конкретной задачи. В качестве представительной задачи для исследования модели и ее численной реализации используется задача крепления алюминиевой панели с ребрами жесткости на твердое основание (рис. 1.а), находящая применение в области авиационного строительства. В начальный момент времени пластина, располагаясь над основанием с равномерным зазором 2 мм (рис. 1.б), подвергается воздействию нагрузки от 15 временных крепежных элементов, равномерно расположенных по поверхности контактного взаимодействия, вследствие чего зазор смыкается, и пластина частично приклеивается к основанию. В рамках исследования за закон приклеивания принималось $\beta_t^i |_{g-Au \leq \varepsilon} = 1$, где ε – заданный допуск. После 10 секунд воздействия крепежные элементы снимаются и наблюдается процесс декогезии. При построении обобщенной матрицы жесткости не учитывались инерционные эффекты, связанные с матрицей масс, матрица демпфирования B формировалась по методу Рэля, основная матрица жесткости K формировалась с учетом упругих характеристик алюминия. Адгезивные параметры полагались равными $w = 1 \text{ Дж/м} \cdot \text{м}^2$, $b = 25000 \text{ Н} \cdot \text{с/мм}$, параметр C варьировался. В численной реализации (в среде Matlab) сходимость разделенного подхода достигалась при помощи метода Эйткена с критерием сходимости на перемещение. Критерием установления во времени служил $\|u_t - u_{t+\delta t}\|_{L_2} < 1e-4$. Для интегрирования системы ОДУ использовался неявный метод Эйлера, а также встроенные солверы Matlab'a ode15s и ode23s [8], при решении задачи квадратичного программирования также использовался встроенный метод quadprog.

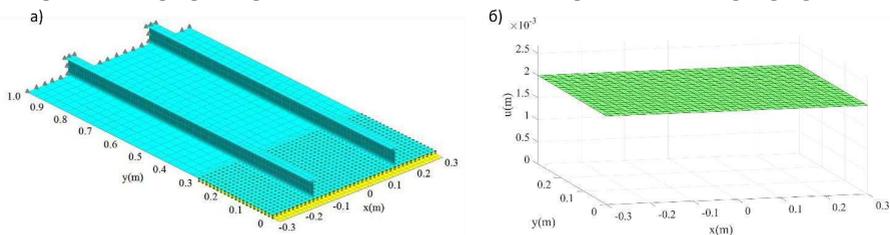


Рис. 1. Постановка задачи: а) трехмерная модель крепления; б) начальный зазор между панелью и основанием

Анализ результатов. На рис. 2 представлены установившиеся распределения характеристик задачи – положение пластины, сила и интенсивность адгезии для двух близких значений C . При этом в первом случае (рис. 2.а-в) упругая жесткость адгезивного взаимодействия возобладала над его хрупкостью и расклеивания не произошло. Во втором же случае (рис. 2.г-е) скорость эволюции декогезии оказалась достаточно велика, и пластина отклеилась.

Следует отметить неустойчивость исследуемого процесса – траектория эволюции декогезии сильно зависит от распределения характеристик на начальных этапах, и малая ошибка в расчетах может привести к существенному расхождению в стационарных значениях. Наибольшую проблему представляют ситуации с “пограничными” значениями параметра C , такими, что при $C < C$ наблюдается приклеивание, а при $C > C$ отклеивание, или наоборот. Так, на рисунке 3 представлена сходимость интегральных характеристик процесса при расчетах тремя разными методами решения системы ОДУ, каждый из которых по выполнению критерия установления показывает свой, отличный от других результат. Для получения устойчивого решения и повышения точности расчета в реализации используются неявные методы, а также адаптивный шаг по времени.

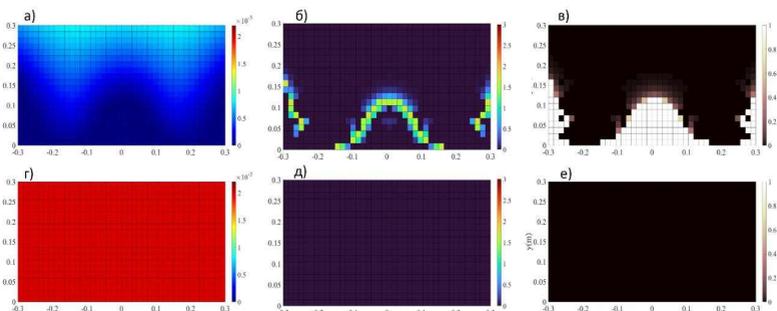


Рис. 2. Установившиеся характеристики а) $C = 100000 \text{ H/м}^2, Au$; б) $C = 100000 \text{ H/м}^2, lg(|\Psi| + 1)$; в) $C = 100000 \text{ H/м}^2, \beta$; г) $C = 316200 \text{ H/м}^2, Au$; д) $C = 316200 \text{ H/м}^2, lg(|\Psi| + 1)$; е) $C = 316200 \text{ H/м}^2, \beta$

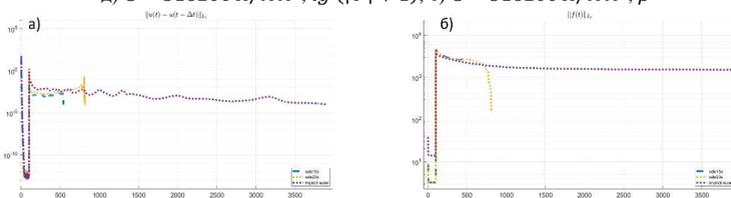


Рис. 3. $C = 31600 \text{ H/м}^2$, сходимость во времени а) $\|u_t - u_{t+\delta t}\|_{L_2}$ б) $\|\Psi(t)\|_{L_2}$

Заключение. В данной работе рассматривается подход к встраиванию модели Фремо для учета явления адгезии в задачу моделирования сборки конструкций, основанный на раздельном описании и расчете составляющих задачу феноменов. Описывается вариант схемы численного решения, обсуждаются сложности, возникающие при ее реализации. Показывается применение построенной реализации для моделирования задачи авиасборки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Колосков А.О., Елисеев А.А. Учет явления адгезии при решении контактной задачи // Неделя науки ФизМех: сборник материалов Всероссийской научной конференции. – 2023. – С. 42-45.
2. Frémond M. Phase Change in Mechanics // Lecture Notes of the Unione Matematica Italiana. – 2012. – Vol. 48(2). – P. 109-114.
3. Raous M. Interface models coupling adhesion and friction // Comptes Rendus. Mécanique. – 2011. – Vol. 339(7-8). – P. 491-501.
4. Raous M. Quasistatic Signorini problem with Coulomb friction and coupling to adhesion // CISM Courses and Lectures. – 1999. – Vol. 384. – P. 101-178.
5. Vasiliev, A., Minevich, O., Lapina, E., Shinder, J., et al. A Novel Approach to Dynamic Contact Analysis in the Course of Aircraft Assembly Simulation // Proceedings of the AeroTech Digital Summit. – 2021.
6. Stefanova, M., Minevich, O., Baklanov, S., Petukhova, M., et al. Convex Optimization Techniques in Compliant Assembly Simulation // Optimization and Engineering. – 2020. – Vol. 21(2). – P. 1665-1690.
7. Eliseev, A., Lupuleac, S., Grigor'ev, B., Shinder, J., et al. Numerical Simulation of Aircraft Assembly Process with Presence of Sealant // SAE Int. J. Adv. & Curr. Prac. in Mobility. – 2021.
8. Shampine, L. F., Reichelt M. W. Matlab ODE Suite // SIAM Journal on Scientific Computing. – 1997. – Vol. 18. – P. 1-22.

ИССЛЕДОВАНИЕ БЫСТРОГО ГРАДИЕНТНОГО МЕТОДА ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ЗАДАЧАМ СБОРКИ

В процессе моделирования сборки авиационных конструкций приходится решать серии контактных задач. По силам, действующим на расчетные узлы, и начальным зазором между ними требуется определить установившиеся зазоры на основе вычисленных перемещений.

Для определения абсолютных перемещений расчетных узлов необходимо решить следующую задачу квадратичного программирования

$$\frac{1}{2}x^T Kx - f^T x \rightarrow \min A^T x \leq g, \quad (1)$$

где K – редуцированная матрица жесткости (симметричная и положительно определенная), f – вектор сил (например, нагрузка со стороны крепежных элементов), A – разреженная матрица, определяющая контактные пары (то есть уравнения имеют вид $x_i - x_j \leq g$, где (x_i, x_j) – контактная пара) [1].

К задаче квадратичного программирования (1) можно также поставить двойственную задачу

$$\frac{-1}{2}\lambda^T Q\lambda + p^T \lambda + s \rightarrow \max \quad (2)$$

$$\lambda \geq 0.$$

В задаче (2) ограничения имеют вид нижней границы, то есть составлены из покомпонентных ограничений вида $\lambda_i \geq 0$. В такой постановке оператор проектирования имеет вид $(P(\lambda))_i = \max(\lambda_i, 0)$, а операция проектирования наиболее экономна с вычислительной точки зрения. Поэтому для решения задачи квадратичного программирования быстрым градиентным методом были использованы задачи в двойственной постановке.

В качестве тестовых задач были выбраны наборы задач с одной матрицей жесткости и различными векторами сил. Благодаря такому выбору тестовых задач, можно судить о влиянии числа активных ограничений в точке оптимума на время решения исследуемым методом. При решении тестовых задач в качестве индикатора ошибки использована евклидова норма вектора $\nabla_P f(x)$, определенного как

$$\begin{cases} (\nabla_P f(x))_i = 0, \text{ если } \frac{\partial f}{\partial x_i} > 0 \text{ и } x_i = 0 \\ (\nabla_P f(x))_i = (\nabla f(x))_i, \text{ иначе} \end{cases}$$

В качестве численного метода для решения задачи (2) были исследованы быстрые градиентные методы. Быстрый градиентный метод является методом первого порядка, т.е. не использует гессиан целевой функции и обладает квадратичной сходимостью [2]. Одним из базовых методов данного типа является быстрый градиентный метод Нестерова с постоянным шагом, описываемый следующей итерационной процедурой

$$x_{k+1} := P \left(y_k - \frac{1}{L} \nabla f(y_k) \right) y_{k+1} := x_{k+1} + \beta_k (x_{k+1} - x_k),$$

где P – оператор проектирования на множество допустимых точек. Здесь параметр $\beta_k \in (0,1)$ задан формулами

^(*) Р.А. Красников, krasnikov.ra@gmail.com

$$\alpha_{k+1}^2 = (1 - \alpha_{k+1})\alpha_k^2 + q\alpha_{k+1}\beta_k = \frac{\alpha_k(1 - \alpha_k)}{\alpha_k^2 + \alpha_{k+1}}$$

где α_0 выбирается произвольно из отрезка $[\sqrt{q}, 2(3+q)/(3+\sqrt{21+4q})]$, а $q = \mu/L$ для строго выпуклой функции f с L -липпицевым градиентом [2]. Отметим, что μ и L являются наименьшим и наибольшим, соответственно, собственными числами матрицы жесткости K .

В работе [3] Пол Ценг приводит вариант метода Нестерова с другим способом выбора $\beta_k = (k-1)/(k+2)$ и показывает его сходимость. Отметим, что метод с таким β_k уже не использует минимального собственного числа. Благодаря этому, данный метод позволяет сэкономить вычислительные ресурсы, требуемые для получения минимального собственного числа. По результатам численных экспериментов оказалось, однако, что метод с β_k Пола Ценга решает тестовые задачи значительно дольше. На рис. 1 можно, например, видеть результаты численного эксперимента для серии задач с 36 расчетными узлами.

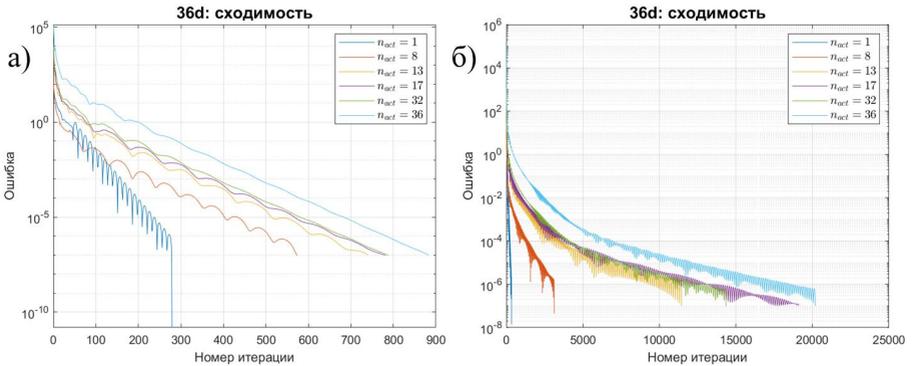


Рис. 1. Зависимость индикатора ошибки от номера итерации для метода Нестерова (а) и Пола Ценга (б) для серии тестовых задач с 36 расчетными узлами

Рассмотрим модификацию метода Пола Ценга [4]. Каждый раз, когда индикатор ошибки на текущей итерации стал больше, чем на предыдущей, перезапустим метод, передавая ему в качестве начального приближения последний x_k (далее – метод с перезапусками). Отметим, что в таком случае, первая после перезапуска итерация совпадает с итерацией метода проекции градиента, а значит, такая модификация метода обладает монотонностью ошибки как функции номера итерации [5]. Такой эвристический подход, согласно численным экспериментам (рис. 2б), дает значительное ускорение метода с параметром Пола Ценга. Отметим, что для метода с параметром Нестерова подход с перезапусками не дает ускорения – он лишь замедляет работу метода (рис. 2а), фактически вырождаясь в простейший градиентный метод.

Таким образом, из четырех рассмотренных модификаций наиболее успешными в применении к задачам сборки оказались методы Нестерова без перезапусков и Пола Ценга с перезапусками (рис.3). На рис. 4 наиболее удачные варианты быстрого градиентного метода сравниваются по времени работы с другими методами решения задачи квадратичного программирования [1] для задач с 5206 расчетными узлами. Представленные методы решают тестовые задачи немного дольше, чем описанные в [1], но, тем не менее, значительно проще в реализации.

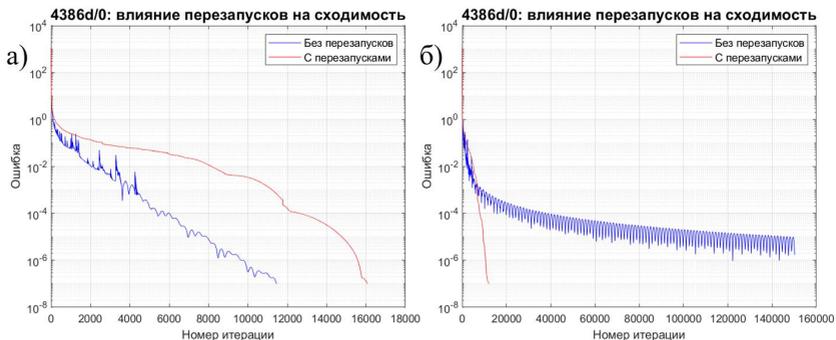


Рис. 2. Сравнение метода Нестрова (а) и Пола Ценга (б) без перезапусков (синяя линия) и с перезапусками (красная линия) по значению индикатора ошибки в тестовой задаче с 4386 расчетными узлами

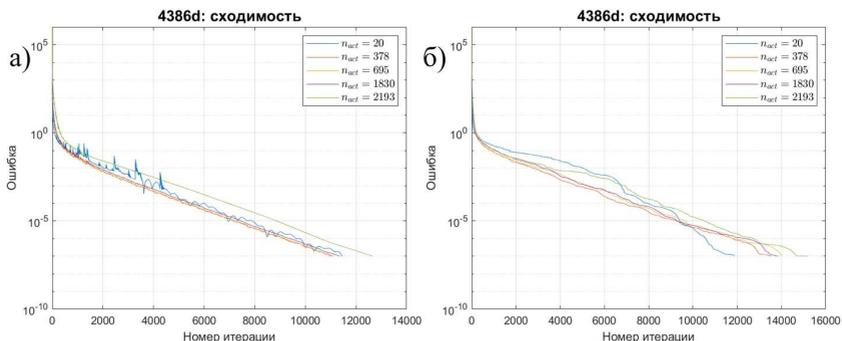


Рис. 3. Зависимость индикатора ошибки от номера итерации для метода Нестрова без перезапусков (а) и Пола Ценга с перезапусками (б) для серии тестовых задач с 4386 расчетными узлами

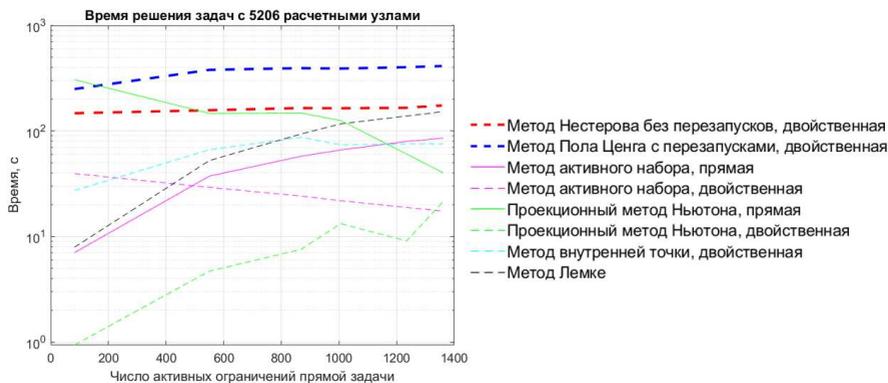


Рис. 4. Время решения задач с 5206 расчетными узлами рассмотренными методами и методами, описанными в [1]

По результатам проведенного исследования можем сделать вывод: для рассмотренных задач наиболее быстрым среди градиентных методов является метод Нестерова. При этом, если необходимо решить задачу, не вычисляя минимальное собственное число, то можно использовать метод с параметром Пола Ценга с перезапусками. Согласно [1], при решении задач сборки требуется многократное решение задач квадратичного программирования с одной и той же матрицей жесткости, но различными векторами сил. В связи с этим, предобработка матрицы жесткости, в виде вычисления наименьшего и наибольшего собственных чисел, оправдана. Таким образом, для решения задач сборки наиболее удачным из рассмотренных методов является метод Нестерова.

ЛИТЕРАТУРА

1. Stefanova M., Minevich O., Baklanov S., Petukhova M., Lupuleac S., Grigor'ev B., Kokkolaras M., Convex optimization techniques in compliant assembly simulation // Springer Nature. – 2020. – Vol. 24. – P. 1666-1690
2. Nesterov Yu. Lectures on convex optimization. Second edition. // Springer Nature. – 2018. – Vol. 589.
3. Tseng P. On accelerated proximal gradient methods for convex-concave optimization. // SIAM J. Optim. – 2008. – Vol. 20.
4. O'Donoghue B., Candès E. Adaptive Restart for Accelerated Gradient Schemes // Found Comput Math. – 2015. – Vol. 15. – P. 715-732
5. Левитин Е.С., Поляк Б.Т. Методы минимизации при наличии ограничений. // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1966. – Т. 6. – № 5. – С. 787–823

УДК 519.6, 519.9, 519.612.4, 54.021, 543.51

К.С. Куксенко, А.Н. Баженов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ПРИМЕНЕНИЕ ТВИНОВ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ДАННЫХ И ВЫЧИСЛЕНИЙ

Введение. В настоящей работе представлен математический аппарат для решения задач идентификации масс-спектров важного класса органических веществ – нейромедиаторов с использованием методов интервальной статистики и инструментов интервального анализа.

Масс-спектрометрия является методом анализа, исследования и идентификации вещества, позволяющий определять наличие и концентрации компонентов в нем. В его основе лежит разделение веществ по массе молекул.

В книге [1] дана взаимосогласованная система понятий и терминов новой математической дисциплины – интервального анализа данных и на конкретных примерах иллюстрируется ее использование для решения задач обработки информации. В частности, весьма востребованным способом описания данных являются твины. Это математические объекты, описывающие ситуацию, когда концы интервалов, представляющих какую-нибудь неопределенную величину, сами могут быть известны неточно, так что возникает необходимость работы с интервалами, имеющими интервальные концы. Такая конструкция позволяет, в частности, используя специальную твинную арифметику, получать одновременно и внутренние, и внешние оценки данных и результатов их обработки

Изотопный след (изотопная подпись) - специфическое соотношение стабильных изотопов или радиоактивных изотопов с достаточно большим периодом полураспада химических элементов в исследуемом материале [2]. В учебном пособии [3, с. 93]

^(*) К.С. Куксенко, kirillkuks@bk.ru

представлен пример нахождения изотопного следа углерода в аминокислотах, нейромедиаторах и других важных веществах с использованием твинной арифметики.

Целью данной работы является разработка и применение методов для нахождения интервальной оценки концентрации вещества каждого нейромедиатора в их смеси на основе масс-спектра этой смеси. Вычисления проводятся в полной арифметике Каухера, производится одновременная внутренняя и внешняя оценка результатов вычислений, результаты представляются в форме составных интервальных объектов – твинов.

В метаболизме человека важную роль играют биогенные аминокислоты, нейромедиаторы и другие вещества сходного состава. В базе данных [4] содержатся масс-спектры этих веществ в различных растворителях. Список рассматриваемых веществ можно увидеть в табл. 1.

Табл. 1. Рассматриваемые нейромедиаторы и другие важные вещества

<i>Химическая формула</i>	<i>Название</i>
$C_8H_{11}NO$	Тирамин
$C_8H_{11}NO_2$	Дофамин
$C_9H_{11}NO_2$	Фенилаланин
$C_9H_{11}NO_3$	Тирозин
$C_{11}H_{17}NO_3$	Мескалин

Метод квадратных матриц. Одной из подзадач, возникающих при анализе данных масс-спектров, является решение интервальной системы линейных алгебраических уравнений (ИСЛАУ). Для данной задачи существуют хорошо разработанные методы решения. В частности, одним из самых важных является субдифференциальный метод Ньютона [1, с. 619].

Однако ИСЛАУ, возникающие во время обработки данных масс-спектров, имеют ряд особенностей, делающих невозможным прямое использование субдифференциального метода Ньютона. В частности, полученные ИСЛАУ оказываются переопределенными, причем число уравнений в таких системах может превышать число переменных на несколько порядков.

Для решения подобных ИСЛАУ можно применить метод квадратных матриц. В таком случае решение исходной переопределенной ИСЛАУ сводится к решению некоторого числа квадратных систем, являющихся подсистемами исходной ИСЛАУ. На практике в задачах обработки данных масс-спектров ИСЛАУ могут иметь сотни строк, что делает полный перебор всех возможных подсистем вычислительно невозможным. Другая проблема заключается в том, что матрицы некоторых систем, полученных в результате полного перебора, могут оказаться особенными. В таком случае возникает необходимость разработать метод, автоматизирующий процесс выбора уравнений, используемых для построения квадратных подсистем, использующий как можно большее число уравнений, но при этом решающий суммарно небольшое число квадратных ИСЛАУ.

В данной работе представлены две модификации метода квадратных матриц, требующие решения значительно меньшего числа квадратных ИСЛАУ, чем полный перебор, и дающих сопоставимую с полным перебором точность результата, при этом естественным образом избегающих построения квадратных систем с особенной матрицей. Приведено сравнение результатов работы обоих методов между собой для случаев решения разрешимых и неразрешимых, в классической интервальной арифметике, ИСЛАУ.

Также представлены способы получения внутренней и внешней интервальных оценок решения переопределенной ИСЛАУ из результатов работы метода квадратных матриц. Здесь и далее рассматриваем систему (1)

$$Ax = b \quad (1)$$

где A – интервальная матрица размерности $m \times n$, b – интервальный вектор правых частей, x – интервальный вектор переменных.

Вероятностный метод квадратных матриц. Сопоставим каждому уравнению системы (1) число $p_i \in [0,1]$ – вес этой строки, при этом $\sum_{i=1}^m p_i = 1$. Квадратные матрицы будем строить следующим образом. Возьмем из исходной системы уравнение случайным образом, причем вероятность выбрать i -е уравнение равна p_i . Пусть s_i – абсолютное значение суммы элементов i -й строки матрицы, $s_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}$. Тогда положим

$$p_i = \frac{s_i}{S}, \quad (2)$$

где $S = \sum_{j=1}^m s_j$.

Таким образом, уравнения, которые соответствуют строкам матрицы A с наибольшими элементами, будут иметь большую долю влияния на полученное решение.

Диагональный метод квадратных матриц. Будем рассматривать только те уравнение системы (1), которые соответствуют строкам матрицы A , в которых существует преобладающий элемент, т. е. элемент, абсолютное значение которого будет больше суммы абсолютных значений всех других элементов этой строки.

Квадратные ИСЛАУ будем строить таким образом, чтобы матрица полученной системы имела диагональное преобладание. Нетрудно заметить, что матрицы полученных таким образом систем окажутся неособенными.

Получение внутренних и внешних интервальных оценок. В результате применения метода квадратных матриц для каждой переменной $x_i, i = \overline{1, n}$ формируется набор интервальных оценок \hat{x}_i , каждая из которых получена в результате решения соответствующей квадратной ИСЛАУ.

Оценка в виде твина значения переменной x_i для исходной ИСЛАУ может быть получена следующим образом. В качестве внутренней оценки значения переменной используется интервальная мода соответствующего этой переменной набора \hat{x}_i [1, с. 146]. В качестве внешней оценки можно использовать два варианта. Первый – взятие квантилей массива всех концов интервалов из \hat{x}_i . Во втором, медиана Крейновича, строится следующий интервал $[med(\underline{x}_i), med(\overline{x}_i)]$, где med – операция нахождения медианы точечной выборки, $\underline{x}_i, \overline{x}_i$ – наборы точечных значений левых и правых концов интервалов из \hat{x}_i , соответственно.

Табл. 2. Результаты решения ИСЛАУ вероятностным и диагональным методами

Химическая формула	Вероятностный метод	Диагональный метод
$C_8H_{11}NO$	[[1.00001131, 1.00001277], [0.99926451, 1.00059725]]	[[0.99996007, 1.00006095], [0.99958417, 1.00033882]]
$C_8H_{11}NO_2$	[[1.00002356, 1.00004321], [0.99924167, 1.00065663]]	[[0.99996884, 1.00006106], [0.99972419, 1.00023584]]
$C_9H_{11}NO_2$	[[0.99998259, 0.99998578], [0.99950101, 1.00041]]	[[0.99998333, 1.00003277], [0.99956227, 1.00036126]]
$C_9H_{11}NO_3$	[[1.00001359, 1.00001639], [0.9994139, 1.00058343]]	[[1.00000355, 1.00000985], [0.99961918, 1.00032553]]
$C_{11}H_{17}NO_3$	[[1.00000786, 1.00002502], [0.99948491, 1.00045589]]	[[0.99998388, 1.00001419], [0.99966394, 1.00027103]]

Результаты. В работе рассматривается ИСЛАУ с интервальной матрицей масс-спектров веществ из табл. 1. Матрица этой системы имеет 270 строк и 5 столбцов.

Сравниваются результаты, полученные вероятностным и диагональным методами квадратных матриц. В качестве верхней оценки числа решаемых квадратных подсистем для нахождения решения исходной переопределенной ИСЛАУ взято значение 350. Оцениваются результаты работы рассмотренных методов для случаев разрешимых и неразрешимых, в полной интервальной арифметике, ИСЛАУ. Краткие результаты решения разрешимой ИСЛАУ в форме твинов приведены в табл.2, в качестве внешней оценки используется взятие квантилей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Обработка и анализ интервальных данных // Интервальный анализ и его приложения / Баженов А.Н., Жилин С.И., Кумков С.И. Шарый С.П. — М.; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2024. — 356 с.
2. Баженов А.Н. Тельнова А.Ю. Изотопы и таблица Менделеева: учебное пособие – Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, СПб., 2024. –157 с.
3. Баженов А.Н. Интервальные арифметики и прослеживаемость изотопной подписи: учебное пособие. – Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, СПб., 2023. –119 с.
4. Spectral Database for Organic Compounds SDBS. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://sdb.sdb.aist.go.jp/sdb/sdb/cgi-bin/direct_frame_top.cgi (дата обращения: 24.03.2024)

УДК 004.415.52, 004.434

Ф.А. Новиков¹, Т.А. Харисова¹, И.В. Афанасьева², Л.Н. Федорченко^{3,4}
¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого. (*)
²Специальная астрофизическая обсерватория РАН
³Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр РАН
⁴Санкт-Петербургский государственный университет

ПРИМЕНЕНИЕ УСЛОВНЫХ РЕГУЛЯРНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ В ЗАДАЧАХ ВЕРИФИКАЦИИ УПРАВЛЯЮЩИХ АВТОМАТНЫХ ПРОГРАММ

Введение. Проверка правильности управляющей программы – проверка ее соответствия ожидаемому поведению – называется валидацией. Свойство правильности, как таковое, нельзя проверить в общем случае, но можно проверить соответствие программы формальным требованиям, предъявляемым к правильной программе. Набор таких требований называется спецификацией, а проверка соответствия программы ее спецификации – верификацией. В данном случае под валидацией понимается проверка правильности спецификации [1].

Язык спецификации взаимодействующих автоматных объектов CIAO (Cooperative Interaction Automata Objects) предназначен для описания поведения распределенных и параллельных систем, управляемых событиями [2]. Суть событийно-управляемых систем (или дискретных реагирующих систем) заключается в поддержании взаимодействия с окружением – система отвечает на внешние события определенными действиями. В отличие от программ преобразования данных (или трансформационных программ), для верификации реагирующих систем недостаточно проверить соотношения между входом и выходом после прихода системы в заключительное состояние: реагирующие системы в большинстве случаев функционируют неопределенно долго, и для правильности их работы важно обеспечить соответствие между последовательностью входных событий и последовательностью действий системы [3].

(*)Т.А. Харисова, harisova.ta@edu.spbstu.ru

При описании управляющей системы на языке CIAO поведение каждого объекта может быть описано автоматом – графом переходов состояний. Поведение всей системы складывается из поведения автоматных объектов, взаимодействующих через определенные интерфейсы. Для целей описания семантики и верификации, каждой системе управления, описанной на языке CIAO, может быть сопоставлен единый семантический граф, как показано далее. В такой интерпретации семантика системы – это множество всех возможных протоколов выполнения (последовательностей элементарных действий), то есть множество всех возможных путей в семантическом графе, исходящих из начального состояния.

Считая элементарные действия буквами некоторого алфавита, семантический граф можно рассматривать как граф-источник некоторого формального языка, все слова которого читаются как пути в семантическом графе. Тогда для описания требований к системе, то есть для задания спецификации, можно использовать средства описания формальных языков. В данной работе рассматривается известное средство описания языков – регулярные выражения с условиями [4].

Имея семантику программы, заданную в форме семантического графа, и спецификацию программы, заданную в форме условного регулярного выражения, возможно построить алгоритм автоматической верификации программы, как показано в заключении. Другими словами, в некоторых случаях можно проверить правильность программы управления математическими средствами, без тестирования.

Построение семантического графа. Семантический граф для системы взаимодействующих автоматных объектов на языке CIAO строится автоматически с помощью несложного алгоритма. Идею этого алгоритма легко понять на примере, и многочисленные технические подробности не нуждаются в формальном описании. Рассмотрим пример программы из статьи [5]. Рассматривается взаимодействие двух объектов, именуемых Производитель и Потребитель, которые оба обладают «свободой воли», то есть работают асинхронно по своим алгоритмам, и взаимодействуют через указанные интерфейсы (рис. 1).

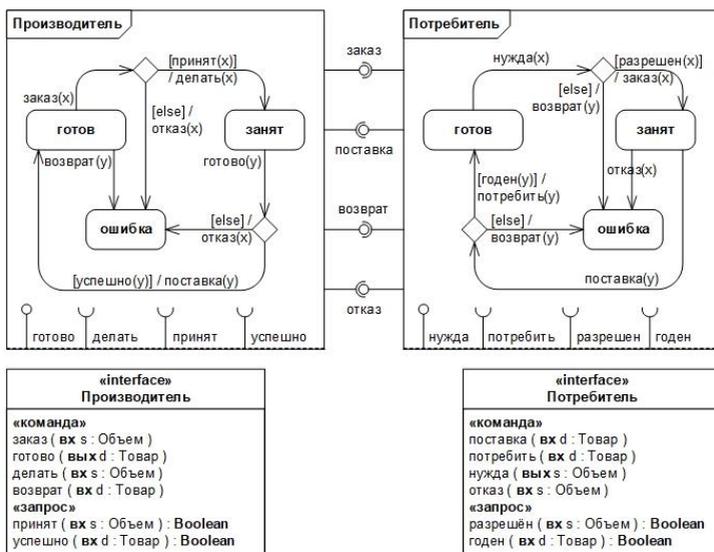


Рис. 1. Взаимодействие между производителем и потребителем

Исследуя возможные последовательности событий/действий, получаем семантический граф, представленный на рис. 2.

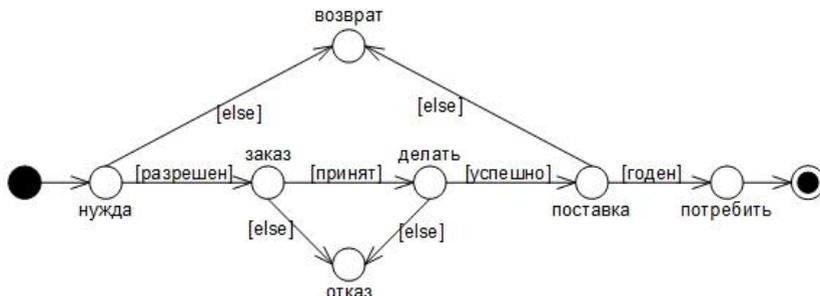


Рис. 2. Семантический граф взаимодействия производителя и потребителя

Условные регулярные выражения. Идею формализации спецификаций также легко пояснить на примере.

Предположим, что к данной системе предъявляется разумное неформальное требование: можно и нужно потреблять только те товары, которые разрешены к потреблению и которые пригодны для потребления. На языке семантических графов это означает, что все пути в семантическом графе, которые содержат действие «потребить», должны обязательно пройти перед ним сторожевые условия «[разрешен]» и «[годен]».

Такое свойство путей в семантическом графе можно записать с помощью условных регулярных выражений. Ограничим язык регулярных выражений операциями альтернации, сцепления и итерации Цейтина (обобщенная итерация Клини [4]). Обозначим действие «потребить» через p , условие «[разрешен]» через r и условие «[годен]» через g . Пусть также выражение $[a]$ означает класс любых элементов, за исключением элемента a . Тогда формально требуемое записывается следующей простой формулой:

$$(1) \quad [p]r[p]g[p]p.$$

В формуле (1) используется итерация Цейтина, которая обозначается «#» [6].

Заключение. Алгоритмы синтаксического анализа [4] позволяют эффективно проверить, что множество слов, задаваемых семантическим графом на рис. 2, содержится (или не содержится) в регулярном языке, заданном выражением (1). В данном примере совершенно очевидно, что существует путь, который начинается с действия «нужда», заканчивается действием «потребить» и при этом проходит через условия «[разрешен]» и «[годен]» и не существует пути, который начинается с действия «нужда», заканчивается действием «потребить» и при этом не проходит через условия «[разрешен]» и «[годен]».

В заключение следует подчеркнуть, что предложенный метод автоматической верификации программ является простым и эффективным, но не является универсальным и легко применимым. Если программа задана в форме взаимодействующих автоматных объектов, а спецификация – в форме условных регулярных выражений, то предложенный метод позволяет автоматически, без тестирования, математически строго проверить соответствие программы требованиям. Но для появления взаимодействующих автоматных объектов необходим программист, владеющий искусством автоматного программирования, и необходим постановщик задач, способный сформулировать неформальные требования к системе на языке условных регулярных выражений. Это процессы являются творческими и пока требуют участия человека. Однако существуют и имеют особое значение так

называемые «ответственные приложения», в которых тестирование невозможно или нецелесообразно, и методы математически строгой верификации имеют неоценимое значение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шальго А.А. Валидация автоматных спецификаций // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2023. Т. 23, № 2. С. 436–438.
2. Новиков Ф.А., Афанасьева И.В. Кооперативное взаимодействие автоматных объектов // Информационно-управляющие системы. 2016. № 6. С. 50–63.
3. Афанасьева И.В., Новиков Ф.А., Федорченко Л.Н. Методика построения событийно-управляемых программных систем с использованием языка спецификации CIAO // Труды СПИИРАН. 2020. Т. 19, № 3. С. 481–514.
4. Aho A.V., Lam M.S., Sethi R., Ullman J.D. Compilers: principles, techniques, and tools, 2nd ed. Boston: Pearson/Addison-Wesley, 2007.
5. Афанасьева И.В., Новиков Ф.А., Федорченко Л.Н. Верификация событийно-управляемых программных систем с использованием языка спецификации взаимодействующих автоматных объектов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2023. Т. 23, № 4. С. 750–756 (на англ. яз.).
6. Fedorchenko L., Baranov S. Equivalent Transformations and Regularization in Context-Free Grammars // Cybernetics and Information Technologies. 2015. Vol. 14, N 4. P. 29–44.

УДК 51–73

С.В. Божокин, А.А. Рябоконь, Т.Д. Шохин
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого.^(*)

ПРИМЕНЕНИЕ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ТУРБУЛЕНТНОСТИ СЕРДЕЧНОГО РИТМА

Введение. Турбулентность сердечного ритма (*HRT* - *Heart Rate Turbulence*) – краткосрочные флуктуации длительностей кардиоинтервалов RR_n ритма сердца, вызванные единичными преждевременными сердечными сокращениями – экстрасистолами [1-4]. Количественное описание *HRT*, связанное с экстрасистолами, является одним из методов прогнозирования рисков внезапной смерти, пароксизмальной тахикардии и фибрилляции желудочков сердца. Общепринятый метод диагностики *HRT* основан на трансформировании сигнала ЭКГ в амплитудно-модулированный сигнал (*АМС*) для выявления показателей: начало турбулентности (*Turbulence Onset* - *TO*) и наклон турбулентности (*Turbulence Slope* - *TS*) [5]. Однако при использовании *АМС* и данных показателей не учитываются продолжительность экстрасистолы RR_{ext} и компенсаторной паузы RR_{cp} , что снижает их прогностическую ценность для некоторых случаев заболеваний сердца [6].

Цель исследования. Применение теории вейвлет-анализа для нахождения количественных параметров описания *HRT*, учитывающих продолжительность экстрасистолы RR_{ext} и компенсаторной паузы RR_{cp} , и сравнение их с традиционными параметрами *TO* и *TS*.

Методы исследования. Традиционные методы диагностики *HRT* требуют удаления всех переходных процессов из ЭКГ-сигнала [5], которые, в действительности, несут важную информацию о нарушениях работы сердца. Поэтому, необходим метод, позволяющий

^(*) Т.Д. Шохин, shohintima@mail.ru

анализировать динамику изменения спектральных свойств нестационарного сигнала. В качестве такого метода было использовано непрерывное вейвлетное преобразование (*CWT*).

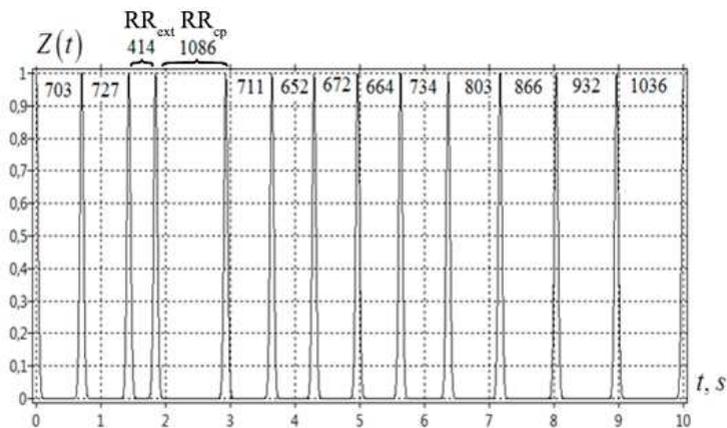


Рис. 1. Сигнал $Z(t)$, содержащий экстрасистолу, представляющий собой суперпозицию одинаковых гауссовских пиков, центры которых на временной шкале совпадают с истинными моментами ударов сердца. Интервал между пиками 3 и 4 представляет саму экстрасистолу RR_{ext} , интервал между пиками 4 и 5 является компенсаторной паузой RR_{cp} .

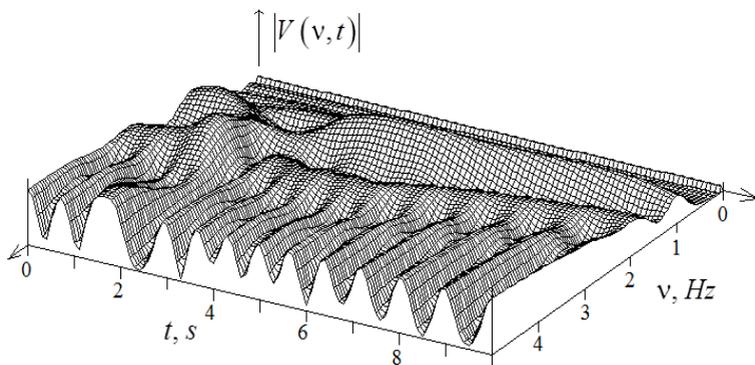


Рис. 2. *CWT*-преобразование - зависимость $V(v, t)$ от частоты v, Hz и времени t, s для сигнала $Z(t)$ (рис. 1)

Для описания сердечного ритма с *HRT* была предложена модель нестационарного частотно-модулированного сигнала (*ЧМС*) $Z(t)$, представляющая собой суперпозицию отдельных гауссовских пиков одинаковой амплитуды, центры которых t_n на временной шкале совпадают с истинными моментами ударов сердца $t_{n+1} = t_n + RR_{n+1}$, $n = 0, 1, \dots, N - 1$, $t_0 = 0$ (рис. 1). Для такой модели с сильным нарушением периодичности следования гауссовских пиков получено аналитическое выражение для *CWT*, зависящего как от частоты v , так и от времени t , с использованием материнского вейвлета Морле (рис. 2) [7].

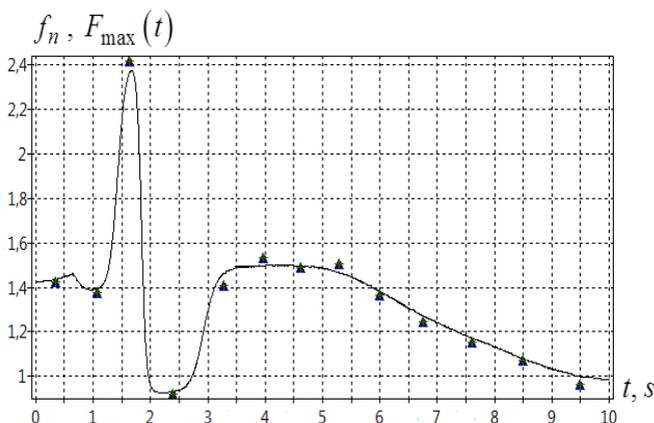


Рис. 3. Функция $F_{max}(t)$ – кривая зависимости частоты, соответствующей максимуму величины $V(v, t)$ в непрерывного вейвлетного преобразования, от времени, характеризует протяженность экстрасистолы и наличие компенсаторной паузы

Результаты. С помощью SWT вычислена функция $F_{max}(t)$, описывающая поведение локальной частоты во всем промежутке времени, содержащем экстрасистолу и компенсаторную паузу (рис. 3). Данная функция сравнивается с традиционными количественными параметрами классификации различных типов аритмий.

Выводы. Предлагаемый метод расчета $F_{max}(t)$ может быть применен для анализа нестационарной ритмограммы для пациентов, страдающих аритмиями сердца, сердечной недостаточностью или фибрилляцией желудочков сердца и предсердий.

ЛИТЕРАТУРА

1. A.Bauer, M.Malik, G.Schmidt, et al. Journal of the American College of Cardiology, 52(17), 1353 (2008). <https://doi.org/10.1016/j.jacc.2008.07.041>
2. M.A.Watanabe. Indian pacing and electrophysiology journal, 3(1), 10 (2003). PMID: 16943986
3. V.Blesius, C.Schölzel, G. Ernst, A. Dominik. Physiological Measurement, 41(8), 08TR01 (2020). <https://doi.org/10.1088/1361-6579/ab98b3>
4. J.Francis, M.A.Watanabe, G.Schmidt. Annals of noninvasive electrocardiology, 10(1), 102 (2005) <https://doi.org/10.1111/j.1542-474X.2005.10102.x>
5. Guidelines: Heart rate variability, Standards of measurement, physiological interpretation, and clinical use. European Heart Journal, 17, 354 (1996).
6. N.Milaras, P.Dourvas, I. Doundoulakis, Z.Sotiriou, V.Nevras, A.Xintarakou, & K.Gatzoulis. Heart Failure Reviews, 28, 865 (2023) <https://doi.org/10.1007/s10741-023-10300-x>
7. Bozhokin S.V., Neurocardiology: wavelet analysis of heart rate turbulence, XXIV Международная научно-техническая конференция "Нейроинформатика-2022, 17-22 октября 2022, Москва, Труды XXIV Международной научно-технической конференции «Нейроинформатика-2022», стр. 325-332, Москва МФТИ, 2022, 482 с. ISBN 978-5-7417-0823-1.

ПРИЛОЖЕНИЕ ТВИННЫХ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ

Введение. В прикладных задачах часто возникают системы линейных алгебраических уравнений, связанные с анализом данных, полученных с приборов. Данные, полученные путем измерений или вычислений на основе измерений, всегда имеют погрешность, которую можно выразить с помощью интервалов. Таким образом, используя методы интервального анализа, можно получить внешние оценки. Кроме внешнего оценивания, которое позволяет получить все возможные решения, важным вопросом является нахождение внутренних оценок – некоторое множество, которое содержит решения в более узком смысле. Данный вопрос интересен практически во всех областях, связанных с оцениванием и сравнением множеств решений и численных методов [1, 2].

В работе рассматривается применение составной интервальной алгебраической структуры – твина, состоящей из двух интервалов, для решения задач линейной регрессии. Исследуются вопросы интерпретации систем линейных алгебраических уравнений, элементами, которой являются твины и способы получения внутренних оценок.

Твины. Первичным объектом интервального анализа является – интервал. Результатом различных бинарных операций над ними или воздействие функцией так же является интервалом. Далее будем рассматривать полную интервальную арифметику Каухера, элементами которой являются как правильные – нижняя граница интервала меньше или равна верхней, так и неправильные – для которых это не выполняется:

$$KR = \{x = [\underline{x}, \bar{x}]: \underline{x}, \bar{x} \in R\}.$$

Твинами по порядку вложения будем называть следующие объекты:

$$TR = \{x = [\underline{x}, \bar{x}]: \underline{x} \subseteq \bar{x}, \underline{x}, \bar{x} \in KR\}.$$

Первый интервал \underline{x} называется внутренней оценкой, второй \bar{x} – внешней. Бинарные операции над таким множеством можно задать различными способами. Результатом операций внешней оценки является результат бинарной операции над внешними интервалами. Внутренние оценки можно получить двумя способами. Первый способ, придуманный испанской школой [3], заключается в том, что внутренняя оценка бинарной операции является результатом бинарной операции над внутренними интервалами операндов. Другой способ получения внутренней оценки, введенный Нестеровым [4], учитывает внешние оценки операндов.

Твинные системы линейных алгебраических уравнений. Элементами матрицы и правой части таких СЛАУ, являются твины.

$$Ax = b,$$

$$\text{где } A = (a_{i,j}), a_{i,j} = [a_{i,j}, \bar{a}_{i,j}] \in TR, b = (b_i), b_i = [b_i, \bar{b}_i] \in TR.$$

В частности, если элементы матрицы являются числами, а элементы правой части – твины. Заметим, что числа можно представить в виде твина. В этом случае и внутренняя, и внешняя оценки представляют собой одноточечные интервалы.

(*) Т.О. Яворук, tatianaiavoruk@gmail.com

Матрицу, состоящую из внутренних интервалов, обозначим A . Матрицу, состоящую из внешних интервалов, обозначим A_{ex} и, соответственно для правых частей - b и b_{ex} . Полученную твинную систему можно разбить на интервальные:

$$A_{in}x = b_{in} \quad (1)$$

$$A_{ex}x = b_{ex} \quad (2)$$

$$A_{ex}x = b_{in} \quad (3)$$

$$A_{in}x = b_{ex} \quad (4)$$

Системы (1) и (2) составлены только из внутренних и внешних оценок и соответствуют подходу испанской школы. Системы (3) и (4) соответствуют постановкам задач, в которых разный приоритет у внутренних и внешних интервалов.

Постановка задачи. На двумерных точечных данных (x_i, y_i) , $i = 1, 2, \dots, 115$, (источник данных - [5]), полученных с прибора с некоторой неизвестной погрешностью $\varepsilon > 0$, требуется получить оценки параметров линейной зависимости. Построить твинную систему алгебраических уравнений, найти решение и дать графическую интерпретацию.

Определение неизвестной погрешности. Для нахождения внутренней и внешней оценок воспользуемся двумя способами. Внутренний или внешний интервал выберем по свойству вложенности.

Первый способ заключается в нахождении минимального расстояния r между точками, превращающего эти точки в одну компоненту связности [6].

Второй способ – разделить данные на блоки и выбрать в качестве оценки максимальное расстояние между точками по соответствующей оси в меньшем наборе данных. Выберем размер меньшего объема данных $n = 5$ (количество точек).

Результаты. Для ИСЛАУ (2)-(4) получены объединенные множества решений для значений параметра наклона (по оси абсцисс) и сдвига (по оси ординат) (рис. 1) Для системы (1) – объединенное множество решений – пустое.

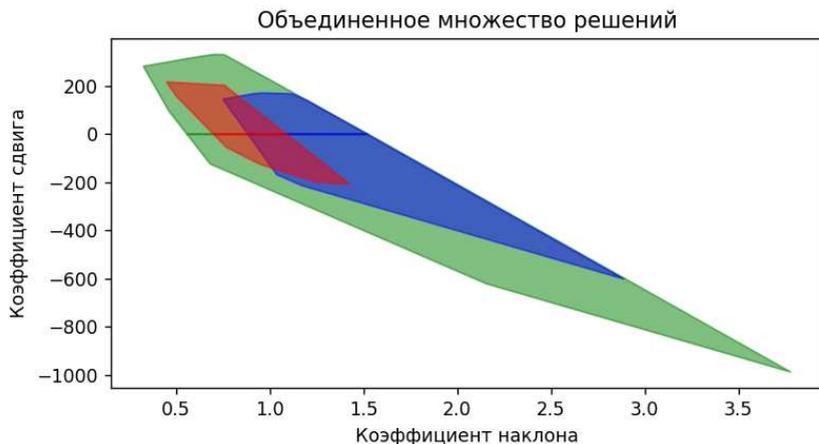


Рис. 1. Зеленым показано объединенное множество решений системы $A_{ex}x = b_{ex}$, синим – $A_{ex}x = b_{in}$, красным – $A_{in}x = b_{ex}$.

Заключение. Получение внутренних оценок решения систем – достаточно сложная задача. Использование только внутренних оценок привело к пустому множеству решений данной системы, но ослабление условий – использование внешних оценок с внутренними,

позволило получить меньшее множество параметров сдвига и наклона, чем решение, полученное только с внешними оценками.

ЛИТЕРАТУРА

1. Possolo A., van der Veen A., Meija J., Hibbert D. Interpreting and propagating the uncertainty of the standard atomic weights (IUPAC Technical Report). Pure and Applied Chemistry. – 2018 – Vol. 90. – P. 395–424. doi:10.1515/pac-2016-0402
2. Shary S.P. A New Technique in Systems Analysis Under Interval Uncertainty and Ambiguity. Reliable Computing 8. – 2002 – P. 321–418. doi:10.1023/A:1020505620702
3. Sainz M., Armengol J., Calm R., Herrero P., Jorba L., Vehí J. Modal Interval Analysis: New Tools for Numerical Information. – 2013 - Vol 2091., P.10. doi:10.1007/978-3-319-01721-1
4. Nesterov V.M. Interval and Twin Arithmetics. Reliable Computing 3, - 1997 – P. 369–380. doi:10.1023/A:1009945403631
5. Zhiltsov N.S., Kurskiev G.S., Tolstyakov S.Yu. et al Thomson scattering diagnostics at the GlobusM2 tokamak. – 2023 – arXiv. doi: 10.48550/arXiv.2311.18723
6. Ghrist R. Barcodes: The persistent topology of data. – 2008. – Vol. 45. doi: 10.1090/S0273-0979-07-01191-3

УДК 51-73

Б.М. Габдрахманов, А.Н. Баженов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

НЕСИММЕТРИЧНЫЕ МЕРЫ СОВМЕСТНОСТИ В АНАЛИЗЕ ДАННЫХ

Прослеживаемость изотопной подписи для различных классов органических соединений играет ключевую роль в науках о Земле, обеспечивая глубокое понимание геохимических процессов. Основываясь на новом методе, применяемом к стабильным изотопам серы, важность математического анализа данных подчеркивается через использование несимметричных мер совместности в полной арифметике Каухера. Эти меры основаны на адаптации формулы индекса Жаккара, традиционно определяемой как $J(X, Y) = \frac{|X \cap Y|}{|X \cup Y|}$ [1], для изотопных данных.

Адаптация формулы для изотопных данных вводит несимметричные меры совместности, которые позволяют оценить степень перекрытия между изотопными подписями разных образцов. Это достигается через введение формулы [2]:

$$JK(x, y) = \frac{\min\{\bar{x}, \bar{y}\} - \max\{\underline{x}, \underline{y}\}}{\max\{\bar{x}, \bar{y}\} - \min\{\underline{x}, \underline{y}\}},$$

где x и y являются интервалами значений изотопов, а \bar{x} и \underline{x} обозначают верхнюю и нижнюю границы интервала x соответственно. Эта мера совместности дает возможность точно определить, насколько один интервал значений покрывает другой, что критически важно для анализа изотопных данных.

Для обеспечения еще более глубокого понимания, в работе рассмотрены несимметричные варианты меры JK, которые выражаются как:

$$s_x(x, y) = \frac{\min\{\bar{x}, \bar{y}\} - \max\{\underline{x}, \underline{y}\}}{\text{wid } x}, \quad s_y(x, y) = \frac{\min\{\bar{x}, \bar{y}\} - \max\{\underline{x}, \underline{y}\}}{\text{wid } y},$$

^(*)Б.М. Габдрахманов, gabdrahmanov.bm@edu.spbstu.ru

где $wid\ x = \bar{x} - \underline{x}$ является шириной интервала x . Эти меры позволяют дифференцировать степень перекрытия в зависимости от ширины интервалов, предоставляя более детальное сравнение изотопных подписей (Рис.).

Развитие методов в полной арифметике Каухера для анализа изотопных данных открывает новые перспективы для изучения геохимических процессов. Этот прогресс в методологии анализа способствует уточнению моделей глобального цикла элементов, разработке новых инструментов для экологического мониторинга и палеоклиматических исследований, а также обеспечивает глубокое понимание источников и путей миграции органических веществ в биосфере и атмосфере [3].

Применение этих методов к анализу стабильных изотопов серы привело к выявлению значительных различий в мерах сходства для разных категорий и подкатегорий серы. В таблице представлены результаты анализа мер сходства с интервальной модой (Табл.) для выборки серы:

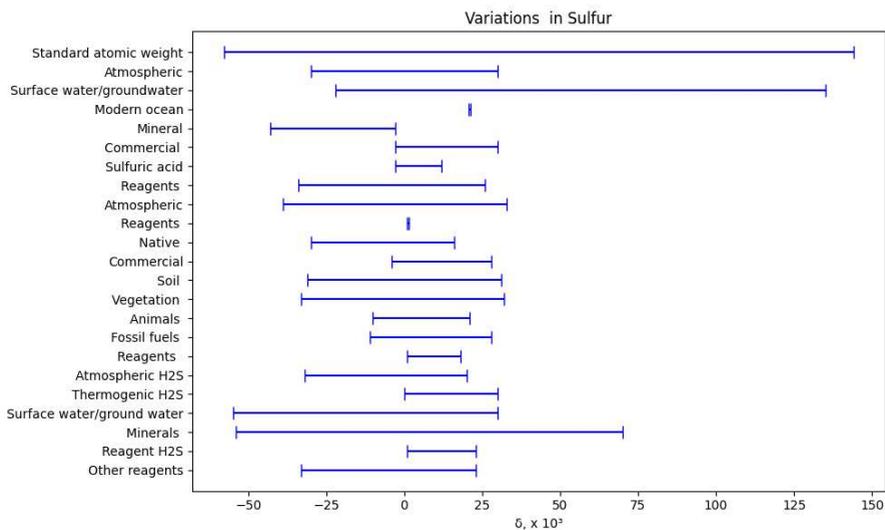


Рис. 1. Вариации изотопного состава серы [4]. Mode X = [1,1.6]

Минимальное значение s_x , зафиксированное для категории "Сульфаты в современном океане" и составляющее примерно -31.8333, указывает на значительное несоответствие между интервалом значений этой категории и интервальной модой. Это может отражать уникальные геохимические процессы в океанских водах, оказывающие влияние на изотопный состав серы, что подчеркивает необходимость дальнейших исследований в данной области.

Наивысшее значение s_x , наблюдаемое для категории "Реагенты" и составляющее приблизительно 0.75, подчеркивает высокую степень согласованности этих изотопных данных с интервальной модой. Этот факт может быть связан с особенностями производства и использования диоксида серы в качестве реагента, где стремятся к получению вещества с заранее определенными характеристиками, в том числе и изотопным составом серы.

Табл. 1. Меры сходства с интервальной модой для выборки серы

Категория	Интервал	s_x
Standard atomic weight	[-57,9,144.2]	0.003
Atmospheric Sulfate	[-30,30]	0.01
Surface water/groundwater Sulfate	[-22,135]	0.0038
Modern ocean Sulfate	[20,7,21.3]	-31.8333
Mineral Sulfate	[-43, -3]	-0.1
Commercial Sulfate	[-3,30]	0.0182
Sulfuric acid Sulfate	[-3,12]	0.04
Reagents Sulfate	[-34,26]	0.01
Atmospheric Sulfur dioxide	[-39,33]	0.0083
Reagents Sulfur dioxide	[0,8,1,6]	0.75
Native Elemental sulfur	[-30,16]	0.013
Commercial Elemental sulfur	[-4,28]	0.0188
Soil Organic sulfur	[-31,31]	0.0097
Vegetation Organic sulfur	[-33,32]	0.0092
Animals Organic sulfur	[-10,21]	0.0194
Fossil fuels Organic sulfur	[-11,28]	0.0154
Reagents Organic sulfur	[1,18]	0.0353
Atmospheric H ₂ S Sulfide	[-32,20]	0.0115
Thermogenic H ₂ S Sulfide	[0,30]	0.02
Surface water/ground water Sulfide	[-55,30]	0.0071
Minerals Sulfide	[-54,70]	0.0048
Reagent H ₂ S Sulfide	[1,23]	0.0273
Other reagents Sulfide	[-33,23]	0.0107

Таким образом, анализ несимметричных мер совместности интервалов в контексте стабильных изотопов серы не только расширяет понимание геохимических процессов, влияющих на ее изотопный состав, но и открывает новые направления для исследований в области экологического мониторинга и палеоклиматологии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Семкин Б. И. О взаимосвязи средних значений двух мер включения и мер сходства, Бюллетень Ботанического сада-института ДВО РАН, 2009, том 3, с. 91–101.
2. А.Н. Баженов, А. Ю. Тельнова. Обобщение коэффициента Жаккара для анализа данных с интервальной неопределенностью, Измерительная техника. 2022; (12):15-22. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-12-15-22>
3. А.Н. Баженов. Обобщение мер совместности для анализа данных с интервальной неопределенностью: учебное пособие – Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, СПб.2022 – 81с.
4. Coplen T. B., Shrestha Y. Tables and charts for isotope-abundance variations and atomic weights of selected elements: 2016. — 2016.
URL: <https://www.sciencebase.gov/catalog/item/580e719ae4b0f497e794b7d8>.

СВЕРХТОНКОЕ РАСЩЕПЛЕНИЕ УРОВНЕЙ АТОМОВ И МОЛЕКУЛ РАННЕЙ
ВСЕЛЕННОЙ КАК ВОЗМОЖНЫЙ ИСТОЧНИК СПЕКТРАЛЬНЫХ ИСКАЖЕНИЙ
РЕЛИКТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В скором будущем ожидаются первые измерения искажений спектра реликтового излучения, вызванных сверхтонким расщеплением основного электронного состояния атома водорода. В связи с этим возникает вопрос, какие еще элементы и соединения, существовавшие в Ранней вселенной могут вносить подобные искажения и насколько они сильны. В качестве потенциальных кандидатов в данной статье рассмотрено 5 атомов, 4 молекулы и их ионы, распространенные в Ранней вселенной.

Сверхтонкая структура – расщепление энергетических уровней вследствие взаимодействия спинов электронов и ядер. Линия 21 сантиметр или радиолиния нейтрального водорода широко используется в астрофизике, в частности для определения характеристик межзвездного газа. В работе [1] было показано, что этот переход также влияет на спектр реликтового излучения, в следствие того, что температура реликтового излучения и температура барионного вещества различаются. Это особенно заметно при красных смещениях (z) от 6.5 до 200. Другие атомы и молекулы Ранней вселенной так же могли влиять на спектр реликтового излучения подобным образом.

В атомах мы рассматриваем изменение спина электрона, в то время как в молекулах существует два типа сверхтонкого расщепления: первый связан с изменением спина ядра (например, переход между орто- и пара- водородом (H_2)), второй связан с изменением спина электрона. Мы будем рассматривать только расщепление основного состояния вещества, так как на рассматриваемом промежутке эволюции Вселенной температура достаточно низкая (<500 К [1]) и не позволяет поддерживать заселенности возбужденных состояний значительное время. Сверхтонкого перехода в атоме ${}^4\text{He}$ и его ионе не будет наблюдаться, так как спин ядра равен нулю. Также не будет наблюдаться сверхтонких переходов в основном состоянии H_2 , HD, HLi, ${}^6\text{Li}^+$, ${}^7\text{Li}^+$, ${}^3\text{He}$, так как в этих случаях полностью заполнены подуровни основного энергетического состояния, и в соответствии с принципом запрета Паули переход невозможен. Также не будет наблюдаться сверхтонкого перехода в молекулярном ионе водорода [2].

Поскольку линия 21 см влияет на спектр реликтового излучения при z от 6,5 до 200 [1], диапазон длин волн, на котором ожидается это изменение – это, приблизительно, интервал от 200 до 4000 см. Соответственно, для пересечения с этим диапазоном длина волны изучаемого перехода должна лежать в диапазоне 0,8 – 600 см. Рассмотрим переходы в атомах и молекулах Ранней вселенной и их попадание в приведенный интервал длин волн в табл. 1.

В интервал попадают D, ${}^3\text{He}^+$, ${}^6\text{Li}$, ${}^7\text{Li}$ и переход с изменением спина электрона в H_2^+ . Теперь в табл. 2 оценим интенсивность линий относительно линии водорода (21 см).

(*) М.Н. Голубев, golubew.maxim2015@yandex.ru

Интенсивность перехода прямо пропорциональна концентрации вещества и коэффициенту Эйнштейна, поэтому мы будем оценивать относительную интенсивность линии как $\frac{n_i A_i}{n_H A_H}$

Табл. 1. Переходы атомов и молекул в ранней Вселенной

элемент	длина волны, см	Пересекается с рассчитанным диапазоном	источник	комментарий
D	91,6	да	[2]	
${}^3\text{He}^+$	3,45	да	[3]	
${}^6\text{Li}$	132	да	[4]	
${}^7\text{Li}$	37,3	да	[4]	
H_2	0,008	нет	[5]	
H_2^+	0,015	нет	[6]	Переход с 0 на 1 вращательный уровень
H_2^+	25,6	да	[7]	Переход с изменением спина электрона
HD	0,011	нет	[8]	
HD ⁺	0,14	нет	[9]	Переход с 0 на 1 вращательный уровень
HD ⁺	14058	нет	[10]	Переход с изменением спина электрона
HeH ⁺	0,0015	нет	[11]	
${}^6\text{LiH}$	0,068	нет	[12]	
${}^7\text{LiH}$	0,066	нет	[12]	

Табл. 2. Относительная интенсивность линий

элемент	коэффициент Эйнштейна, s^{-1}	концентрация $\frac{n_i}{n_H}(z=10)$ [13]	$\frac{n_i A_i}{n_H A_H}$
${}^6\text{Li}$	$1,59 \cdot 10^{-17}$, [4]	$5 \cdot 10^{-13}$	$2,79 \cdot 10^{-16}$
${}^7\text{Li}$	$7,79 \cdot 10^{-16}$, [4]	$8 \cdot 10^{-12}$	$2,19 \cdot 10^{-12}$
D	$4,69 \cdot 10^{-17}$, [2]	10^{-5}	$1,64 \cdot 10^{-6}$
${}^3\text{He}^+$	$1,95 \cdot 10^{-12}$, [3]	10^{-27}	$6,84 \cdot 10^{-25}$
H_2^+	$2,74 \cdot 10^{-16}$, [7]	$9,2 \cdot 10^{-15}$	$8,87 \cdot 10^{-16}$

Как видно из табл. 2, относительно водорода самая сильная линия – линия дейтерия, однако она слабее на 6 порядков.

В данной работе было проанализировано влияние элементов ранней Вселенной на спектр реликтового излучения. После водорода самое сильное влияние оказывает дейтерий, хотя оно слабее на 6 порядков. Как следствие, при исследовании искажения спектра реликтового излучения влияние элементов помимо водорода можно считать пренебрежимо малым по сравнению с влиянием линии 21 см нейтрального водорода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Pritchard J., Loeb A. 21cm cosmology in 21 century // Reports on Progress in Physics. –2012. – Vol. 75. – № 8. – 086901.
2. Wiese W.L., Fuhr J.R. – Accurate Atomic Transition Probabilities for Hydrogen, Helium, and Lithium //J. Phys. Chem. Ref. Data. –2009. – Vol. 38. – P. 565 – 720.
3. McQuinn M., Switzer E., Redshifted intergalactic $^3\text{He}^+$ 8.7 GHz hyperfine absorption // Phys.Rev.D. – 2009. – Vol. 80. – № 6. – 063010.
4. Arimondo E.,Inguscio M., Violino P. Experimental determinations of the hyperfine structure of the alkali atoms // Reviews of Modern Physics. –1977. –Vol. 49.– № 1. – P. 31.
5. Goldsmith P.,Velusamy,Thangasamy ,Li, Di , Langer - Molecular Hydrogen Emission from the Boundaries of the Taurus Molecular Cloud// The Astrophysical Journal. – 2010. – Vol. 715. – № 2. – P. 1370.
6. Pilon H. O., Baye D., Quadropole transitions in the bound rotational-vibrational spectrum of the hydrogen molecular ion // J.Phys.B. – 2012. – Vol. 54. – P. 1533–1536.
7. Stankevich K. S., Monochromatic radio emission of interstellar molecular Hydrogen ions // Astronomicheskii Zhurnal. – 1967. – Vol. 4.– P. 917.
8. Evenson K. M. et. al., Frequency measurement of the J=0-1 rotational transition of the HD // The Astrophysical Journal. – 1988.– Vol. 330. – P. 135.
9. Korobov V.I., Karr J-P., Spin-orbit interaction in the HD⁺ ion // The European Physical Journal D. – 2022. – Vol. 76. – P. 197.
10. Bakalov D., Korobov V.I., Shiller S. High-Precision Calculation of the Hyperfine Structure of the HD Ion //Phys.Rev.Let.– 2006.– Vol. 97. – № 24. – 243001.
11. Tung W-C., Pavanello M.,Accurate potential energy curves for HeH⁺ isotopologues // J. Chem. Phys.,– 2012. – Vol.137. – 164305.
12. Plummer, G. M., Herbst, E., & De Lucia, F. C., Laboratory submillimeter transition frequencies of Li-7H and Li-6H // Astrophysical Journal. – 1984. – Vol. 282, – P. 113–114.
13. Gallie D, Palla F., The Dawn of Chemistry // Annu. Rev. Astron. Astrophys. – 2012. – Vol. 51. – P. 163–206.

УДК 533.9.082.74

Ф.В. Белоус, А.М. Пономаренко, А.Ю. Токарев, А.Ю. Яшин
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

СИСТЕМА АВТОМАТИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ ПЛАЗМЫ С ЭЛЕМЕНТАМИ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ НА ТОКАМАКЕ ГЛОБУС-М2

Введение. Основной режим работы токамаков в настоящее время – режим улучшенного удержания или H-мода, характеризуется большими значениями градиента давления плазмы на периферии [1], что является причиной возникновения различных неустойчивостей, в частности, периферийных локализованных мод (ELM). ELM считаются результатом срыва из потока плазмы множественных филаментов, они приводят к импульсным выбросам частиц и энергии из области удержания на первую стенку и пластины дивертора, что может привести к повреждению установки [2]. В связи с этим изучение возникновения и развития филаментов является важной и актуальной задачей в настоящее время, которой занимаются, в том числе, на сферическом токамаке Глобус-М2.

Для изучения филаментов и других неустойчивостей часто используется диагностика доплеровского обратного рассеяния (ДОР), установленная на токамаке Глобус-М2 [3].

(*) Ф.В. Белоус, belous_fv@spbstu.ru

Система ДОР представляет из себя 2 многочастотных рефлектометра с 10 частотами зондирования. На ее выходе формируются IQ сигналов, в которых филаменты выглядят как плавно возрастающие и убывающие по амплитуде гармоники, что облегчает их визуальное обнаружение и классификацию. Однако длительность одного филамента относительно сигнала очень мала (порядка 10 мкс относительно 100 мс), что приводит к увеличению времени для нахождения одного филамента, а в рамках их нахождения в режиме реального времени делает эту задачу вручную трудно-выполнимой и очень затратной по времени. С такой задачей более успешно справится система, которая в автоматическом режиме будет способна не только находить филаменты, исходя из данных диагностики ДОР (и других), но и определять их параметры и характеристики.

Цель. Разработать систему для автоматической диагностики плазмы в сферических токамаках.

Задачи. В процессе работы над проектом решались следующие задачи:

- Формулировка основных требований для итогового решения;
- Разработка основных решений для системы с использованием стандартных алгоритмов и искусственного интеллекта;

- Сбор данных для обучения и промежуточных тестов;
- Тестирование итоговой системы на реальных и незнакомых данных.

Изложение результатов. Итоговыми требованиями к системе стали:

- система должна работать в оффлайн режиме;
- выходные данные должны представлять собой фрагменты сигналов, на которых по прогнозам системы есть филаменты;
- скорость обработки одного файла в пределах 30 минут;
- точность определения филаментов в пределах 50-60%.

На основе данных требований было решено разделить систему на две компоненты: первая решает задачу обработки всего сигнала за минимально возможное время и на выходе предоставляет аномальные фрагменты, на которых могут быть филамент, вторая решает задачу конечной фильтрации таких фрагментов и составление конечного прогноза.

Для первой части было решено использовать алгоритмы FFT и фильтр Баттерворта, как надежные и мощные инструменты для анализа и обработки сигналов [4]. Так как на сигнале ДОР диагностики филаменты проявляются как возрастающие и убывающие гармоники, при дифференцировании их амплитуда возрастает относительно окружающего шума без изменения частоты. Поэтому для более эффективного использования этих методов к сигналу применяется вторая производная. Выделенные фрагменты анализируются по основным параметрам: минимальная длина фрагмента, абсолютная асимметрия, минимальное количество периодов колебаний.

Отобранные фрагменты приводятся к одинаковому числу точек и нормализуются для наиболее эффективной работы фильтра на основе нейронной сети [5]. Было решено использовать именно искусственные нейронные сети, так как они способны самостоятельно извлекать признаки из данных, а также хорошо работают с неструктурированными данными, могут обрабатывать большие объемы информации, обобщать шаблоны на новые данные.

Исходя из потребности обрабатывать фрагменты разной длины (по времени), а также учитывать параметры диагностики, была выбрана гибридная архитектура нейронной сети (Multibranch neural network) [6]. Одна из ветвей обрабатывает “метаданные” фрагмента: длину и частоту дискретизации, а вторая обрабатывает данные сигнала. Были выбраны две архитектуры для исследования: сверточная (CNN) [7] и автоэнкодер [8].

Обучающие данные для нейросетевого фильтра были получены из ДОР диагностик токамака ГЛОБУС-М2, а именно каналы с частотой зондирования 29 ГГц и частотой дискретизации 4 и 10 МГц. Были сформированы две выборки из 700 и 3000 фрагментов с соотношением классов порядка 1 к 10 (1 фрагмент с филаментом, 10 – с шумом).

При обучении использовалась функция Focal Loss [9] для корректного обучения в условиях несбалансированности классов:

$$Focal\ Loss = -\alpha(1 - p_t)^\gamma \log(p_t), \alpha = 0.1, \gamma = 2.0 \quad (1)$$

$$p_t = y_{true} \cdot y_{pred} + (1 - y_{true}) \cdot (1 - y_{pred})$$

Еще для оценки в обучении использовались следующие метрики:

$$accuracy = \frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN} \quad (2)$$

$$recall = \frac{TP}{TP + FN} \quad (4)$$

$$precision = \frac{TP + TN}{TP + FP} \quad (3)$$

$$F_\beta = \frac{precision \cdot recall}{(\beta^2 \cdot precision) + recall}, \beta = 1 \quad (5)$$

TP (True Positive) – количество элементов “положительного” класса, которые классифицированы правильно, TN (True Negative) – количество элементов “отрицательного” класса, которые классифицированы правильно, FP (False Positive) – количество элементов “положительного” класса, которые классифицированы неправильно, FN (False Negative) – количество элементов “отрицательного” класса, которые классифицированы неправильно.

Табл. 1 Результаты тестирования нейросетей на контрольной выборке

Выборка	Нейросеть	Loss (1)	Accuracy (2)	Precision (3)	Recall (4)	F1 (5)
700	Автоэнкодер	0.183	0.638	0.658	0.564	0.561
	CNN	0.119	0.638	0.667	0.493	0.493
3000	Автоэнкодер	0.224	0.673	0.668	0.564	0.611
	CNN	0.096	0.728	0.763	0.543	0.634

Табл. 2 Результаты тестирования системы на знакомых диагностических сигналах (фрагменты сигналов участвовали в обучении)

№	Прогнозируемое кол-во	Реальное кол-во	Верных прогнозов (%)	Время работы (мин.)
1	1750	1740	80	9
2	889	894	92	5

Объединив первую компоненту с предобработкой сигнала и вторую компоненту с обработкой и нормализацией данных и их фильтрацией с помощью прогнозов нейросети, получили первый вариант системы для автоматической диагностики плазмы.

Табл. 3 Результаты тестирования системы на незнакомых диагностических сигналах (фрагменты сигналов не участвовали в обучении)

№	Прогнозируемое кол-во	Реальное кол-во	Процент верных прогнозов (%)	Время работы (мин.)
1	480	400	58	4
2	347	226	56	3

Заключение. Как можно заметить из приведенных выше результатов, полученная система удовлетворяет поставленным требованиям и имеет перспективы для улучшения. Как показало тестирование, программа позволяет анализировать большие объемы данных за небольшое время и с приемлемой точностью, а также обобщать полученные в ходе обучения шаблоны на новые данные.

Настоящая работа поддержана Министерством науки и высшего образования Российской Федерации в рамках государственного задания в сфере науки по проекту № FSEG-2024-0005.

ЛИТЕРАТУРА

1. Wagner F. A quarter-century of H-mode studies // Plasma Phys. Control. Fusion. – 2007. – Vol. 49. – № 12B. – P. B1–B33
2. Connor J. W. et al. Edge Localised Modes (ELMs): Experiments and Theory // AIP Conf. Proc. – 2008 – Vol. 1013. – № 1. – P. 174–190.
3. Yashin A.Y. et al. Doppler backscattering system on Globus-M2 tokamak // JINST – 2022 – Vol. 17. – № 1. – C01023
4. Machine Learning with Signal Processing Techniques – URL: <https://ataspinar.com/2018/04/04/machine-learning-with-signal-processing-techniques/> (дата обращения 18.02.2024).
5. Impact of Data Normalization on Deep Neural Network for Time Series Forecasting – URL: <https://arxiv.org/abs/1812.05519> (дата обращения 20.02.2024).
6. Image+metadata with Keras ImageDataGenerator – URL: <https://www.kaggle.com/code/nhm1440/image-metadata-with-keras-imagedatagenerator> (дата обращения 20.02.2024).
7. Y. LeCun, B. Boser, J. S. Denker, D. Henderson, R. E. Howard, W. Hubbard, L. D. Jackel. Backpropagation Applied to Handwritten Zip Code Recognition // Neural Computation. – 1989 – Vol. 1. – № 4. – P. 541–551
8. Liou C.Y., Cheng C.W., Liou J.W., Liou D.R. Autoencoder for Words // Neurocomputing. – 2014 – Vol. 139. – № 1. – P. 84–96.
9. Focal Loss for Dense Object Detection. – URL: <https://arxiv.org/abs/1708.02002> (дата обращения 20.02.2024).

ЗОНДОВЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ В ЭКСПЕРИМЕНТАХ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ ГАЗОНАПУСКОМ В РАСКРЫВЕ НИЖНЕГИБРИДНОЙ АНТЕННЫ-ГРИЛЛА ТОКАКА ФТ-2

Эффективность взаимодействия электромагнитной волны нижегибридного (НГ) диапазона частот с плазмой токамака существенно зависит от параметров плазмы в приграничной области (Scrape-Off Layer, SOL). В частности, результаты моделирования свидетельствуют о зависимости спектра продольных замедлений (N_z), коэффициентов отражения и направленности от градиента плотности ($\text{grad } n$) плазмы в SOL. Уменьшение $\text{grad } n$ должно приводить к улучшению связи антенны с плазмой, а также, к изменению спектра N_z , что повышает эффективность генерации безындукционных НГ токов увлечения (НГТУ) [1]. Применяв дополнительный напуск рабочего газа с помощью импульсного клапана (ИК) непосредственно вблизи антенны, можно достичь снижения $\text{grad } n$, а также, возрастания частоты столкновений частиц плазмы в SOL. Это, в свою очередь, должно привести к подавлению параметрической неустойчивости (Parametric Instability, PI). Возникновение PI является основной причиной прекращения генерации НГТУ при возрастании n до некоторого порогового значения.

Взаимодействие НГ волн с плазмой в течение длительного времени исследуется на токамаке ФТ-2 (см., напр., [2]). Цель данной работы – экспериментальное исследование влияния газонапуска вблизи излучающей антенны на эффективность взаимодействия НГ волны с плазмой. В частности, задачей работы являлось измерение параметров плазмы в области SOL с помощью зондовой диагностики.

Установка ФТ-2 представляет собой токамак с большим радиусом $R = 55$ см, радиусом полоидальной диафрагмы $a = 7,8$ см, длительностью стационарной фазы разряда 45 мс. Использовался магнетронный генератор с частотой $f_0 = 920$ МГц, мощностью P_{RF} до 200 кВт при длительности импульса $\tau_{RF} \leq 10$ мс. НГ антенна представляла собой двухволноводный грилл со спектральными максимумами при значениях $N_z = -1,8; -5; 15$. Основные параметры экспериментов изменялись в пределах: ток по плазме $I_p \approx (20 \div 35)$ кА, тороидальное магнитное поле $B_t = (2,1 \div 2,2)$ Тл, средняя по сечению плотность плазмы $\langle n \rangle = (1 \div 6) \times 10^{19}$ м⁻³, электронная и ионная температуры в центральной области $T_e(0) = (350 \div 500)$ эВ, $T_i(0) = (80 \div 120)$ эВ.

На рис. 1,а показано расположение некоторых экспериментальных устройств. В предыдущих экспериментах использовался ИК (клапан 1), расположенный в сечении 1. Для описываемых экспериментов были дополнительно установлены еще два аналогичных ИК: клапан 2 – в тороидально смещенном на 90° сечении расположения НГ антенны (сечение 2) и клапан 3 – в сечении (3) подвижного ленгмюровского зонда. Возникновение PI, характеризующееся распадом волны накачки на две и более дочерние волны со смещенными относительно f_0 частотами, регистрировалось высокочастотными (ВЧ) зондами. Один из таких зондов, представляющий собой металлический штырь, размещался в сечении 2.

Параметры плазмы в области SOL измерялись с помощью подвижного пятиэлектродного зонда (зонд L5 в сечении 3), позволяющего определять температуру и

(*) М.В. Дерябина, deryabina.mv@edu.spbstu.ru

плотность электронов (T_e , n), потенциал плазмы (ϕ_s) и флуктуации указанных величин [3]. Измерения выполнялись при двух значениях полоидального угла $\Theta = 230^\circ$ и 310° – рис. 1, b.

Спектральный анализ сигналов, принимаемых ВЧ зондами, показал, что при замене «стандартного» напуска газа через ИК 1 напуском через ИК 2 уменьшается амплитуда пика, смещенного относительно f_0 в сторону меньших частот, (первого «красного» спутника). Возникновение спектральных спутников связано с развитием PI. Особенно эффективное подавление PI наблюдалось при высокой плотности плазмы: $n \sim 7 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$.

Напуск газа через клапан 3 позволяет выполнить зондовые измерения в условиях, аналогичных условиям в сечении НГ антенны при напуске через клапан 2. На рис. 2 приведены профили n и T_e в омическом режиме при напуске через клапаны 2 и 3. Параметры плазмы в основном объеме удержания были идентичными ($\langle n \rangle \approx 5 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$, $I_p \approx 26 \text{ кА}$). Видно, что плотность плазмы в SOL в сечении напуска превышает величину n , измеренную при напуске в соседнем сечении, т.е. наблюдается тороидальная неоднородность параметров в SOL. Наряду с ростом величины n , уменьшается $\text{grad } n$, что может служить причиной улучшения связи антенны с плазмой [1]. Перенесение напуска в сечение измерений приводит, также, к уменьшению, как величины, так и $\text{grad } T_e$.

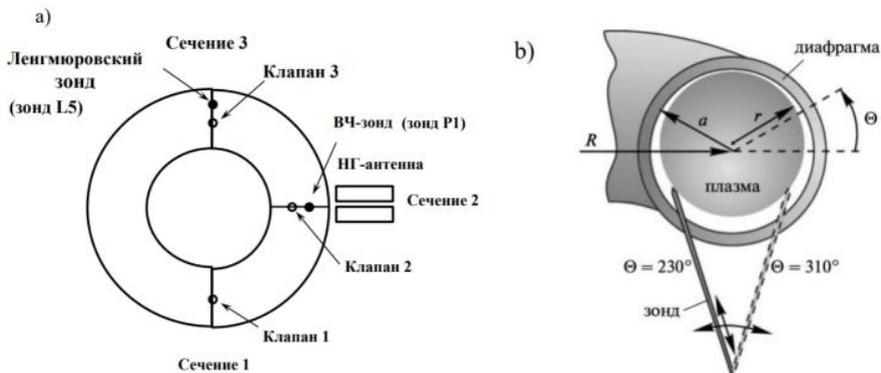


Рис.1. а) Схематическое расположение некоторых экспериментальных устройств – вид на токамак сверху; б) подвижный пятиэлектродный зонд

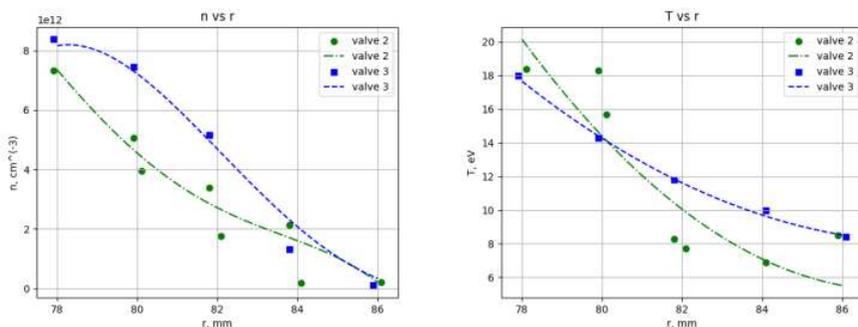


Рис. 2. Радиальные профили плотности и температуры электронов при двух различных положениях места импульсного напуска газа. Разряд в дейтерии, омический режим, $\Theta = 310^\circ$

На рис. 3 приведена эволюция во времени профилей n и T_e , измеренных в сечении 3 при дополнительном НГ нагреве. Напуск осуществлялся через клапан 2. Видно, что в течение НГ импульса (27 – 35 мс) происходит возрастание величины и $\text{grad } n$, сопровождаемое снижением величины и $\text{grad } T_e$, причем изменившиеся значения этих величин сохраняются в течение некоторого времени после окончания ВЧ импульса. Такое поведение параметров в SOL характерно для формирования периферийного транспортного барьера, что подтверждается измерениями с помощью других диагностик.

Плотность плазмы SOL в сечении 2 контролировалась с помощью измерения ионного тока насыщения (I_{sat}) на зонд P1, включенный по схеме одиночного зонда. Было обнаружено уменьшение n во время импульса НГ (эффект «вытеснения» плазмы из области SOL). Ток I_{sat} , одновременно измеряемый зондом L5 (сечение 3), не демонстрировал такой особенности. Сравнение поведения этих величин при напуске через клапан 2 приведено на рис. 4.

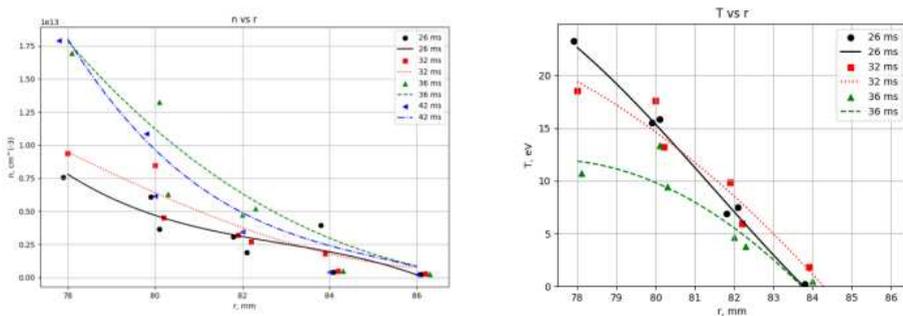


Рис. 3. Временная эволюция радиальных профилей n и T_e в эксперименте с НГ нагревом (импульс НГ: 27 – 35 мс). $\Theta = 310^\circ$, $\langle n \rangle \approx 5 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$, $I_p \approx 26 \text{ кА}$, клапан 2

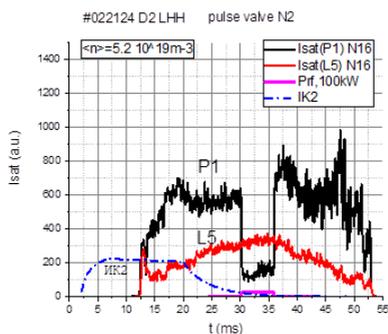


Рис. 4. Сравнение I_{sat} , собираемого ВЧ зондом (P1, сечение 2) и подвижным зондом (L5, сечение 3)

«Вытеснение» плазмы в SOL под действием НГ волны (в сечении антенны) становится существенно менее выраженным при перемещении напуска газа в соседнее сечение. Этот эффект, механизм и влияние которого требуют дополнительного исследования, может служить причиной наблюдавшегося подавления PI при напуске газа в раскрыве антенны.

Таким образом, экспериментально показана тороидальная неоднородность параметров плазмы в SOL токамака, получена их эволюция в результате взаимодействия с НГ волной и обнаружен эффект «вытеснения» приграничной плазмы в сечении НГ антенны.

Работа поддержана гос. контрактами ФТИ 0040-2019-0023 и 0034-2021-0002.

ЛИТЕРАТУРА

1. Irzak M.A., Shcherbinin O.N. Theory of waveguide antennas for plasma heating and current drive // Nuclear Fusion. – 1995. – Vol. 35. – № 11. – P. 1341-1356.
2. Лашкул С.И., Алтухов А.Б., Гурченко А.Д., Гусаков Е.З., Дьяченко В.В., Есипов Л.А., Коновалов А.Н., Куприенко Д.В., Шаталин С.В., Степанов А.Ю. Особенности генерации нижнегибридного тока увлечения в плазме на токамаке ФТ-2 // Физика плазмы. – 2022. – Т. 48. – №5. – С. 387-396.
3. Шаталин С.В., Векшина Е.О., Гончаров П.Р., Есипов Л.А., Лашкул С.И. Периферийные флуктуации и перенос частиц при L-N-переходе на токамаке ФТ-2 // Физика плазмы. – 2004. – Т. 30. – №5. – С. 398-405.

УДК 530.22; 533.9.

В.А. Елатонцев, С.П. Рошупкин, В.В. Дубов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

РЕЗОНАНСНАЯ КИНЕМАТИКА РОЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОЙ ПАРЫ И ГАММА-КВАНТА ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧНЫХ ГАММА-КВАНТОВ С СИЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНОЙ

Введение. Ввиду использования в современных прикладных и фундаментальных исследованиях мощных источников лазерного излучения, теоретическое изучение процессов квантовой электродинамики (КЭД) в сильных световых полях представляется одним из наиболее приоритетных направлений, которое интенсивно развивается. Важно подчеркнуть, что процессы КЭД высших порядков по постоянной тонкой структуры в лазерном поле (процессы КЭД, модифицированные лазерным полем) могут протекать как нерезонансным, так и резонансным каналами. В лазерном поле могут возникать, так называемые, резонансы Олейника [1-5], связанные с тем, что в световом поле разрешены процессы низших порядков по постоянной тонкой структуре (стимулированные лазерным полем процессы КЭД). Важно отметить, что вероятность резонансного протекания процессов КЭД в лазерном поле может существенно (на несколько порядков величины) превышать соответствующую вероятность процесса без внешнего поля.

В настоящей работе теоретически изучена резонансная кинематика рождения ультрарелятивистской электрон-позитронной пары и гамма-кванта, при столкновении гамма-квантов высокой энергии с сильной электромагнитной волной.

Исходные положения. В условиях резонанса Олейника промежуточная виртуальная частица (электрон или позитрон) выходит на массовую оболочку и становится реальной, а исходный процесс второго порядка по постоянной тонкой структуры эффективно распадается на два последовательных процесса первого порядка [1-5]. Основным параметром при изучении такого рода процессов является классический релятивистски-инвариантный параметр

$$\eta = \frac{eF\lambda}{mc^2} \quad (15)$$

^(*) В.А. Елатонцев, yelatontsev@gmail.com

численно равный отношению работы поля над электроном на длине волны к энергии покоя электрона (e и m заряд и масса электрона, F и $\lambda = c/\omega$ напряженность поля и длина волны, ω частота). В работе используется релятивистская система единиц $\hbar=c=1$. В дальнейшем рассматривается случай сильных полей, когда параметр $1 \lesssim \eta \ll E_{\pm}/m$, при этом $E_{\pm}/m \gg 1$. Отметим, что ранее в работе [5] был изучен случай слабых полей, когда параметр $\eta \ll 1$.

Резонансная кинематика процесса. В условиях резонанса промежуточный электрон (для канала А) или позитрон (для канала В) в поле волны выходят на массовую оболочку ($\tilde{q}_{\pm}^2 = m_*^2$, где m_* - эффективная масса электрона в поле циркулярно-поляризованной волны (18)). В результате этого исходный процесс второго порядка по постоянной тонкой структуры эффективно распадается на два процесса первого порядка: стимулированный внешним полем процесс Брейта-Уиллера (первая вершина) и стимулированный внешним полем эффект Комптона (вторая вершина) (рис. 1). Законы сохранения 4-импульса в первой и второй вершинах, например, для канала А имеют вид:

$$k_i + r_1 k = \tilde{q}_- + \tilde{p}_+, \quad \tilde{q}_- + r_2 k = \tilde{p}_- + k_f, \quad r_1 \geq 1, r_2 \geq 1. \quad (16)$$

$$\tilde{p}_{\pm} = p_{\pm} + \eta^2 \frac{m^2}{2(kp_{\pm})} k, \quad \tilde{q}_{\pm} = q_{\pm} + \eta^2 \frac{m^2}{2(kq_{\pm})} k, \quad (17)$$

$$\tilde{p}_{\pm}^2 = m^2, \quad m_* = m\sqrt{1+\eta^2}. \quad (18)$$

При этом все частицы (начальный гамма-квант, электрон-позитронная пара и конечный гамма-квант) летят в узком конусе вдоль импульса начального гамма-кванта. Данный узкий конус находится вдали от направления распространения волны (иначе резонансы пропадают [1]). Рассмотрение данного процесса проводится только для канала А, результаты для остальных получаются заменой импульсов.

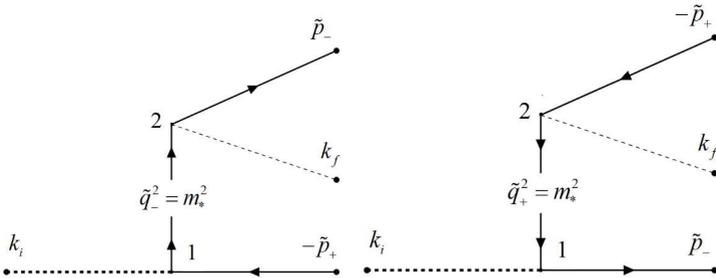


Рис. 1. Диаграммы Фейнмана резонансного процесса рождения электрон-позитронных пар при взаимодействии гамма-кванта с сильной электромагнитной волной

Учитывая законы сохранения 4-квазиимпульса в каждой вершине (16) и резонансное условие, можно определить зависимость резонансной энергии конечного позитрона от его углов вылета и числа поглощенных фотонов внешней волны:

$$x_{\pm} = \frac{\mathcal{E}_{iBW(r_1)} \pm \sqrt{\mathcal{E}_{iBW(r_1)}(\mathcal{E}_{iBW(r_1)} - 1) - \delta_{i\pm}^2}}{2(\delta_{i\pm}^2 + \mathcal{E}_{iBW(r_1)})}, \quad x_{\pm} = \frac{E_{\pm}}{\omega}, \quad (19)$$

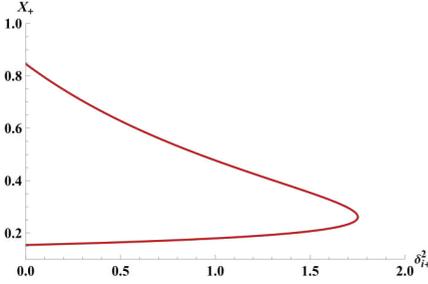


Рис. 2. Зависимость энергии позитрона x_+ от угла δ_{i+}^2 для $r_1 = 1, \omega_i = 1\Gamma\varepsilon B, \omega = 1к\varepsilon B, I \approx 10^{24} Bm / \text{см}^2, \omega_{BW} = 522\text{М}\varepsilon B, \eta^2 = 1$ и $\varepsilon_{iBW} \approx 1,91$.

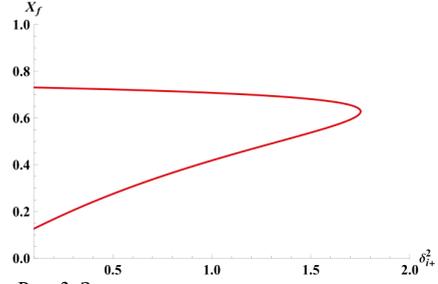


Рис. 3. Зависимость энергии конечного гамма-кванта от угла вылета позитрона для случая $r_1 = 1, r_2 = 1, \omega_i = 1\Gamma\varepsilon B, \omega = 1к\varepsilon B, I \approx 10^{24} Bm / \text{см}^2, \omega_c = 130.5\text{М}\varepsilon B, \eta^2 = 1$ и $\varepsilon_{iC} = 7,66$.

$$\varepsilon_{iBW(r_1)} = r_1 \varepsilon_{iBW}, \quad \varepsilon_{iBW} = \frac{\omega_i}{\omega_{BW}}, \quad \omega_{BW} = \frac{m_e^2}{\omega \cdot \sin^2(\theta/2)}, \quad \delta_{i+}^2 = \frac{\omega_i^2 \theta_{i+}^2}{4m_e^2}, \quad \theta_{i+} = \angle(\mathbf{k}_i, \mathbf{p}_+). \quad (20)$$

На рис. 2 представлен график зависимости резонансной энергии позитрона от его угла вылета при значении поглощенных фотонов в первой вершине равном единице и следующих параметрах рентгеновской волны: $\omega = 1к\varepsilon B$ и $I \approx 10^{24} Bm / \text{см}^2$.

Учитывая общий закон сохранения энергии $1 - x_+ = x_f + x_-$, а также резонансные условия во второй вершине, для энергии конечного гамма-кванта получим кубическое уравнение, которое при вылете гамма-кванта вдоль импульса начального гамма-кванта дает максимальную и минимальную энергии конечного конечного гамма-кванта:

$$x_f = \frac{\varepsilon_{iC(r_2)}(1 - x_+^{(\pm)})^2}{1 + \varepsilon_{iC(r_2)}(1 - x_+^{(\pm)})}, \quad x_f = \frac{\omega_f}{\omega_i}, \quad \varepsilon_{iC(r_2)} = r_2 \varepsilon_{iC}, \quad \varepsilon_{iC} = \frac{\omega_i}{\omega_C}, \quad \omega_C = \frac{1}{4} \omega_{BW}. \quad (21)$$

Здесь $x_+^{(\pm)}$ определяет энергию позитрона (19) с учетом знака перед корнем квадратным. Отметим, что квантовые энергии ω_{BW} (20) и ω_C (21) - это характерные энергии Брейта-Уиллера и Комптон-эффекта [3, 4]. Отметим, что общий закон сохранения энергии накладывает связь на углы вылета конечных частиц. На рис. 3 представлена зависимость энергии конечного гамма-кванта от угла вылета позитрона (21) при следующих параметрах рентгеновской волны: $\omega = 1к\varepsilon B$ и $I \approx 10^{24} Bm / \text{см}^2$.

Заключение. В работе рассмотрена резонансная кинематика рождения ультрарелятивистских электрон-позитронных пар и гамма-кванта при столкновении гамма-квантов с полем сильной электромагнитной волны. Изучена резонансная кинематика процесса. Показана существенная зависимость резонансных энергий конечных частиц от их углов вылета, а также от характерных энергий Брейта-Уиллера и Комптон-эффекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Roshchupkin, S.P.; Lebed', A.A.; Padusenko, E.A.; Voroshilo, A.I. Resonant effects of quantum electrodynamics in the pulsed light field. Quantum Opt. Laser Exp. – 2012, – Vol.6, – P. 107–156.
2. Oleinik, V. Resonance Effects in the Field of an Intense Laser Beam. J. Exp. Theor. Phys. – 1967, – Vol.25, – P.697.

3. Roshchupkin S. P., Dubov A. V., Dubov V. V., Starodub S. S. Fundamental physical features of resonant spontaneous bremsstrahlung radiation of ultrarelativistic electrons on nuclei in strong laser fields // *New J. Phys.* – 2022. – Vol. 24. – P. 013020.
4. Roshchupkin, S.P.; Serov, V.D.; Dubov, V.V. The generation of high-energy electron-positron pairs during the Breit-Wheeler resonant process in a strong field of an X-ray electromagnetic wave. *Symmetry* – 2023, 1, 0.
5. V.A.Yelatontsev, S.P.Roshchupkin and V.V. Dubov. Resonant Production of an Ultrarelativistic Electron–Positron Pair at the Gamma Quantum Scattering by a Field of the X-ray Pulsar. *Universe* – 2020, – Vol.6, – P.164.

УДК 533.9

Ю.С. Лашкина, В.Ю. Сергеев, А.Н. Кривошеев
Санкт-петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕНОСА ЧАСТИЦ ПРИ СОЗДАНИИ ВОЗМУЩЕНИЙ В ПЛАЗМЕ ГЕЛИОТРОНЕ LHD

При инъекции макрочастиц в плазму установок с магнитным удержанием возникают возмущения плотности и температуры. Изменение концентрации обуславливается испарением макрочастиц и добавкой испаренного вещества. Возмущение температуры происходит за счет обмена тепла частиц фоновой плазмы установки с холодными инжектируемыми частицами или излучения последних. Термин "нелокальный" перенос тепла *Non-Local Transport* (NLT) используется для описания экспериментально наблюдаемого явления нагрева центральных областей плазмы при охлаждении периферии, вызванное инъекцией макрочастицы. Это явление активно изучается на различных установках с целью выявления его физических механизмов.

Обсуждаются два подхода к объяснению явления нелокального переноса теплового импульса. Первый подход заключается в описании явления NLT за счет изменения коэффициента температуропроводности плазмы в предположении о ее неподвижности [1], второй подход рассматривает движение плазмы при постоянном коэффициенте температуропроводности [2]. Однако, в существующих реализациях этих подходов не исследуется эволюция концентрации частиц: неизвестно, в случае NLT эволюция концентрации проявляет диффузионный характер, или наблюдаются подобные поведению температуры особенности. Целью представленной работы является анализ эволюции концентрации электронов во время наблюдения NLT при инъекции полистироловых макрочастиц в плазму гелиотрона LHD [1-2].

Анализ осуществлялся для разряда 49708 LHD с четко проявленным явлением NLT [1], где описаны параметры разряда и инъекции полистироловой макрочастицы. Эволюция концентрации электронов в рамках уравнения непрерывности в предположении отсутствия источников электронов внутри плазменного шнура описывается уравнениями

$$\frac{dn}{dt} = -\text{div}(\Gamma); \Gamma = -D \frac{dn}{dr} + Vn(r), \quad (1)$$

где Γ – поток электронов, D – коэффициент диффузии, V – конвективная скорость.

На рисунке 1а красными открытыми квадратами показан профиль концентрации электронов $n_e(\rho)$, измеренный с помощью диагностики Томсоновского рассеяния до момента инъекции полистироловой макрочастицы, в зависимости от радиуса магнитной поверхности $\rho = r/a$, нормированного на радиус последней замкнутой магнитной поверхности a .

^(*) Ю.С. Лашкина, lashkina.yus@edu.spbstu.ru

В предположении отсутствия источников, а также $D(\rho) = \text{const}(\rho)$ и $V(\rho) = -V_a\rho$ из профиля $n_e(\rho)$ согласно [3] было оценено соотношение

$$aV_a/D \cong 0.4. \quad (2)$$

Расчитанный с этим значением профиль концентрации показан на рисунке 1а синей линией.

Для того, чтобы оценить значения D и V_a , воспользуемся соотношением (3) [4] между временем t_p распространения возмущения плотности от радиуса создания возмущения r_i в центр плазмы с коэффициентом диффузии D

$$t_p = \frac{r_i^2}{2D} \quad (3)$$

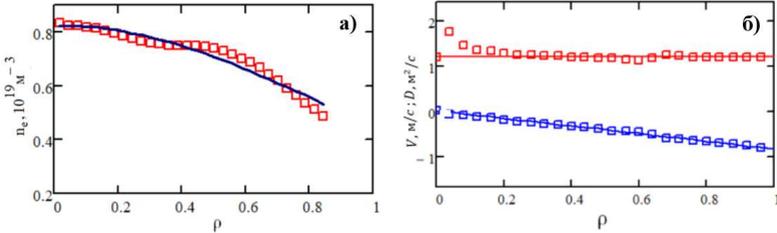


Рис. 1. Сравнение: профиля концентрации, полученного из экспериментальных данных, и вычисленного по предполагаемым значениям V и D (а); V с V_{test} (обозначена синим цветом) и D с D_{test} (красным цветом). Кривые соответствуют заданным значения (V_{test}, D_{test}), квадраты – восстановленным значениям V и D (б)

На рис. 2а приведена экспериментально измеренная эволюция относительного возмущения профиля концентрации для разряда 49708 LHD. Для удобства возмущение концентрации нормировалась на величину максимального создаваемого возмущения в момент времени сразу после инжекции.

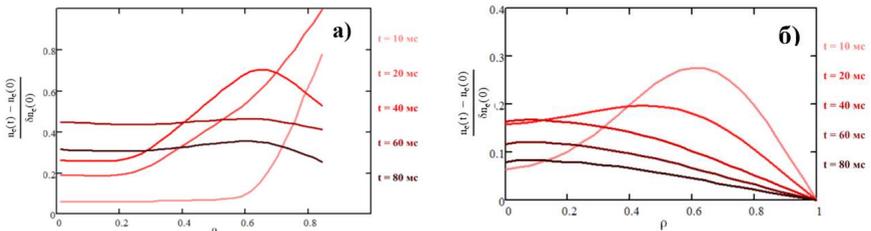


Рис. 2. Нормированное значение изменения концентрации: для разряда 49708 LHD (а), для полученного при заданных значениях скорости переноса и коэффициента диффузии (б). Цветом показаны профили параметра в разные моменты времени после инжекции.

Видно, что представленная эволюция концентрации демонстрирует диффузионную волну распространения возмущения концентрации электронов от места его создания на периферии в центральные области плазмы. Из рис. 2а, видно, что $r_i \cong 0.7a$, а время t_p в момент достижения максимума возмущения концентрации в центре плазмы равно примерно 60 мс. Тогда из (2) значение $D \cong 1.2 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$, а $V_a \cong 0.8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$. Полученные профили D и V показаны сплошными красной и синей линиями на рисунке 1б соответственно. Отметим, что полученное значение коэффициента D близко к значению электронной

температуропроводности $\chi_e \cong a^2/(4\tau_E) \approx 1.1$, оцененного из времени удержания энергии $\tau_E \approx 80$ мс для разряда 49708 согласно закону подобия (4) для стеллараторов [5]

$$\tau_E^{ISSO4} = 0,134a^{2,28}R^{0,64}P^{-0,61}\bar{n}_e^{-0,54}B^{0,84}t_{2/3}^{0,41}, \quad (4)$$

здесь $a \approx 0.58$ – эффективный малый радиус в (м), $R \approx 3.55$ – большой радиус в (м), $P \approx 3.3$ – полная поглощенная мощность нагрева в (МВт), $\bar{n}_e \approx 0.9$ – средняя концентрация электронов в (10^{19} м^{-3}), $B \approx 2.8$ – магнитная индукция в (Т), $t_{2/3} \approx 0.7$ – коэффициент вращательного преобразования на $2/3$ радиуса a .

Для восстановления профилей коэффициента диффузии D и конвективной скорости плазмы V был создан код, использующий эволюцию концентрации $n_e(r, t)$ и алгоритм, предложенный в работе [6]. В алгоритме для решения обратной задачи восстановления постоянных во времени V и D из известной эволюции $n_e(r, t)$ рассчитывалась эволюция потока на магнитной поверхности с радиусом ρ

$$\Gamma(r, t) = -\frac{d}{dt} \int_0^r \rho n(\rho, t) d\rho \quad (5)$$

и для каждого радиуса магнитной поверхности решалась переопределенная система уравнений (6)

$$\Gamma_i(r, t) = -D \frac{dn(r, t)}{dr} + V(r)n_i(r, t), \quad i = 1 \dots k \quad (6)$$

где k – количество слоев по времени.

Для верификации алгоритма рассчитывалась эволюция профиля концентрации $n_e^{test}(r, t)$ из уравнений (1) двухслойным неявным методом [3] с тестовыми параметрами скорости $V^{test} = V$ и коэффициента диффузии $D^{test} = D$, определенными выше и показанными на рисунке 1б.

Для нахождения V и D из $n_e^{test}(r, t)$ реализованный алгоритм был использован при значении $k = 40$. Результаты сравнения заданных V_{test} и D_{test} и восстановленных в результате работы алгоритма V и D приведены на рисунке 2б. Из рисунка 2б видно, что предложенный алгоритм восстанавливает скорость конвективного переноса и коэффициент диффузии электронов с погрешностью, не превышающей 5%.

В данной работе представлены результаты исследования поведения эволюции концентрации электронов в разряде 49708 гелиотрона LHD. Из данных о стационарном профиле концентрации определено соотношение $aV_a/D \cong 0.4$. Из времени распространения возмущения концентрации от места создания до центра плазмы определен эффективный коэффициент диффузии равный $D \cong 1.2 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$, который близок к значению электронной температуропроводности, оцененному из скейлинга для времени удержания энергии в стеллараторах.

Таким образом, показано, что несмотря на нелокальное поведение температуры электронов в данном разряде, характер эволюции концентрации остается диффузионным.

Для восстановления профилей коэффициента диффузии и конвективной скорости плазмы создан код, использующий эволюцию концентрации и $n_e(r, t)$ и алгоритм работы [6]. Верификация кода демонстрирует погрешность восстановления коэффициентов переноса не более 5%. Код будет использован в дальнейшем для анализа эволюции концентрации электронов.

Работы поддержаны ГК Росатом и Минобрнауки России в рамках Федерального проекта 3 (У3), проект № FSEG-2023-0018 «Разработка и создание систем струйной и pellet инжекции с повышенными производительностью и ресурсом»

ЛИТЕРАТУРА

1. Tamura N. et al. Impact of nonlocal electron heat transport on the high temperature plasmas of LHD // Nucl. Fusion. Institute of Physics Publishing. – 2007. – Vol. 47. – P. 449-455.
2. Sergeev V.Yu., Dnestrovskiy A.Yu., Frolov V.E., Pustovitov V.D. and Naoiki Tamura. Modeling of Heat Pulse Propagation During TESPEL Injection into the LHD Plasma // Plasma and Fusion Research. – 2019. – Vol.14.
3. Днестровский Ю. Н., Костомаров Д. П. Математическое моделирование плазмы. «Физмалит», 1993, с. 270.
4. Goedheer W.J. Inference of electron heat conductivity from the propagation of a temperature perturbation in the outer confinement region of a Tokamak // Nucl. Fusion. – 1986. – Vol. 26.
5. Murari A. et al. Scaling laws of the energy confinement time in stellarators without renormalization factors // Nucl. Fusion. Institute of Physics Publishing. – 2021. – Vol. 61.
6. Егоров С.М. и др. Диагностика плазмы в токамаках с помощью макрочастиц. Диагностика плазмы, 1989, вып. 6, с. 170-176

УДК 523.98

Е.С. Мелихова¹, А.К. Павлов², Г.И. Васильев², А.Н. Константинов¹, В.М. Остряков¹

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²Физико-технический институт имени А.Ф.Иоффе РАН

ОГРАНИЧЕНИЯ СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ ПО ДАННЫМ О КОСМОГЕННОМ РАДИОУГЛЕРОДЕ В ЛУННОМ РЕГОЛИТЕ

Введение. В радиоуглеродном ряду были обнаружены события с аномально высоким содержанием ^{14}C и быстрым его нарастанием (порядка года – нескольких лет). В большинстве работ предполагается, что такие события могут быть вызваны супервспышкой на Солнце (или серией мощных вспышек) [1].

Метод исследования. В супервспышках при резком возрастании потока солнечных космических лучей (СКЛ) увеличивается скорость образования радиоуглерода в лунном грунте. С учетом его распада это отражается на глубинном распределении измеряемой активности. В ядрах лунного грунта, доставленного Аполлоном-15, были проведены детальные измерения глубинного профиля активности ^{14}C [2]. Измерения были проведены в разных образцах – в ядрах 15001-6 и 15008. В данной работе мы рассматриваем, согласуются ли эти измерения с моделированием вклада галактических космических лучей (ГКЛ) и СКЛ в глубинный профиль активности ^{14}C .

Вклад ГКЛ был нами рассчитан с помощью GEANT4, при этом учитывались вариации потока ГКЛ в результате солнечной модуляции. Мы использовали зависимость модуляционного потенциала $\phi(t)$, восстановленную за последние 19000 лет по космогенным изотопам на Земле с локальным межзвездным спектром ГКЛ. При этом рассматривались два варианта построения кривой – наиболее статистически близкий к экспериментальным значениям (В1) и кривая, проходящая строго ниже всех экспериментальных точек (В2) (рис. 1).

После вычитания вклада ГКЛ (отдельно были рассмотрены два варианта вычитания – В1 и В2) мы рассчитали вклад усредненного потока СКЛ со спектром частиц E^γ для различных значений γ (рис. 2). Наилучшим образом экспериментальные точки описывает кривая при $\gamma=6$ и среднем потоке 70 протонов/см²с.

(*) Е.С. Мелихова, melihova.es@edu.spbstu.ru

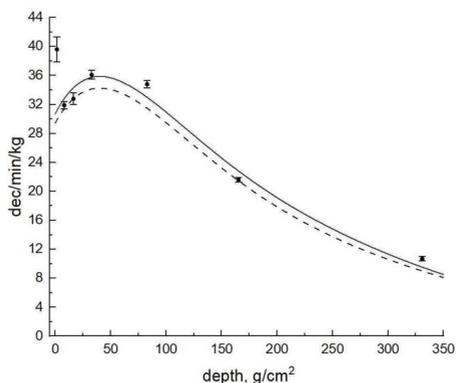


Рис. 1. Глубинный профиль активности ^{14}C в лунном грунте от ГКЛ. Экспериментальные точки - керн 15008. Сплошная кривая - наиболее близкий к экспериментальным значениям вариант (B1), пунктирная кривая - вариант с кривой, проходящей строго ниже экспериментальных точек (B2).

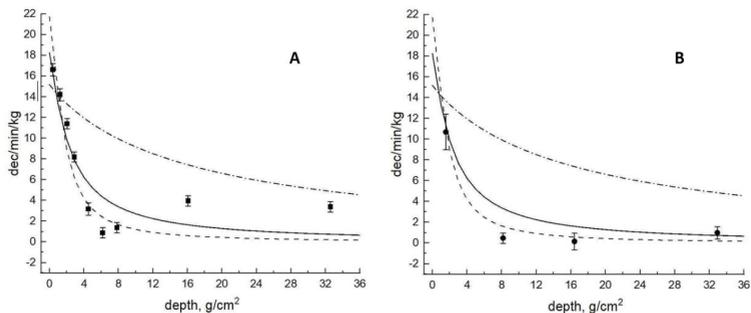


Рис. 2. Активность ^{14}C под действием усредненного потока СКЛ при степенных спектрах с показателем $\gamma=2$ (верхняя кривая), $\gamma=4$ (средняя) и $\gamma=6$ (нижняя).

А: экспериментальные точки - керн 15001-6 после вычитания B2; В: экспериментальные точки - керн 15008 после вычитания B2.

В табл. 1 приведены все обнаруженные к настоящему времени события с аномальным ростом ^{14}C за последние 10000 лет. Для первых 4-х событий измерены также увеличения содержания ^{10}Be и ^{36}Cl в ледяных кернах. Измеренные отношения этих изотопов возможно объяснить только жесткими спектрами СКЛ в суперсобытиях. В модельных расчетах [1,3,4,7] предполагалось, что эти события имели спектры, подобные экспериментально измеренным спектрам вспышек 2005 года или 1956 года, которые являются наиболее жесткими из наблюдавшихся современных вспышек. Для упомянутых событий в Таблице 1 приведены: измеренные величины $\Delta^{14}\text{C}$, вид спектров СКЛ в этих событиях, величина производства радиоуглерода в атмосфере Земли. Для последних четырех событий Таблицы в модельных расчетах не рассматривался вид спектра, поэтому нами сделано предположение, что их спектры подобны спектру вспышки 2005 года.

Табл. 1. Измеренные в $\Delta^{14}\text{C}$ события за последние 10000 лет

дата	$\Delta^{14}\text{C}$, ‰	спектр	Q , ат/см ² с
775 CE [7]	17.6±0.5	20.01.2005	1.9·10 ⁸
993 CE [7]	9.6±0.6	20.01.2005	5.1·10 ⁷
660 BCE [4]	12.5±1.1	20.01.2005	1.6·10 ⁸
7176 BCE [6]	19.5±0.6	23.02.1956	1.5·10 ⁸
1052 CE [1]	5.9±1.1	20.01.2005	6.2·10 ⁷
1279 CE [1]	6.5±1.6	20.01.2005	7.7·10 ⁷
5410 BCE [5]	5.6±0.8	20.01.2005	9·10 ⁷
5259 BCE [3]	19.1±0.6	20.01.2005	1.9·10 ⁸

Были проведены вычисления дополнительного вклада в рост ^{14}C от супервспышек, приведенных в табл. 1, а также возможный вклад подобных событий в период 10000–20000 лет назад, считая частоту вспышек такой же (с учетом распада), как и в предыдущие 10000 лет (рис.3).

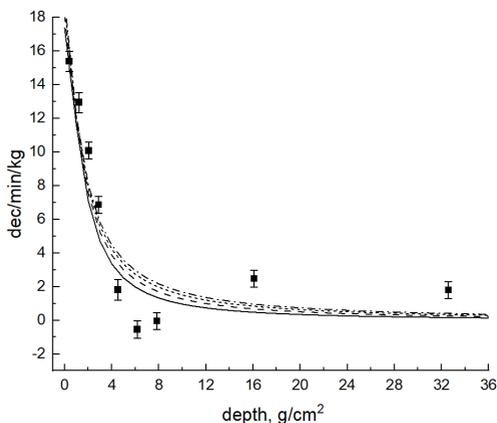


Рис. 3. Нижняя кривая – средний поток СКЛ с $\gamma=6$. Пунктирная кривая - средний поток СКЛ с $\gamma=6$ и вклад от 4-х событий; короткий пунктир – учет всех 8 событий таблицы; штрихпунктирная – с дополнительным вкладом подобных событий за период 10000–20000 лет назад. Экспериментальные точки - керн 15001-6 после вычитания В1.

Выводы. Было получено, что для описания глубинного профиля скорости образования ^{14}C в верхнем слое лунного грунта за последние 20000 лет требуется, чтобы $\gamma \approx 6$. Интерпретация обнаруженных по измерениям ^{14}C на Земле суперсобытий как солнечных супермощных вспышек с «жестким» спектром, вероятно, противоречит измеренному ходу глубинного профиля активности ^{14}C в лунных кернах.

ЛИТЕРАТУРА

- Brehm N. et al. Eleven-year solar cycles over the last millennium revealed by radiocarbon in tree rings //Nature Geoscience. – 2021. – Т. 14. – №. 1. – С. 10-15.
- Jull A. J. T. et al. ^{14}C depth profiles in Apollo 15 and 17 cores and lunar rock 68815 //Geochemica et Cosmochimica Acta. – 1998. – Т. 62. – №. 17. – С. 3025-3036.
- Brehm N. et al. Tree-rings reveal two strong solar proton events in 7176 and 5259 BCE //Nature Communications. – 2022. – Т. 13. – №. 1. – С. 1196.

4. O'hare P. et al. Multiradionuclide evidence for an extreme solar proton event around 2,610 BP (~ 660 BC) //Proceedings of the National Academy of Sciences. – 2019. – Т. 116. – №. 13. – С. 5961-5966.
- 5 Miyake F. et al. A single-year cosmic ray event at 5410 BCE registered in 14C of tree rings //Geophysical Research Letters. – 2021. – Т. 48. – №. 11. – С. e2021GL093419.
6. Paleari C. I. et al. Cosmogenic radionuclides reveal an extreme solar particle storm near a solar minimum 9125 years BP //Nature Communications. – 2022. – Т. 13. – №. 1. – С. 214.
7. Mekhaldi F. et al. Multiradionuclide evidence for the solar origin of the cosmic-ray events of AD 774/5 and 993/4 //Nature communications. – 2015. – Т. 6. – №. 1. – С. 8611.

УДК 533.951

Д.Б. Матросова^{1,2}, Ю.А. Кропотина², А.А. Петрукович³, О.М. Чугунова³, А.М. Быков²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН

³Институт Космических Исследований РАН

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ГОЛОВНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ЗЕМЛИ В ПЕРИОДЫ СЛАБОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Введение. Изучение структуры бесстолкновительных ударных волн (УВ) и формирующих их неустойчивостей важно для понимания структуры УВ в удаленных астрофизических объектах, где недоступны прямые наблюдения, в частности в слабо замагниченной среде в скоплениях галактик. Изучение такого типа УВ возможно с помощью численных моделей, а также при помощи наблюдений головной УВ Земли в периоды слабой замагниченности. Эти периоды достаточно редки, однако существуют наблюдения нескольких десятков таких событий [1-3]. При измерениях спутником в данных условиях создается впечатление пересечения протяженного фронта УВ с быстрыми сильными осцилляциями магнитного поля и плотности плазмы (рис. 1). В работе [4] было показано, что фронт таких УВ компактный, а наблюдаемые осцилляции магнитного поля объясняются ионной вейбелевской неустойчивостью (ИВН).

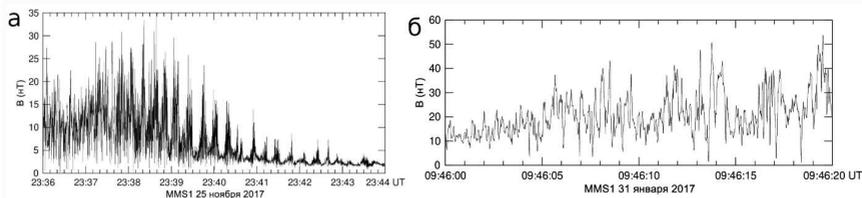


Рис. 1. Наблюдения головной УВ спутником MMS: а) в период слабого межпланетного магнитного поля ~1 нТ, б) с межпланетным магнитным полем ~8,5 нТ

В работе [5] в рамках линейной теории доказывается, что при усилении магнитного поля ИВН плавно переходит в альфвеновскую ионно-циклотронную неустойчивость (АИН). Параметры, при которых ожидается переход, близки к параметрам УВ, приведенной на рис. 1б. В данной работе мы исследуем структуру фронта двух наблюдаемых УВ и показываем, что АИН и ИВН могут раскачиваться одновременно, при этом в случае $B \sim 8,5$ нТ их вклад сопоставим. Также мы обнаружили потенциальную ветвь колебаний с нулевой собственной частотой, по-видимому, создающую колебания плотности и электрического поля.

(*) Д.Б. Матросова, DoraSailor@yandex.ru

Моделирование. В данной работе мы построили гибридные кинетические модели двух УВ с параметрами, соответствующими УВ, показанным на рис. 1: 1) Магнитное поле $B_0 = 0,9$ нТл, отношение теплового давление к магнитному $\beta = 3$, угол наклона начального магнитного поля к нормали к фронту $\theta = 65^\circ$, концентрация электронов $n_e = 9 \text{ см}^{-3}$, температура протонов $T_p = 12800$ К, температура электронов $T_e = 155500$ К, альфвеновское число $Ma_a = 60$ (рис. 1, а), 2) $B_0 = 8,5$ нТл, $\beta = 68$, $\theta = 50^\circ$, $n_e = 8 \text{ см}^{-3}$, $T_p = 552000$ К, $T_e = 190000$ К, $Ma_a = 10$ (рис. 1, б).

Модели строились с помощью гибридного кода «Maximus» [6], самосогласованно рассчитывающего динамику заряженных частиц в электромагнитных полях. При этом ионы описываются кинетически, а электроны — как безмассовая нейтрализующая жидкость.

Результаты. Обе УВ сверхкритические, т. е. их фронт формируется при отражении магнитным полем части налетающего потока и развитии плазменных неустойчивостей в подножии УВ. Моделирование показало, что фронт состоит из коротковолновых нитевидных структур, расположенных поперечно к среднему магнитному полю (то есть с волновым вектором \mathbf{k} , направленным вдоль \mathbf{B}_0). Найти вещественную частоту, инкремент и длину волны растущих мод можно в рамках линейной теории, решая дисперсионное уравнение для параметров налетающего и отраженного пучка, взятых из модели [4-5].

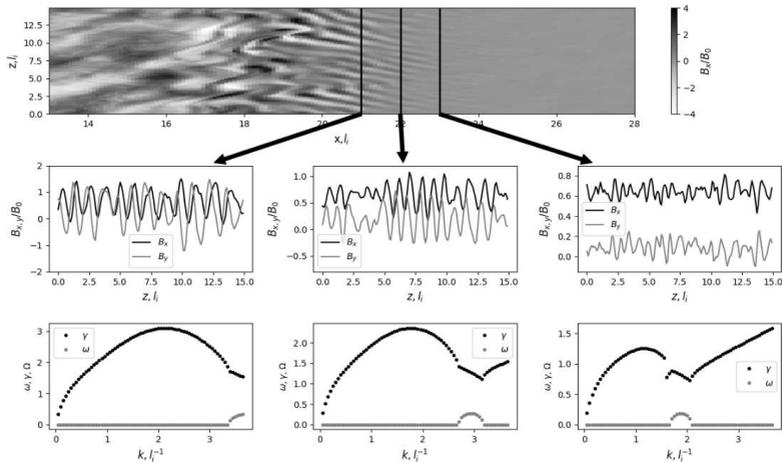


Рис. 2. Смоделированная УВ с $\beta = 3$. Вверху: карта магнитного поля B_x ; посередине: профили B_x и B_z вдоль оси z при трех значениях x ; внизу: дисперсионные кривые в соответствующих областях.

Магнитное поле нормировано на его значение далеко перед фронтом, длины нормированы на инерционную длину протона, а частоты и инкременты — на ларморовскую частоту протона

На дисперсионных кривых, показанных на нижних панелях рис. 2 и 3, мы идентифицировали 3 различные ветви неустойчивостей по их характерным признакам, обнаруженным при анализе скоростей волн, компонент тензора диэлектрической проницаемости, а также пространственных конфигураций плотности и полей. Первый максимум на нижних панелях рис. 2 и 3 соответствует вейбелевской ветви. В обоих рассмотренных случаях этот тип колебаний доминирует, но особенно четко это видно в случае высокого β . Возникающие волны имеют нулевую фазовую скорость (в системе покоя плазмы) и поляризацию, близкую к линейной (на средних панелях рис. 3 видно, что в основном колеблется B_x). Небольшой участок с ненулевой вещественной частотой мы

идентифицировали как АИН. Возникающие колебания имеют циркулярную поляризацию, и в случае, изображенном на рис. 2, оказываются сопоставимы с ИВН по амплитуде. На средних панелях рис. 2 видно, что поляризация волн близка к циркулярной (амплитуды V_x и V_y сравнимы, и сдвиг фазы составляет примерно $\pi/4$). Также мы обнаружили потенциальную ветвь колебаний с нулевой вещественной частотой и инкрементом, пропорциональным волновому числу. Это решение соответствует обнулению zz -компоненты тензора диэлектрической проницаемости. Благодаря этой неустойчивости, возникают наблюдаемые колебания электрического поля и плотности.

Несмотря на схожий вид дисперсионных кривых, структура фронта в двух описанных случаях отличается, т. к. для $\beta = 68$ разность инкрементов ИВН и АИН больше, чем для $\beta = 3$. Поэтому для $\beta = 68$ ИВН доминирует, а для $\beta = 3$ важны оба типа неустойчивостей.

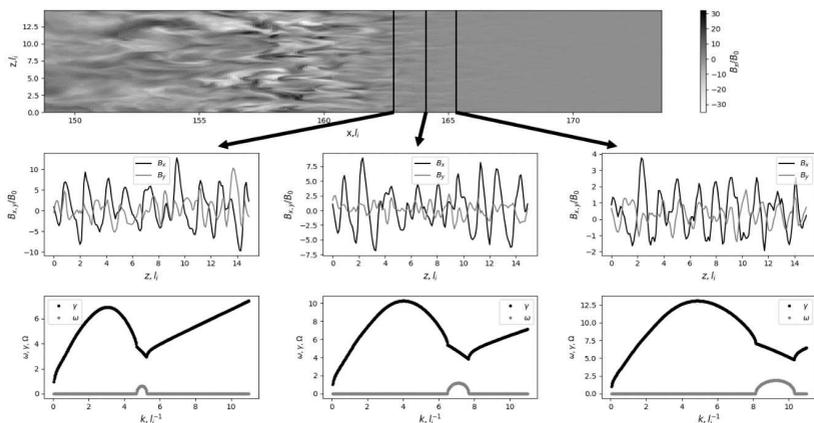


Рис. 3. То же, что рис. 2, но для УВ с $\beta = 68$

Выводы. Мы показали, что в формировании ударных волн в слабо замагниченной плазме важную роль играет ИВН, развивающаяся при взаимодействии отраженного на фронте потока ионов с налетающим потоком плазмы. При этом колебания плотности и электрического поля порождают потенциальную ветвь, также раскачивающейся вследствие анизотропного распределения ионов. С ростом магнитного поля перед фронтом инкремент ИВН падает, при этом растет относительный вклад резонансных АИН. Благодаря сильным коротковолновым осцилляциям поля вблизи фронта УВ в слабо замагниченной среде создаются благоприятные условия для магнитного пересоединения [7].

Моделирование осуществлялось с использованием ресурсов Межведомственного суперкомпьютерного центра РАН и суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (scc.spbstu.ru).

ЛИТЕРАТУРА

1. Petrukovich A.A., Chugunova O.M., Shustov P.I. Low-frequency magnetic variations at the high- β Earth bow shock // AnGeo. – 2019 – Vol. 37 – I. 5 – P. 877-889.
2. Petrukovich A.A., Chugunova O.M. Detailed Structure of Very High- β Earth Bow Shock // JGR. – 2021 – Vol. 126 I. 8.
3. Sundberg T., Burgess D., Scholer M., et al., The Dynamics of Very High Alfvén Mach Number Shocks in Space Plasmas // ApJ. - 2017 – Vol. 836 L4.
4. Kropotina J.A., Petrukovich A.A., Chugunova O.M., et al.

Weibel-dominated quasi-perpendicular shock: hybrid simulations and in-situ observations // MNRAS. – 2023 – Vol. 524. – P. 2934 – 2944

5. Nishigai T., Amano T. Mach number dependence of ion-scale kinetic instability at collisionless perpendicular shock: Condition for Weibel-dominated shock // Physics of Plasmas. – 2021 – Vol. 28 – I. 7

6. Kropotina J., Bykov A., Krassilchikov A., et al. Maximus: AHybrid Particle-in-Cell Code for Microscopic Modeling of Collisionless Plasmas // Communications in Computer and Information Science. – 2019 – №965. – P. 242–253.

7. Bohdan A., Pohl M., Niemiec J., et al. Kinetic Simulations of Nonrelativistic Perpendicular Shocks of Young Supernova Remnants. III. Magnetic Reconnection // ApJ, – 2020 – Vol. 893. – I. 1. 6.

УДК 533.9

В.Д. Петренко¹, В.В. Солоха^{1,2}

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН

ВЛИЯНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ ПРИМЕСНЫХ АТОМОВ НА СТАБИЛИЗАЦИЮ ПИЛИНГ-БАЛЛОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ НА ТОКАМАКЕ ГЛОБУС-М2

Введение. Краевые неустойчивости [1] — вид магнитогидродинамических неустойчивостей, описываемых с помощью пилинг-баллонной (ПБ) модели. Пилинг моды дестабилизируются плотностью тока, протекающего в краевой области плазмы. Баллонные моды дестабилизируются со стороны слабого магнитного поля градиентом давления. ПБ модель связывает дестабилизацию мод с увеличением градиента давления и плотности тока в пьедестале. На токамаке Глобус-М2 [2] наблюдаются синхронизованные и десинхронизованные с пилообразными колебаниями срывы краевых неустойчивостей [3].

На установке HL-2A [4] было продемонстрировано стабилизирующее влияние введенных в плазму примесных атомов на развитие краевых неустойчивостей [5]. Наблюдалось уменьшение энергии, выделяемой при срыве неустойчивостей, вследствие увеличения частоты повторения срывов, при введении атомов железа и алюминия, а также полное подавление при введении частиц железа, алюминия и вольфрама.

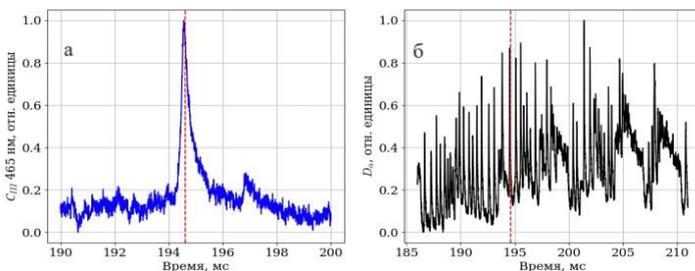


Рис. 1. Данные с диагностик излучения C_{III} (а) и D_{α} (б). По оси x — время разряда, по оси y — нормированный сигнал, полученный с диагностики, в относительных единицах. Красной пунктирной линией отмечен момент попадания примесных атомов.

В разряде № 41105 на токамаке Глобус-М2 наблюдалось, что при увеличении эффективного заряда срывы краевых неустойчивостей, десинхронизованных с

^(*) В.Д. Петренко, petrenko.vd@edu.spbstu.ru

пилообразными колебаниями, переходят в срывы синхронизированных неустойчивостей (рис.1.), т.е. происходит стабилизация ПБ моды в области краевой плазмы.

Профили плотности и температуры электронов, измеренные [6] в краевой области, совпадают для фаз разряда с десинхронизированными неустойчивостями и с синхронизированными неустойчивостями (рис. 2).

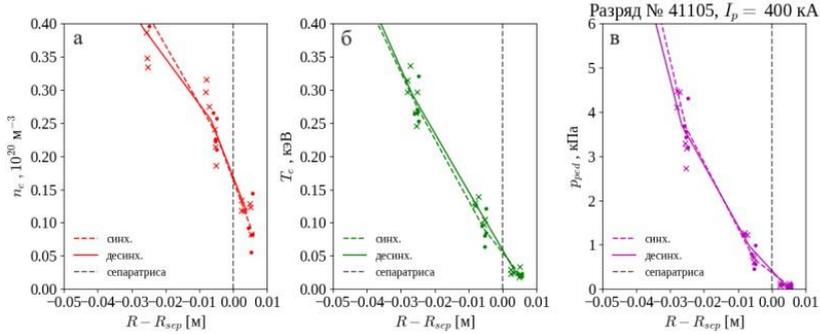


Рис. 2. Профили плотности (а) и температуры (б) электронов, полного давления в аппроксимированном пьедестале (в). По оси x — расстояние до сепаратрисы в радиальном направлении, по оси y — (а) плотность и (б) температура электронов, (в) полное давление в аппроксимированном пьедестале. Черной пунктирной линией отмечено положение сепаратрисы, сплошными линиями (точки, выделенные кружками) отмечена фаза разряда с десинхронизированными неустойчивостями, а пунктирными линиями (точки, выделенные крестиками) — фаза разряда с синхронизированными неустойчивостями.

Целью исследования является проверка гипотезы о том, что увеличение плотности bootstrap-тока при повышении эффективного заряда (Z_{eff}) приводит к стабилизации пилинг-баллонной моды.

Расчет инкремента пилинг-баллонной неустойчивости

Для расчета инкремента неустойчивости (γ_{no}) был использован код BOU++ [7]. Данный код решает систему магнитогидродинамических уравнений в одножидкостном приближении. Плотность bootstrap-тока (j_{bs}) была вычислена с помощью аналитических формул [8,9].

Был рассмотрен случай пристеночной квазинейтральной плазмы с предположениями $n_e = n_i$, $T_e = T_i$, $p_e = p_i$, где T_i , n_i , p_i — температура, плотность и давление ионов.

Расчет был выполнен для случаев с низкой ($j_{bs} \approx 20 \text{ кА/м}^2$), средней ($j_{bs} \approx 25 \text{ кА/м}^2$) и высокой ($j_{bs} \approx 30 \text{ кА/м}^2$) плотностями bootstrap-тока, которые соответствуют значениям эффективного $Z_{eff1} = 1.1$, $Z_{eff2} = 2.3$, $Z_{eff3} = 3.5$ соответственно, для разряда со следующими параметрами: значение омической плотности тока $j_{ohm} = 5 \text{ кА/м}^2$, $p_{ped} \in [0.5, 6] \text{ кПа}$ — значение общего давления в аппроксимированном пьедестале сферического токамака, $f_t = 0.75$, $\Delta_{ped} \in [0.02, 0.11]$ — доля запертых частиц и ширина аппроксимированного пьедестала в нормированных потоковых координатах (ψ). Была использована сетка 32×32 , покрывающая область ψ от 0.84 до 0.98. Для определения инкремента неустойчивости использовался метод аппроксимации линейной функцией зависимости среднеквадратичного отклонения давления от времени в логарифмическом масштабе в экваториальной плоскости со стороны слабого магнитного поля.

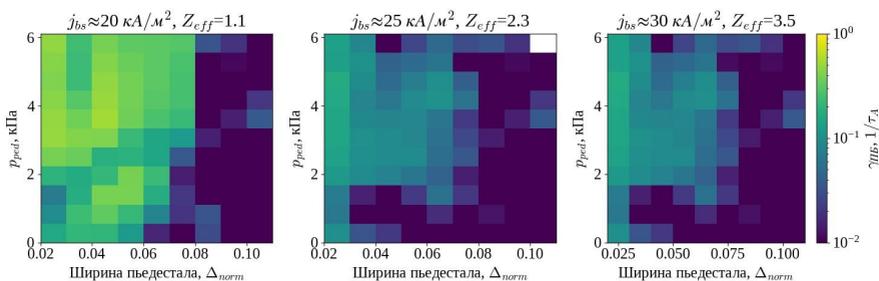


Рис. 3. Диаграммы устойчивости для случаев низкого, среднего и высокого эффективного зарядов. По оси x — ширина пьедестала в нормированных потоковых координатах, по оси y — полное давление в аппроксимированном пьедестале, по оси z — инкремент ПБ неустойчивости ($\gamma_{нб}$) в логарифмическом масштабе.

Заключение

При увеличении эффективного заряда наблюдается снижение инкремента $\gamma_{нб}$ в области полного давления от $p_{ped} = 0.5$ кПа до $p_{ped} = 6$ кПа и ширин аппроксимированного пьедестала от $\Delta_{ped} = 0.02$ до $\Delta_{ped} = 0.08$ в нормированных потоковых координатах. При низком эффективном заряде ($Z_{eff} = 1.1$) наблюдается дестабилизация ПБ неустойчивости, инкремент равен $\gamma_{нб} \approx 0.15$ $1/\tau_A$, где τ_A - альфвеновское время. Для случая со средним ($Z_{eff} = 2.3$) и высоким ($Z_{eff} = 3.5$) эффективными зарядами инкремент снижается более чем в 2 раза относительно случая с $Z_{eff} = 1.1$, что свидетельствует о стабилизации пилинг-баллонной моды.

Измерения интенсивности линейчатого излучения, профилей температуры и концентрации электронов, представленные в разделе 1 поддержаны в рамках государственного задания № FFUG-2024-0028. Работа, описанная в разделах 2 и 3, выполнена при финансовой поддержке РФФ, проект №23-72-00024.

ЛИТЕРАТУРА

1. Zohm H. Magnetohydrodynamic stability of tokamaks. – John Wiley & Sons, 2015.
2. Minaev V. B. et al. Spherical tokamak Globus-M2: design, integration, construction //Nuclear Fusion. – 2017. – Т. 57. – №. 6. – С. 066047.
3. Solokha V. V. et al. Classification of Edge Instabilities at Globus-M2 Tokamak //Plasma Physics Reports. – 2023. – Т. 49. – №. 4. – С. 419-427.
4. Duan X. R. et al. Progress of HL-2A experiments and HL-2M program //Nuclear Fusion. – 2022. – Т. 62. – №. 4. – С. 042020.
5. Zhang Y. P. et al. Control of edge localized modes by pedestal deposited impurity in the HL-2A tokamak //Nuclear Fusion. – 2018. – Т. 58. – №. 4. – С. 046018.
6. Курский Г. С. и др. Режим с горячими ионами в сферическом токамаке Глобус-М2 //Физика плазмы. – 2023. – Т. 49. – №. 4. – С. 305-321.
7. Dudson B. D. et al. BOUT++: A framework for parallel plasma fluid simulations //Computer Physics Communications. – 2009. – Т. 180. – №. 9. – С. 1467-1480.
8. Sauter O., Angioni C., Lin-Liu Y. R. Neoclassical conductivity and bootstrap current formulas for general axisymmetric equilibria and arbitrary collisionality regime //Physics of Plasmas. – 1999. – Т. 6. – №. 7. – С. 2834-2839.
9. Redl A. et al. A new set of analytical formulae for the computation of the bootstrap current and the neoclassical conductivity in tokamaks //Physics of Plasmas. – 2021. – Т. 28. – №. 2.

ВЛИЯНИЕ БЕЗЫСКРОВОЙ ЛАЗЕРНОЙ ИНИЦИАЦИИ
НА НАДЕЖНОСТЬ И ПОРОГ ЗАЖИГАНИЯ СВЧ РАЗРЯДА

Введение. Актуальна разработка плазменных методов энерговложения в среду для задач сверхзвуковой аэродинамики. Один из способов осуществления этого – использование СВЧ-разряда [1–3]. Плотностная неоднородность, вызванная, например, СВЧ-разрядом, попадает в ударную волну перед телом, вызывает неустойчивость Рихтмайера-Мешкова [1,3–6] и изменение нагрузок на теле. Требуется обеспечить точность попадания возмущения в нужное место в ударной волне [7] для получения желаемого воздействия (изменение силы сопротивления, тепловых потоков, создание моментов).

При использовании СВЧ разряда для аэродинамических приложений возникает ряд проблем, которые необходимо решить. Первая проблема – зависимость образования СВЧ-разряда от случайных затравочных электронов. Их средняя частота образования на уровне земли (1 Бар) – 1 электрон каждые 10 мс в 1 см^3 , а время их гибели всего 50 нс [8]. Электроны могут появляться случайно и не одновременно с возникновением СВЧ излучения. Это приводит к тому, что часть СВЧ энергии затрачивается без образования плазмы, энерговложения. Вторая проблема: многофокальность СВЧ-антенн [9,10], разряд может случайно образоваться в дополнительных фокусах, что отбирает часть СВЧ энергии от основного разряда. Две такие проблемы приводят к снижению надежности и эффективности применения СВЧ-энергии для создания плотностной неоднородности. В данной работе под надежностью понимается высокая повторяемость параметров плазмы (время образования, размеры, положение в пространстве, отсутствие пропусков зажигания).

Лазерные технологии позволяют устранить вышеописанные отрицательные качества СВЧ-разряда как инструмента управления потоком перед телом [11–13]. Лазерные лучи с применением длиннофокусных линз определяют области образования плазмы, позволяют добиваться смещения плазмы от кратчайшей траектории [12], ускоряют образование плазмы. Возможно снижение порога зажигания СВЧ плазмы безыскровым лазерным излучением.

В данной работе экспериментально исследуется надежность и порог зажигания СВЧ-разряда с лазерной инициацией без искр в диапазоне давлений p_g . 40-100 Торр при амплитуде напряженности СВЧ поля 2,2 кВ/см, интервалах времени между импульсами лазера и СВЧ [- 100; +0,5] мкс, энергиях лазерного импульса P_{las} -до 200 мДж. Интервал времени между импульсами равен 0 мкс – это одновременность окончания переднего фронта СВЧ-излучения и пика лазерного излучения. Называем синхронизированной подачей импульсов если лазерный импульс подается на 0,5 мкс позже (+0,5 мкс). Это сделано в связи с особенностями импульсов излучения выбранного магнетрона и фактически не оказывает существенного, кроме как на оставшуюся длительность импульса СВЧ после лазерной инициации. Лазерное излучение оставляет после себя ионизированную протяженную область («след»).

Эксперимент и методы обработки. Использовалась камера Эйфеля с вакуумным насосом для откачки воздуха до требуемого давления. Снаружи камеры установлен лазер Evergreen 200 (532 нм). Через отверстие в камере луч лазера попадает внутрь, поворачивается призмами. Размещена СВЧ-антенна, СВЧ-излучение импульсное (длительность 2,5 мкс), создается установкой с магнетроном МИ-505 (частота излучения 9,6

(*) М.Е. Ренев, renevme@mail.ru

ГГц). Оптическая схема и вид установки приведены на рис. 1. Система координат: центр – положение фокуса лазера, ось Ox горизонтальная, вдоль хода луча, а ось Oy вертикальная, поперек луча.

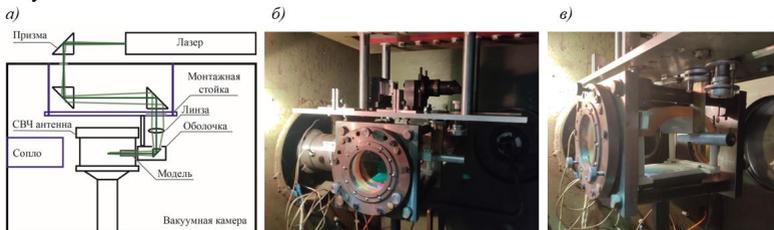


Рис. 1. а) Оптическая схема установки, б) вид установки сбоку, в) вид установки под углом

СВЧ-разряд без лазерной инициации загорался при давлениях до 50 Торр и в 70 % случаев возникал вместе с дополнительными разрядами. Применение безыскровой лазерной инициации (далее «инициация») привело к исчезновению дополнительных разрядов. Синхронизированная инициация СВЧ-разряда позволила зажечь разряд как подкритический (рис. 2 а,б) при давлении до 80 Торр (+60 %). Преждевременная инициация также подняла порог зажигания, но вероятность образования разряда p низкая (около [0; 50] %). Такая вероятность снижается с ростом давления и слабо увеличивается вместе с энергией лазерного импульса. Длина L и ширина H СВЧ разряда определены из серии фотографий по расстояниям между крайними точками с уровнем яркости равным 50 % от максимального. Эти параметры в случае без лазерного излучения при 50 Торр колеблются в диапазоне [15; 20] и [2; 2,7] мм. Лазер при этом давлении уменьшает разброс до [17; 18] и [2,3; 2,4] мм. Рис. 3: с ростом давления линейные размеры плазмы убывают линейно. Синхронизированная инициация уменьшила разброс положений плазмы по оси Oy на 37 %: при 50 Торр без инициации разброс [-0,5; 0,3] мм, с инициацией – [-0,4; 0,1] мм, по оси Ox уменьшение разброса не обнаружено ([-1, 1] мм в обоих случаях). **Время зажигания** плазмы t_{del} – момент получения в эксперименте усиленного отраженного сигнала СВЧ в волноводе. Его появление обусловлено возникновением плазмы. Отсчет времени идет от пика лазерного импульса или от окончания переднего фронта (ПФ) СВЧ-излучения (выбирается наибольшее значение). Время зажигания СВЧ плазмы при давлении 50 Торр (надкритический разряд) сводилось с 750 ± 250 до десятков наносекунд при синхронной инициации (лазерный импульс после ПФ). Наблюдался квадратичный рост времени задержки зажигания (рис. 3в) от давления (подкритический разряд), вероятно связанный с увеличением времени прогрева лазерного следа в СВЧ поле. При 80 Торр время задержки зажигания достигало значений длительности СВЧ импульса. Увеличение энергии импульса лазера не изменяло заметно время появления плазмы, а преждевременность инициации (лазерный импульс до ПФ) увеличивала разброс времени появления.

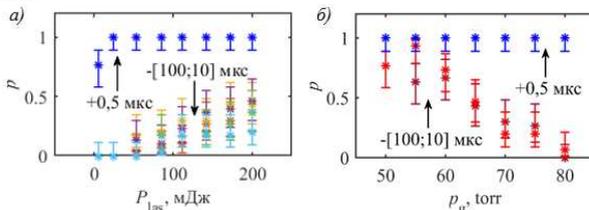


Рис. 2. Вероятность образования СВЧ-разряда с разными интервалами между импульсами: а) различные энергии лазерных импульсов (65 Торр), б) различные давления (200 мДж)

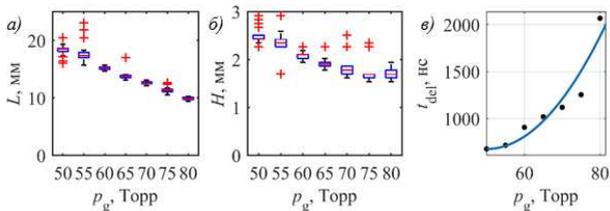


Рис. 3. а) Длина, б) Ширина СВЧ плазмы с лазерной инициацией (импульс лазера 200 мДж подается позднее на 500 нс после СВЧ-излучения), в) Время задержки зажигания СВЧ плазмы при лазерной инициации

Заключение. Применение синхронизированной лазерной безыскровой инициации позволяет поднимать порог зажигания СВЧ-разряда, улучшать его надежность. При давлениях выше пороговых (без инициации) получаемый СВЧ-разряд является подкритическим. Его время задержки образования увеличивается, а размеры уменьшаются с ростом давления среды. Время зажигания плазмы квадратично зависит от давления, при максимальном давлении зажигания разряда это время соответствовало длительности импульса. Преждевременная подача импульсов лазера до СВЧ-излучения в подкритическом режиме резко уменьшает вероятность получения разряда, увеличивает разброс параметров плазмы в разы, плазма может сильно смещаться от заданного места.

Численное исследование динамики плазмы в покоящемся газе поддержано грантом № 22-1-1-17-4 Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС»

ЛИТЕРАТУРА

1. Kolesnichenko Y.F., Azarova O.A., Brovkin V.G., Khmara D.V., Lashkov V.A., Mashek I. Ch., Ryvkin M.I. Basics in Beamed MW Energy Deposition for Flow/Flight Control / 42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. AIAA, 5-8 January, 2004.
2. Fomin V.M., Tretyakov P.K., Taran J.-P. Flow control using various plasma and aerodynamic approaches (Short review) // Aerospace Science and Technology. – 2004. – Vol. 8 (5). – P. 411–421.
3. Starikovskiy A.Y., Aleksandrov N.L. Gasdynamic Flow Control by Ultrafast Local Heating in a Strongly Nonequilibrium Pulsed Plasma // Plasma Physics Reports. – 2021. – Vol. 47 (2). – P. 148–209.
4. Azarova O.A., Knight D.D. Drag Force Control for Combined Cylinder AD Bodies under the Action of Microwave and Laser Energy Deposition / 6th EUCASS. 2015.
5. Azarova O., Knight D., Kolesnichenko Y. Instabilities and Vortex Characteristics During Interaction of Microwave Filaments with Body in Supersonic Flow / 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. – Orlando, Florida, 2010.
6. Dobrov Y.V., Renev M.E., Lashkov V.A., Mashek I.Ch., Khoronzhuk R.S. Heat flux on streamlined body surface after local energy input // J. Phys.: Conf. Ser. – 2021. – Vol. 1959 (1). – P. 012016.
7. Knight D., Azarova O., Kolesnichenko Y. Drag force control via asymmetrical microwave filament location in a supersonic flow // ESA journal. – 2008. – Vol. 50 (100). – P. 150.
8. Usoskin I.G., Desorgher L., Velinov P., Storini M., Fluckiger E.O., Butikofer R., Kovaltsov G.A. Ionization of the earth's atmosphere by solar and galactic cosmic rays // Acta Geophys. – 2009. – Vol. 57 (1). – P. 88–101.
9. Saifutdinov A.I., Kustova E.V. Dynamics of plasma formation and gas heating in a focused-microwave discharge in nitrogen // Journal of Applied Physics. – 2021. – Vol. 129 (2). – P. 023301.
10. Воскресенский Д.И., Гостюхин В.Л., Максимов В.М., Пономарев Л.И. Устройства СВЧ и антенны. Изд. 2-е – М: Радиотехника, 2006. – 376 с.
11. Khoronzhuk R.S., Karpenko A.G., Mashek I.Ch., Lashkov V.A., Potapenko D.P. Microwave discharge initiated by double laser spark in a supersonic airflow // J. Plasma Phys. – 2015. – Vol. 81 (3). P. 905810307.
12. Kolesnichenko Y., Brovkin V.G., Khmara D.V., Mashek I.Ch., Lashkov V.A., Rivkin. Regimes of

УДК 539.186

А.А. Рыбась¹, Я.В. Воронов², А.К. Беляев²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕУПРУГИХ ПРОЦЕССОВ В НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СТОЛКНОВЕНИЯХ СВИНЦА С ВОДОРОДОМ

Для моделирования спектров звезд в условии отклонения от локального термодинамического равновесия (non-LTE) с каждым днем требуются все больше данных о неупругих процессах, происходящих при низкоэнергетических атомных столкновениях с водородом. Как указано в работе [1], на сегодняшний день нет квантовых данных о неупругих процессах, происходящих при низкоэнергетических столкновениях атомов и катионов свинца с атомами и ионами водорода, поэтому астрофизики применяют полуклассическую формулу Дровина [2-4], которая физически некорректна и приводит к величинам констант скорости, значительно отличающихся от величин констант скорости, полученных посредством квантовых расчетов [5]. Квантовые расчеты констант скоростей позволят улучшить точность расчетных спектральных линий Pb I в звездных атмосферах при моделировании в условиях отклонения от локального термодинамического равновесия, что позволит получать более точные данные о содержании свинца в звездах с низким содержанием металлов. Таким образом, точные данные о неупругих процессах, происходящих при столкновениях свинца с водородом позволяют определить механизмы формирования свинца в ранней Галактике.

Целью данного исследования является теоретическое исследование неупругих процессов при столкновениях атомов и катионов свинца с атомами и ионами водорода в диапазоне энергии столкновения от 0.001 эВ до 100 эВ, а также построение энергетических зависимостей сечений неупругих процессов и температурных зависимостей констант скоростей соответствующих неупругих процессов в диапазоне температур от 1 000 К до 10 000 К.

Данное исследование проведено в рамках стандартного адиабатического подхода Борна-Оппенгеймера [6], который разделяет задачу об атомных столкновениях на два этапа: электронная задача и ядерная динамика. Электронная задача для квазимолекулы PbH была рассчитана в работе [7] точным квантово-химическим методом из первых принципов MRCI+Q. Адиабатические молекулярные потенциальные энергии квазимолекулы PbH получены с учетом тонкой структуры, для потенциалов определены статистические веса и параметры областей неадиабатичности. В данном исследовании ядерная динамика посчитана методом ветвящихся токов вероятности, суть которого детально описана в работах [8,9]. Для нахождения вероятности неадиабатического перехода при однократном прохождении области неадиабатичности используется модель Ландау-Зинера [10-12]:

$$p_{j \rightarrow k} = \exp\left\{-\frac{\xi_{LZ}}{v}\right\}, \#(1)$$

где v – это скорость радиального движения ядер в центре области неадиабатичности, ξ_{LZ} – параметр Ландау-Зинера (в адиабатическом представлении [13]):

(*) А.А. Рыбась, rybassinc@yandex.ru

$$\xi_{LZ} = \frac{\pi}{2\hbar} \sqrt{\frac{Z^3(R_c)}{Z''(R_c)}}$$

где $Z(R_c)$ – энергетическое расщепление в центре области неадиабатичности R_c .

Зависимости сечений неупругих процессов от энергии столкновения и температурные зависимости констант скорости даются формулами (2) и (3) соответственно

$$\sigma_{j \rightarrow k}(E_{col}) = \frac{\pi \hbar^2 p_j^{stat}}{2\mu E_{col}} \sum_{J=0}^{+\infty} P_{j \rightarrow k}(J, E_{col})(2J + 1), \#(2)$$

где p_j^{stat} – статистический вес j -го состояния, μ – приведенная масса, $P_{j \rightarrow k}(J, E_{col})$ – полная вероятность неадиабатического перехода, определяемая методом ветвящихся токов вероятности, J – квантовое число полного углового момента.

$$K_{j \rightarrow k}(T) = \sqrt{\frac{8}{\pi \mu (k_B T)^3}} \int_0^{\infty} \sigma_{j \rightarrow k}(E_{col}) E_{col} \exp\left\{-\frac{E_{col}}{k_B T}\right\} dE, \#(3)$$

k_B – константа Больцмана.

На рис. 1 показаны сечения, соответствующие процессам взаимной нейтрализации, на легенде символами (a) и (b) обозначены расщепленные состояния с различным моментом J . Из рис. 1 видно, что максимальные значения сечений соответствуют процессам нейтрализации $Pb^+ + H^- \rightarrow Pb(^1S_0) + H(^2S_{1/2})$ и $Pb(^1D_2)(a) + H(^2S_{1/2})$. В табл. 1 приведены константы скоростей процессов взаимной нейтрализации для различных температур, максимальные константы скоростей соответствуют вышеперечисленным каналам реакции. Все рассчитанные константы скоростей имеют величины, превышающие $10^{11} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$.

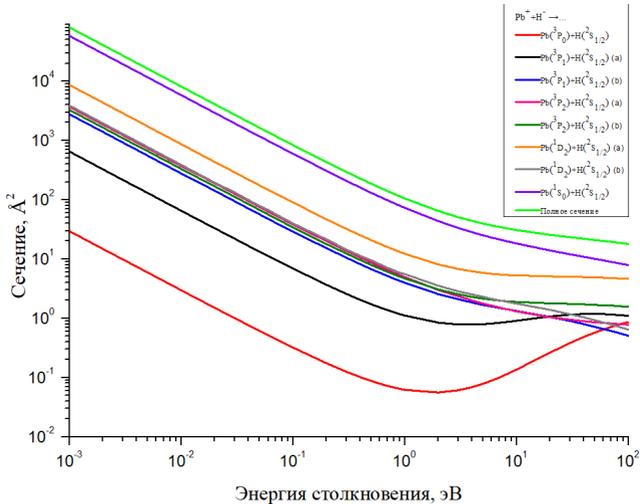


Рис. 1. Сечения процессов взаимной нейтрализации $Pb^+ + H^- \rightarrow Pb^0 + H^0$ в зависимости от энергии столкновения

Табл. 1. Константы скоростей (в $\text{см}^3\text{с}^{-1}$) процессов взаимной нейтрализации для различных температур (в квадратных скобках указан порядок)

Нейтрализация $\text{Pb}^+ + \text{H}^- \rightarrow \text{Pb}^* + \text{H}$								
Температура, К	$\text{Pb}(^3\text{P}_0)$	$\text{Pb}(^3\text{P}_1)$ (a)	$\text{Pb}(^3\text{P}_1)$ (b)	$\text{Pb}(^3\text{P}_2)$ (a)	$\text{Pb}(^3\text{P}_2)$ (b)	$\text{Pb}(^1\text{D}_2)$ (a)	$\text{Pb}(^1\text{D}_2)$ (b)	$\text{Pb}(^1\text{S}_0)$
2 000	1.68[-11]	3.30[-10]	1.29[-9]	1.66[-9]	1.52[-9]	3.97[-9]	1.79[-9]	2.50[-8]
4 000	1.48[-11]	2.72[-10]	1.01[-9]	1.27[-9]	1.19[-9]	3.11[-9]	1.40[-9]	1.90[-8]
6 000	1.45[-11]	2.52[-10]	8.92[-10]	1.11[-9]	1.06[-9]	2.77[-9]	1.24[-9]	1.65[-8]
8 000	1.45[-11]	2.39[-10]	8.14[-10]	1.00[-9]	9.66[-9]	2.54[-9]	1.13[-9]	1.48[-8]
10 000	1.48[-11]	2.32[-10]	7.58[-10]	9.22[-9]	9.03[-9]	2.38[-9]	1.05[-9]	1.35[-8]

ЛИТЕРАТУРА

- Mashonkina L., Ryabtsev A., Frebel A. Non-LTE effects on the lead and thorium abundance determinations for cool stars // *Astronomy and Astrophysics*. – 2012. – A98. – P.1-12.
- Drawin H.W. On the analytical expression of the ionization cross section for atom-atom collisions and on the ion-electron recombination in dense neutral gases // *Zeitschrift für Physik*. – 1968. – Vol. 211. – P.404-417.
- Drawin H. W. Influence of atom-atom collisions on the collisional-radiative ionization and recombination coefficients of hydrogen plasma // *Zeitschrift für Physik*. – 1969. – Vol. 225. – P.483-493.
- Steenbock W., Holweger H. Statistical equilibrium of lithium in cool stars of different metallicity // *Astronomy and Astrophysics*. – 1984. – Vol. 130. – P.319-1323.
- Barklem P.S. Accurate abundance analysis of late-type stars: advances in atomic physics // *The Astronomy and Astrophysics Review*. – 2016. – Vol. 24, no 1. – P.1-54.
- Born M., Oppenheimer R. Zur Quantentheorie der Molekeln // *Annalen der Physik*. – 1927. – Vol. 389, no 20. – P.457-484.
- Shutao Zhao, Rui Li, Hua Zhang, Huiquan Li. MRCI+Q calculations on spectroscopic properties of excited states of PbH including spin-orbit coupling // *Chemical Physics Letters*. – 2017. – Vol. 671. – P. 92-99.
- Belyaev A. K. Model approach for low-energy inelastic atomic collisions and application to $\text{Al} + \text{H}$ and $\text{Al}^+ + \text{H}^-$ // *PhysRev. A*. – 2013. – Vol. 88, no 5. – P. 052704.
- Belyaev A. K., Voronov Ya. V., Yakovleva S. A., Mitrushchenkov S. A. et al. Atomic Data on Inelastic Processes in Calcium-Hydrogen Collisions // *The Astrophysical Journal*. – 2017. – Vol. 851.
- Landau L. D. Zur Theorie der Energieübertragung bei Stößen // *Physikalische Zeitschrift der Sowjetunion*. – 1932. – Vol. 1, no 1. – P.88-98.
- Landau L. D. Zur Theorie der Energieübertragung bei Stößen // *Physikalische Zeitschrift der Sowjetunion*. – 1932. – Vol. 1, no 2. – P.46-51.
- Zener C. Non-adiabatic crossing of energy levels // *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*. – 1932. – Vol. 137, no 833. P. 696-702.
- Belyaev A. K., Lebedev O. V. Nonadiabatic nuclear dynamics of atomic collisions based on branching classical trajectories // *PhysRev. A*. – Vol. 84, no 1. – P. 052704.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ КВАЗАРА БЕЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КАРТ РАДИОЯРКОСТИ

Введение. Многие из источников, входящих в Международную небесную систему отсчета (ICRF) имеют пространственно-протяженную структуру [1], поэтому структурная задержка является одним из факторов, влияющих на точность координат в каталогах. На практике моделирование структурной задержки сталкивается со многими проблемами, такими как временная и частотная изменчивость структуры источника [2]. Поэтому, несмотря на то, что формулы, моделирующие структурную задержку, были выведены более 30-ти лет назад [3], при обработке результатов наблюдений, полученных при помощи радиоинтерферометрии со сверхдлинными базами (РСДБ), они не используются, и структурная задержка продолжает вносить искажения в параметры, определяемые при помощи РСДБ, поэтому учет структурной задержки остается актуальной проблемой. В рамках изучения этой проблемы была разработана методика построения многокомпонентной модели источника с использованием остаточных невязок, полученных после уравнивания геодезических РСДБ-наблюдений. Работа методики была продемонстрирована на примере квазара 0014+813.

Постановка задачи. В качестве исходных данных использовались остаточные невязки, полученные после уравнивания геодезических РСДБ-наблюдений, за 2018 и 2019 годы для базы Зеленчукская-Бадары. Наблюдения проводились в интервале частот 2.1639–2.6759 ГГц для S-диапазона и 8.0796–8.5916 ГГц для X-диапазона. Остаточные невязки для квазара 0014+813 приведены на рис. 1.

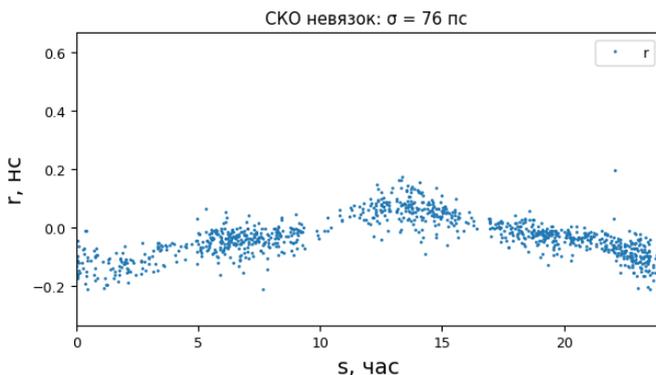


Рис. 1. Зависимость остаточных невязок, полученных для источника 0014+813 (J0017+8135) за 2018 и 2019 годы, от звездного времени

(*) А.Б. Сербин, serbin.ab@edu.spbstu.ru

В статье [4] было показано, что СКО данных невязок существенно уменьшается после вычитания из них ионосферно-свободных комбинаций структурных задержек, рассчитанных по наиболее ярким компонентам изображений радиисточника. Это позволяет использовать данные невязки для моделирования структуры квазара.

Исходные формулы. Используемые невязки являются ионосферно-свободной комбинацией задержек, выражаемой следующей формулой [5, с. 115]:

$$\tau_{iono-free} = \frac{\tau_1 f_1^2 - \tau_2 f_2^2}{f_1^2 - f_2^2}. \quad (1)$$

Согласно [4, с. 15], вклад задержки в диапазоне S в остаточные невязки мал, поэтому в наших расчетах вычисление производилось только для диапазона X по формуле:

$$\tau'_X = -\frac{\tau_X f_X^2}{f_S^2 - f_X^2} \quad (2)$$

где f_X и f_S – частоты в середине интервалов наблюдения, а τ_X – структурная задержка, рассчитанная по формулам из статьи Патрика Шарло [3, с. 1311] для многокомпонентной модели источника, компоненты которой являются дельта-функциями. Эту модель можно так же представить в виде конечного числа точек, характеризуемых прямым восхождением и склонением относительно центра радиояркости квазара, а также спектральной плотностью потока.

Описание алгоритма. Моделирование проводилось при помощи метода Монте-Карло и градиентного спуска, с использованием алгоритма кластеризации DBSCAN. Структура квазара моделировалась набором точек с тремя параметрами (спектральная плотность потока, прямое восхождение и склонение). Поскольку на величину задержки влияет отношение плотностей потока для различных точек, а одновременное умножение этого параметра для всех точек на одинаковый коэффициент не изменит результат, то максимальную плотность потока можно выбрать произвольно. В качестве максимальной плотности потока для точек была выбрана величина 1 мЯн. Точка с максимальной плотностью потока, далее первая точка, помещалась в центр радиояркости квазара, координаты которого брались из базы данных astrogeo.org. Все три параметра данной точки фиксировались и далее не изменялись. Затем находилась вторая точка, с такими параметрами, что ее добавление к первой максимально уменьшает СКО невязок. После нахождения второй точки ее параметры фиксировались. Аналогично искались и последующие точки – поиск оптимальных параметров каждой следующей точки проводился при фиксации параметров ранее найденных точек и состоял из двух этапов.

На первом этапе генерировалось множество точек с выбранными случайным образом параметрами в следующих диапазонах: спектральная плотность потока (0 мЯн, 1 мЯн), а прямое восхождение и склонение в диапазоне (-1 мс дуги, 1 мс дуги) относительно центра радиояркости квазара. Затем, значения параметров каждой точки из множества смещались методом градиентного спуска так, что ее учет вместе с фиксированными ранее точками привел бы к максимальному уменьшению СКО невязок.

На втором этапе, после смещения точек проводилась их кластеризация по четырем параметрам – спектральная плотность потока, прямое восхождение, склонение и СКО невязок. Затем для кластера, с точками, дающими наименьшее СКО невязок, находились усредненные координаты и спектральная плотность потока, после чего данные параметры фиксировались и присваивались новой точке модели.

Результаты работы алгоритма на примере квазара 0014+813. Для уменьшения СКО невязок источника 0014+813 с 76 пс до 44 пс оказалось достаточно трех точек с параметрами, приведенными в табл. 1. При этом максимальное уменьшение СКО, которого удавалось добиться при помощи карт радиояркости, составляло 43–44 пс для различных карт этого

квара [4, с. 16]. В табл. 2 приведены значения СКО невязок за вычетом структурной задержки в конце каждой итерации.

Табл. 1. Параметры точек многокомпонентной модели квазара 0014+813

Номер точки	Склонение относительно центра радиояркости квазара, мс дуги	Прямое восхождение относительно центра радиояркости квазара, мс дуги	Спектральная плотность потока, мЯн
1	0	0	1
2	0.25	-0.39	0.93
3	0.55	0.44	0.44

Табл. 2. СКО невязок в конце различных итераций (начальное СКО невязок: $\sigma = 76$ пс)

Номер итерации	Число точек модели	СКО невязок, пс
1	2	47
2	3	44

Заключение. В результате проделанной работы был создан алгоритм построения многокомпонентной модели квазаров, которую можно использовать для вычисления структурной задержки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Xu M.H., Anderson J.M., Heinkelmann R., Lunz S., Schuh H., Wang G.L. Structure Effects for 3417 Celestial Reference Frame Radio Sources // The Astronomical Journal Supplement Series. 2019. Vol. 242, N. 1.
2. Charlot, P. Modeling Radio Source Structure for Improved VLBI Data Analysis // International VLBI Service for Geodesy and Astrometry: General Meeting Proceedings. 2002. P. 233–242.
3. Charlot P. Radio-Source Structure in Astrometric and Geodetic Very Long Baseline Interferometry // The Astronomical Journal. – 1990. Vol. 99, P. 1309–1326.
4. Курдубов С. Л., Сербин А. Б. Учет структуры радиоисточника при обработке геодезических РСДБ-наблюдений на примере источника 0014+813 // Труды ИПА РАН. 2023. Вып. 66. С. 11–21.
5. Sanz Subirana J., Juan Zornoza J.M., Hernández-Pajares M. GNSS Data Processing. Volume I: Fundamentals and Algorithms. Noordwijk: ESA Communications, 2013. 238 p.

УДК 530.22

В.Д. Серов, С.П. Рошупкин, В.В. Дубов, С.Б. Макаров
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

РЕЗОНАНСНАЯ КИНЕМАТИКА ПРОЦЕССА ДВУХФОТОННОЙ АННИГИЛЯЦИИ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОЙ ПАРЫ В СИЛЬНОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Введение. Одним из направлений астрофизики частиц является изучение эффектов квантовой электродинамики (КЭД) во внешних электромагнитных полях космических

^(*) В.Д. Серов, vitalii_serov@inbox.ru

объектов [1]. Примером такого рода процесса является рождение электрон-позитронных пар из-за взаимодействия гамма-квантов с электромагнитным полем пульсара [2], однако может наблюдаться и обратный процесс.

В работе теоретически изучен резонансный процесс аннигиляции ультрарелятивистской электрон-позитронной пары в два гамма-кванта во внешнем поле (обратный процесс Брейта-Уиллера, модифицированный внешним полем) [3]. Рассмотрению резонансных процессов КЭД посвящены монографии [4,5] и многочисленные статьи (например, [6-8]).

При резонансных условиях промежуточный виртуальный электрон (или позитрон) выходит на массовую оболочку, а изначальный процесс второго порядка по постоянной тонкой структуры эффективно распадается на два последовательных процесса первого порядка [3-8]. Основным параметром при рассмотрении подобных процессов является классический релятивистски-инвариантный параметр

$$\eta = \frac{eF\tilde{\lambda}}{mc^2}, \quad (1)$$

численно равный отношению работы поля над электроном на длине волны к энергии покоя электрона (e и m - заряд и масса электрона, F и $\tilde{\lambda} = c/\omega$ - напряженность поля и длина волны, ω - частота). В работе рассматривается случай сильного поля ($\eta \gtrsim 1$), а также используется релятивистская система единиц $\hbar = c = 1$

Резонансная кинематика процесса. Во внешнем поле промежуточная частица может стать реальной, тогда исходный процесс второго порядка по постоянной тонкой структуры сводится к последовательности двух процессов первого порядка – стимулированного внешнего полем Комpton-эффекта (первая вершина) и стимулированного внешним полем обратного процесса Брейта-Уиллера (вторая вершина) (рис. 1).

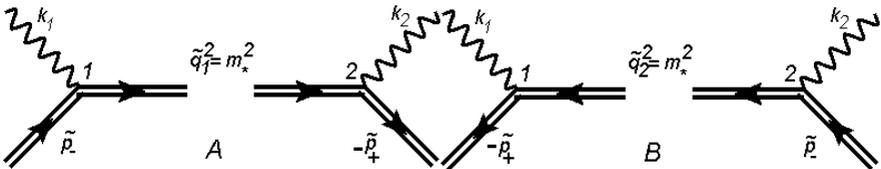


Рис. 1 Диаграммы Фейнмана резонансного процесса двухфотонной аннигиляции электрон-позитронной пары в поле сильной монохроматической электромагнитной волны, каналы А и В; каналы С и D отличаются перестановкой конечных гамма-квантов.

Для возникновения резонанса необходимо требовать, чтобы число поглощенных в первой вершине ($l_1 \geq 1$) и излученных во второй ($l_2 \geq 1$) фотонов внешней волны было больше единицы. Также необходимо, чтобы энергии начальных частиц и конечных гамма-квантов были ультрарелятивистскими: $E_{\pm} \gg m_*$, $\omega_{1,2} \gg m_*$, где m_* - эффективная энергия покоя электрона в поле волны. Наконец, начальные и конечные частицы должны распространяться в узком конусе ($\theta_{j\pm} = \angle(\mathbf{k}_j, \mathbf{p}_{\pm}) \ll 1$, $j=1,2$), а углы между ними и направлением распространения внешней волны должны иметь порядок единицы ($\theta_j = \angle(\mathbf{k}_j, \mathbf{k}) \sim 1$, $j=1,2$; $\theta_{\pm} = \angle(\mathbf{k}, \mathbf{p}_{\pm}) \sim 1$; $\theta_1 \approx \theta_2 = \theta$). Рассмотрение данного процесса проводится только для канала А, результаты для остальных получаются заменой импульсов.

Используя закон сохранения 4-квазиимпульса в первой вершине

$$p_- + l_1 k = k_1 + q_1, \quad (2)$$

а также резонансное условие

$$\tilde{q}_-^2 = m^2, \quad (3)$$

можно получить выражение для резонансной энергии первого конечного гамма-кванта

$$\omega_1 = \frac{E_-}{1 + \frac{\delta_{1-}^2}{\varepsilon_{c(l_1)}}}, \quad \delta_{1-} = \frac{E_-}{m_*} \theta_{1-}, \quad \omega_c = \frac{m_*^2}{4\omega \sin^2(\theta/2)}, \quad \varepsilon_{c(l_1)} = l_1 \frac{E_-}{\omega_c}. \quad (4)$$

Аналогично, из закона сохранения 4-квазиимпульса для второй вершины

$$q_1 + p_+ = k_2 + l_2 k \quad (5)$$

и резонансного условия (3) находится резонансная энергия второго конечного гамма-кванта

$$\omega_2 = \frac{E_+}{1 - \frac{4\delta_{2+}^2}{4\varepsilon_{BW(l_2)}}}, \quad \delta_{2+} = \frac{E_+}{2m_*} \theta_{2+}, \quad \omega_{BW} = \frac{(2m_*)^2}{4\omega \sin^2(\theta/2)}, \quad \varepsilon_{BW(l_2)} = l_2 \frac{E_+}{\omega_{BW}}. \quad (6)$$

В выражениях (4) и (6) определены ω_c и ω_{BW} - характерные энергии для стимулированных внешним полем Комптон-эффекта и обратного процесса Брейта-Уиллера соответственно, δ_{1-} и δ_{2+} - ультрарелятивистские параметры, задающие углы вылета конечных гамма-квантов. Графики зависимостей для энергий конечных гамма-квантов, обезразмеренных суммарной энергией начальных частиц, от ультрарелятивистских параметров для разного числа фотонов внешней волны представлены на Рис.2.

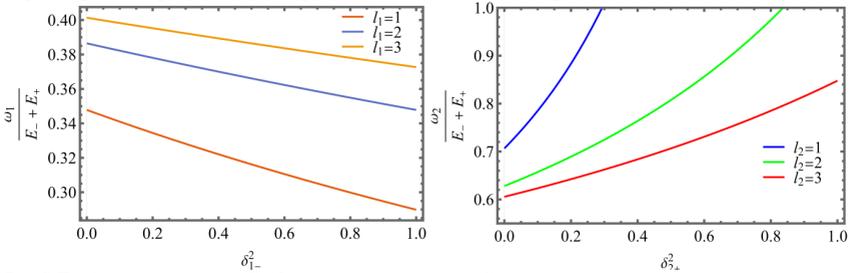


Рис.2 Графики зависимостей обезразмеренных энергий конечных гамма-квантов от соответствующих углов вылета для следующих параметров:

$$\eta = 1, \quad I = 1,86 * 10^{22} \text{ Bm} / \text{cm}^2, \quad \omega = 100 \text{ эВ}, \quad E_- = 5 \Gamma \text{ эВ}, \quad E_+ = 6,5 \Gamma \text{ эВ}.$$

Выражения для энергий конечных гамма-квантов (4) и (6) должны быть связаны между собой общим законом сохранения энергии

$$E_+ + E_- = \omega_1 + \omega_2, \quad (7)$$

что приводит к связи между углами вылета, которая может быть записана в виде

$$\delta_{2+}^2 = \varepsilon_{BW(l_2)} \frac{E_- - \omega_1(\delta_{1-}^2)}{E_+ + E_- - \omega_1(\delta_{1-}^2)} - \frac{1}{4}. \quad (8)$$

При этом угол вылета второго гамма-кванта ограничен сверху

$$\delta_{2+}^2 < \varepsilon_{BW(l_2)} \frac{E_-}{E_+ + E_-} - \frac{1}{4} = l_2 \frac{E_+ E_-}{\omega_{BW}(E_+ + E_-)} - \frac{1}{4} \equiv \delta_{2+(\text{max})}^2. \quad (9)$$

Из требования неотрицательности угла вылета в выражении (9) появляется возможное ограничение на число излученных фотонов внешней волны во второй вершине

$$l_2 > \frac{\omega_{BW}(E_+ + E_-)}{4E_+E_-}. \quad (10)$$

Так как зависимость углов вылета конечных гамма-квантов (8) является взаимно однозначной, то условие $0 \leq \delta_{2+}^2 < \delta_{2+(\max)}^2$ также накладывает ограничение на область допустимых значений параметра δ_-^2 для каждой пары (l_1, l_2) числа фотонов внешней волны.

Заключение. В работе рассмотрена резонансная кинематика процесса двухфотонной аннигиляции электрон-позитронной пары во внешнем сильном поле. Найдены зависимости энергий конечных гамма-квантов от их углов вылета, которые в свою очередь связаны в силу общего закона сохранения энергии. При этом определяющую роль играет вершина с обратным процессом Брейта-Уиллера, из-за чего появляются ограничения на возможные значения углов вылета и число участвующих фотонов внешней волны, что можно наблюдать и в схожих процессах (см. например, [7,8]).

Исследование частично финансируется Министерством науки и высшего образования Российской Федерации в рамках программы исследовательского центра мирового класса "Передовые цифровые технологии" (контракт № 075-15-2022-311, 20.04.2022).

ЛИТЕРАТУРА

1. Khlopov M. Cosmoparticle physics: The universe as a laboratory of elementary particles // Astron. Rep. – 2015. – Vol. 59. – P. 494-502.
2. Ruderman M. A., Sutherland P. G. Theory of pulsars-Polar caps, sparks, and coherent microwave radiation // Astrophysical Journal. – 1975. – Vol. 196. – № 1. – P. 51-72.
3. Voroshilo A. I., Roshchupkin S. P., Nedoreshta V. N. Resonant two-photon annihilation of an electron-positron pair in a pulsed electromagnetic wave // Phys. Rev. A. – 2016. – Vol. 94. – № 3. – P. 032128.
4. Рошупкин С. П., Ворошило А. И. Резонансные и когерентные эффекты квантовой электродинамики в сильных световых полях. – К.: Наук. Думка, 2008. – 398 с.
5. Рошупкин С. П., Лебедь А. А. Эффекты квантовой электродинамики в сильных импульсных лазерных полях. – К.: Наук. Думка, 2013. – 191 с.
6. Serov V. D., Roshchupkin S. P., Dubov V. V. Resonant effect for Breit–Wheeler process in the field of an X-ray pulsar // Universe. – 2020. – Vol. 6. – № 11. – P. 190.
7. Roshchupkin S. P., et al. Resonant production of high-energy electron-positron pairs and gamma quanta in the quantum electrodynamics processes in strong laser fields // High Power Lasers and Applications: SPIE. – 2021. – Vol. 11777. – P. 40-55.
8. Roshchupkin S. P., Serov V. D., Dubov V. V. Generation of Narrow Beams of Ultrarelativistic Positrons (Electrons) in the Breit–Wheeler Resonant Process Modified by the Field of a Strong Electromagnetic Wave // Photonics. – 2023. – Vol. 10. – № 8. – P. 949.

УДК 523.985.3

Т.Д. Шохин¹, Ю.Е. Чариков², А.Н. Шабалин²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН

ПРЕДВЕСТНИКИ СОЛНЕЧНЫХ ВСПЫШЕК В УФ И РЕНТГЕНОВСКОМ ИЗЛУЧЕНИИ

Введение. Отсутствие синхронных наблюдений с пространственным разрешением ~ 1 угл. с в широком диапазоне энергий и малым временным разрешением ~ 1 с вызывает

^(*) Т.Д. Шохин, shohintima@mail.ru

затруднения при интерпретации динамики солнечных вспышек. Если в ультрафиолетовом (УФ) излучении удастся обнаруживать филаментарную структуру в процессе формирования и развития вспышек, то рентгеновские изображения подобную структуру не выявляют в силу худшего пространственного разрешения. Не меньшая проблема присутствует в определении геометрии магнитного поля (МП), которую удастся восстановить из данных SDO/HMI в приближении бессилового поля на масштабе времен 720 с.

Тем не менее, об эволюции магнитного поля, приводящей к началу вспышки, можно судить по предвспышечным уярчениям в излучении в УФ (например, [1]) и рентгеновском диапазоне (например, [2]). Мы будем рассматривать “предвестники” - уярчения в УФ и рентгеновском излучении, регистрируемые на стадии, предшествующей началу вспышки на интервале 1 час, и свидетельствующие о формировании нестабильной конфигурации магнитных полей в АО в атмосфере Солнца, приводящей впоследствии к вспышке [3, 4].

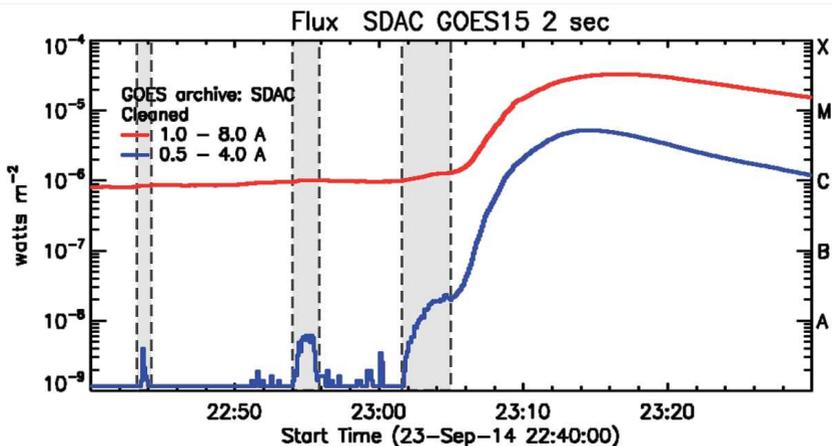


Рис. 1. Вспышка M3 SOL2014-09-23T23:15 в рентгеновском диапазоне по измерениям GOES; Вертикальными областями выделены интервалы, соответствующие предвестникам

Цель исследования. Рассмотреть динамику УФ и рентгеновского излучения на стадии предвестника солнечных вспышек для выявления возможных причинно-следственных связей в событиях в активных областях Солнца на предвспышечной стадии с последующей вспышкой.

Методы исследования. Была рассмотрена предвспышечная активность локальных областей на Солнце на часовом временном интервале по данным GOES, SDO/AIA и RHESSI. Был произведен отбор событий по данным GOES. Для дальнейшего анализа было выбрано событие M3 SOL2014-09-23T23:15 (рис. 1). Предвспышечная стадия данного события характеризуется повышением потока в мягком рентгеновском излучении (предвестник) за 30, 20 и 10 минут до вспышки.

По данным SDO/AIA была проанализирована пространственно-временная структура в линиях УФ излучения на данном временном интервале (рис. 2). Высокое пространственное разрешение прибора AIA ($\sim 1''$) позволяет получать динамические изображения в УФ линиях и изменение УФ потока во времени. Дополнительная информация по изображениям в рентгеновском диапазоне была получена из данных наблюдений RHESSI. По

магнитограммам прибора SDO/HMI была восстановлена структура магнитного поля в пакете SolarSoft/GX_Simulator (рис. 3).

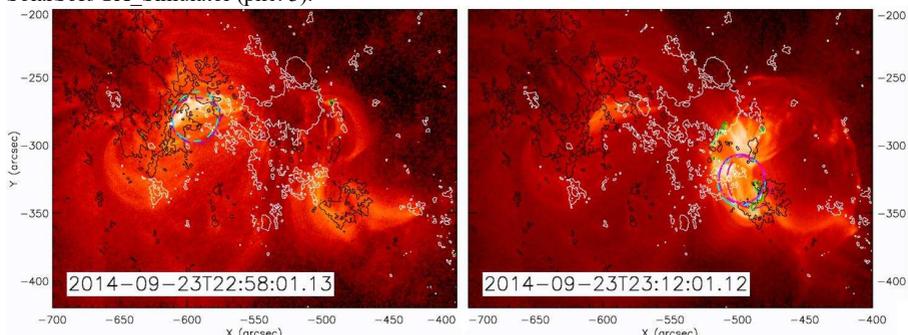


Рис. 2. Эволюция АО события **M3 SOL2014-09-23T23:15** в УФ линии 94Å (данные SDO/AIA): слева - в момент рентгеновского предвестника; справа - в момент пика вспышки. Поверх нанесены контуры LOS магнитограммы разных полярностей и контуры источников рентгеновского излучения (3–6 - голубым, 6–12 - фиолетовым, 12–20 кэВ - розовым цветами)

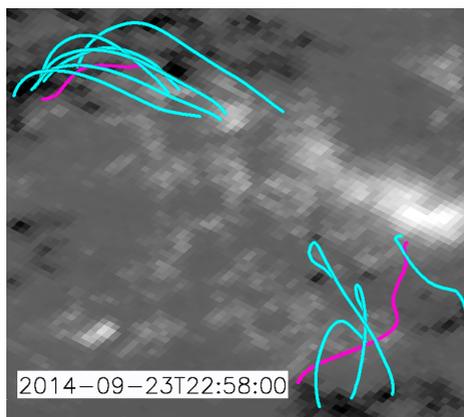


Рис. 3. NLFFF (Non-linear Force-Free Field, [5]) магнитная конфигурация АО события **M3 SOL2014-09-23** в момент предвестника по данным HMI, смоделировано в GX5 [6]. Фон - магнитограмма HMI, B_z - восстановленная компонента магнитного поля.

Результаты. Из анализа следует, что магнитная конфигурация АО может быть разделена на 2 области: область предвестника (левая) и вспышки (правая). Обе аркады имеют общую область положительной полярности, т.е. являются магнитосвязанными, из чего можно предположить, что вспышка инициируется при трансформации МП в области предвестника. Наличие магнитного жгута в области предвестника (розовый) может явиться причиной неустойчивости (типа tether-cutting instability) магнитной конфигурации, приводящей к развитию взрывной фазы вспышки. Однако требуется дополнительный анализ данных УФ и рентгеновского излучения, динамики поля, с привлечением МГД моделирования для выявления причинно-следственных связей между ними.

Выводы. Для дальнейшего рассмотрения понадобится решать задачу численно в приближении МГД с учетом возмущений в МП, передающихся из области предвестника в область вспышки, где изначально уже существует квазистабильная конфигурация МП.

ЛИТЕРАТУРА

1. Warren, H. P., & Warshall, A. D., Ultraviolet Flare Ribbon Brightenings and the Onset of Hard X-Ray Emission // *ApJ*, - 2001 October - vol. 560, p. L87-L90
2. Chifor, C., Mason, H. E., Tripathi, D., et al. X-ray precursors to flares and filament eruptions // *A&A*, - 2007 September - vol. 458, pp. 967-979
3. Charikov Yu. E., X-Ray precursors in solar flares//in: 2nd TIGER-Symposium on the Program of SCOSTEP/ISCN/WG 1.2, June 9-11, 1999, SOI, St. Petersburg, p.19-20
4. Charikov Yu. E., X-Ray precursors in solar flares.//2000, Phys. Chem. Earth Pt. C-Solar-Terr. Planet. Sci., v.25, N5-6, p. 407
5. Fleishman G. D., Anfinogentov S., Mysh'yakov I. Casting the Coronal Magnetic Field Reconstruction Tools in 3D Using the MHD Bifrost Model // *ApJ*, - 2017 – Vol. 839. - 30
6. Nita G. M., Fleishman G. D., Kuznetsov A. A. Data-Constrained Solar Modeling with GX Simulator // *ApJS*, - 2023 – Vol. 267. - №1. - 6

УДК 524.354.4-327

А.А. Матевосян¹, Д.П. Барсуков²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН

ВЛИЯНИЕ ИСКРИВЛЕНИЯ ПРОСТРАНСТВА НА МОМЕНТ ИНЕРЦИИ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ ПУЛЬСАРА

Введение. Помимо тормозящего нейтронную звезду момента со стороны магнитосферы, на нейтронную звезду действует момент сил, который и называется аномальным моментом. Он больше «нормального» тормозящего момента звезды в 10^2 до 10^5 раз, но при этом не приводит к торможению [1]. Этот момент можно описать как влияние инерции магнитного поля, которое, в свою очередь, вращается со звездой [2]. Необходимо учитывать вклад аномального момента на динамику вращения звезды, поскольку он может приводить к нерегулярности вращения [3]. В данной работе используется подход [4], данная добавка рассматривается как момент инерции магнитного поля пульсара вне нейтронной звезды.

Метод исследования. Метрика Шварцшильда определяет внешнее гравитационное поле пульсара и имеет следующий явный вид:

$$ds^2 = h(r)dt^2 - \frac{dr^2}{h(r)} - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2,$$

где $h(r) = 1 - \frac{r_g}{r}$ (r_g – гравитационный радиус нейтронной звезды, r – расстояние от звезды).

Компоненты магнитного поля выглядят следующим образом [5]:

$$B_r = \sum_{lm} b_{lm} (l+1) \left(\frac{r_{ns}}{r}\right)^{l+2} f_l(r) Y_{lm},$$

$$B_\theta = - \sum_{lm} b_{lm} \left(\frac{r_{ns}}{r}\right)^{l+2} \sqrt{h(r)} g_l(r) \frac{\partial Y_{lm}}{\partial \theta},$$

$$B_\varphi = - \sum_{lm} b_{lm} \left(\frac{r_{ns}}{r}\right)^{l+2} \sqrt{h(r)} g_l(r) \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial Y_{lm}}{\partial \varphi}.$$

(*) А.А. Матевосян, matevosyan.aa@edu.spbstu.ru

В выражениях, записанных для компонент поля, используются гипергеометрические функции $g_l(r)$ и $f_l(r)$ с параметрами:

$$f_l(r) = F\left(l, l+2, 2(l+1), \frac{r_g}{r}\right), g_l(r) = F\left(l+1, l+2, 2(l+1), \frac{r_g}{r}\right),$$

Момент импульса для случая двух равных гармоник $b_{lm} = b_{l-m}$ и $m \neq 1$ [4]

$$\begin{aligned} \vec{L} &= I_f \vec{\Omega} + \delta I_f \vec{e}_z (\vec{e}_z \cdot \vec{\Omega}), \quad \delta I_f = \frac{\langle B_{lm}^2 \rangle r_{ns}^4}{c^2} \cdot \bar{Q}_{lm}, \quad \bar{Q}_{lm} = \\ &= \frac{b_{lm}^2}{\langle B_{lm}^2 \rangle} \frac{(l+1)^2 (l^2 + l - 3m^2)}{(2l+3)(2l-1)} \left(\frac{2l^2 + 2l + 3}{2l^2 (l+1)^2} \cdot Q_{\perp} - Q_r \right), \\ Q_r &= \frac{1}{l^2} \int_0^{r_{LC}} \frac{1}{h(r)} \left(\frac{r_{ns}}{r} \right)^{2l} f_l^2(r) dr \quad \text{и} \quad Q_{\perp} = \int_0^{r_{LC}} \left(\frac{r_{ns}}{r} \right)^{2l} g_l^2(r) dr. \end{aligned}$$

Максимальное значение индекса торможения пульсара $n = P\ddot{P}/\dot{P}^2$ оценивается как $n_{max} = 2K_n \tau / T_p$, где $\tau = P/(2\dot{P})$ – характерный возраст пульсара, K_n – коэффициент порядка единицы.

Максимальное значение индекса торможения для мелкомасштабного поля, для которого $l \approx 10$ и $m \neq 1$, можно оценить как:

$$n_{max} = K_n \frac{K_{pr}}{K_{br}} \left(\frac{c}{\Omega r_{ns}} \right) \frac{\langle B_{l0}^2 \rangle}{b_{10}} \left(\frac{8}{5} \bar{Q}_1 + \nu^2 K_{lm} \bar{Q}_l \right),$$

где $K_{br} \approx 1 + \cos^2 \chi$ [6] (χ – угол между угловой скоростью $\vec{\Omega}$ и направлением магнитного момента \vec{m}). В рассматриваемой конфигурации поля коэффициент ($m \neq 1$) K_{pr} определяется как $K_{pr} = \cos \chi$, $\nu = (\langle B_{lm}^2 \rangle)^{\frac{1}{2}} / (\langle B_{l0}^2 \rangle)^{\frac{1}{2}}$ – среднее отношение напряженностей мелкомасштабной и дипольной компонент поля на поверхности нейтронной звезды.

Результаты.

На рис. 1 показана зависимость величины \bar{Q}_{lm} от параметра l для нескольких отношений r_g/r_{ns} , на рис. 2 показана зависимость $\bar{Q}_{lm}/\bar{Q}_{lm}|_{r_g=0}$ от отношения r_g/r_{ns} для нескольких значений параметра l . Видно, что в большинстве случаев значения величины \bar{Q}_{lm} , т.е. значения момента инерции \bar{I}_f при фиксированном значении среднего магнитного поля на поверхности нейтронной звезды, не сильно изменяются при увеличении отношения r_g/r_{ns} . “Особенность” на рис. 2 является фиктивной и связана с переходом величины \bar{I}_f через ноль. На рис. 3 показана зависимость оценки максимального значения n_{max} от периода пульсара для нескольких значений отношения r_g/r_{ns} , звездочками показаны наблюдаемые значения индексов торможения пульсаров, взятые из каталога [7]. Можно заметить, что кривые оценки индекса торможения практически совпадают, заметно отличается только кривая, которая соответствует одной из “особенностей” на рис. 2.

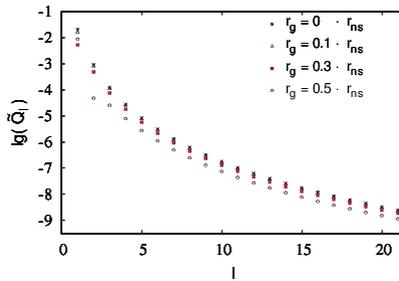


Рис. 1. Зависимость величины \bar{Q}_{lm} от l при различных значениях r_g .

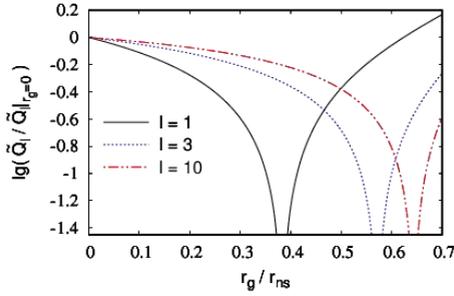


Рис. 2. Зависимость отношения $\bar{Q}_{lm}/\bar{Q}_{lm}|_{r_g=0}$ от отношения r_g/r_{ns} при различных l .

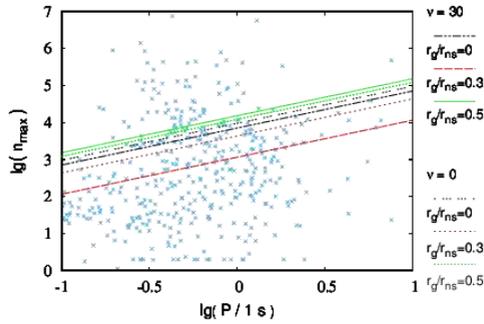


Рис. 3. Зависимость максимального значения индекса торможения n_{max} пульсара от его периода P для некоторых значений отношения r_g/r_{ns} . Сплошные кривые – $\nu = 30$, штрихованные – $\nu = 0$, Звездочки - наблюдаемые значения индексов.

Вывод. В работе рассмотрено влияние искривления пространства метрики Шварцшильда на момент инерции внешнего магнитного поля вращающейся звезды. Показано, что значительное “увеличение” напряженности мелкомасштабного поля в данной метрике по сравнению с полем плоской [5] к значительному отлчию не приводит: момент инерции поля слабо различается от случая пространства плоской метрики (рис. 1). Из рис. 3 также видно, что искривление пространства может как увеличивать значение n_{max} , так и уменьшать.

ЛИТЕРАТУРА

1. Davis L., Goldstein M. Magnetic-dipole alignment in pulsars //Astrophysical Journal Letters, 159, L81-L86 (1970). – 1970. – Т. 159.
2. Goldreich P. Neutron star crusts and alignment of magnetic axes in pulsars //Astrophysical Journal, vol. 160, p. L11. – 1970. – Т. 160. – С. L11.
3. Biryukov A., Beskin G., Karpov S. Monotonic and cyclic components of radio pulsar spin-down //Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2012. – Т. 420. – №. 1. – С. 103-117.
4. Goglichidze O. A., Barsukov D. P., Tsygan A. I. Magnetic field inertia and rotation dynamics of radio pulsars //Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2015. – Т. 451. – №. 3. – С. 2564-2574.

5. Asseo E., Khechinashvili D. The role of multipolar magnetic fields in pulsar magnetospheres //Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2002. – Т. 334. – №. 4. – С. 743-759.
6. Philippov A., Tchekhovskoy A., Li J. G. Time evolution of pulsar obliquity angle from 3D simulations of magnetospheres //Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2014. – Т. 441. – №. 3. – С. 1879-1887.
7. ATNF Pulsar Catalogue. – URL: <https://www.atnf.csiro.au/research/pulsar/psrcat/> - (дата обращения: 20.01.2024).

РОЖДЕНИЕ ПРЯМЫХ ФОТОНОВ В СТОЛКНОВЕНИЯХ ЯДЕР ДЕЙТЕРИЯ ПРИ ЭНЕРГИЯХ 13,5 ГэВ И 27 ГэВ

Введение. Одной из физических задач в эксперименте Spin Physics Detector (SPD) [1] на коллайдере Nuclotron based Ion Collider fAcility (NICA) [2] является изучение рождения прямых фотонов в столкновениях протонов и дейтронов при энергиях $\sqrt{s_{NN}} = 13,5$ ГэВ и $\sqrt{s_{NN}} = 27$ ГэВ [3].

Основными источниками образования прямых фотонов служат жесткие процессы: глюонное комптоновское рассеяние $gq(\bar{q}) \rightarrow \gamma q(\bar{q})$ (1) и кварк-антикварковая аннигиляция $q\bar{q} \rightarrow \gamma g$ (2) [4]. Здесь, q, \bar{q}, g, γ - кварк, антикварк, глюон и гамма-квант соответственно. При энергиях $\sqrt{s_{NN}} \sim 20$ ГэВ в столкновениях протонов полное сечение процесса (2) меньше в 4 раза процесса (1) [4], соответственно, глюонное комптоновское рассеяние может рассматриваться как основной механизм рождения прямых фотонов при энергиях SPD NICA.

Для анализа особенностей процесса рождения прямых фотонов критически важным аспектом является знание функций распределения партонов $f(x, Q^2)$ (parton distribution function, PDF). Функция распределения партонов определяет вероятность нахождения партонов внутри нуклона с определенной долей импульса x нуклона, а Q^2 определяет квадрат 4-импульса, переданного партону при взаимодействии [5]

Функции распределения партонов для свободных нуклонов и для нуклонов в ядре (ядерно модифицированные функции распределения партонов) могут иметь различия [6]. В ядерно модифицированных функциях распределения партонов учитывается окружение нуклона другими нуклонами.

Цели и задачи. Целью данной работы является сравнительный анализ особенностей рождения прямых фотонов в столкновениях ядер дейтерия с использованием ядерно-модифицированных функций партонного распределения с результатами рождения прямых фотонов с использованием функций распределения партонов, полученных для свободных нуклонов.

Для решения поставленной задачи необходимо вычислить факторы ядерной модификации прямых фотонов [7] для нижеуказанных наборов функций распределения партонов в D+D столкновениях при энергиях 13,5 ГэВ и 27 ГэВ.

Методика исследования. Столкновения дейтронов с рождением прямых фотонов рассчитывались с использованием Монте-Карло генератора событий Pythia8 [8]. Наборы функций партонного распределения были взяты из программного пакета LHAPDF6 [9], который подключается непосредственно к генератору событий. Для анализа использовались следующие наборы PDF: nCTEQ15N1X [10], TUJU21 [11], nNNPDF3.0 [12].

При расчете фактора ядерной модификации прямых фотонов в D+D столкновениях полагается, что столкновение дейтронов происходит, как взаимодействие каждого нуклона одного дейтрона с каждым нуклоном второго. Таким образом, возможны четыре процесса взаимодействия: pp, pn, np, nn . PDF для сталкивающихся нуклонов берутся как с учетом модификации в ядре, так и без учета модификации.

^(*) Д.С. Шапаев, shapaev.ds@edu.spbstu.ru

Результаты. На рис. 1 и рис. 2 представлены сравнения факторов ядерной модификации прямых фотонов в зависимости от поперечного импульса p_T при энергиях 13,5 ГэВ и 27 ГэВ соответственно для различных наборов функций партонного распределения: pNNPDF3.0, TUJU21 и nCTEQ15. Черным цветом обозначены функции распределения партонов для свободных нуклонов, цветным - для ядерно модифицированных PDF. Наблюдается согласованность результатов на всем диапазоне поперечного импульса, указывающая на незначительное влияние эффектов от ядерной модификации функций распределения партонов на результаты предсказания факторов ядерной модификации прямых фотонов. Помимо этого, для всех наборов PDF факторы ядерной модификации принимают значения меньше единицы, что обусловлено зависимостью сечения рождения прямых фотонов от квадрата заряда партонов, входящих в состав нуклонов [13].

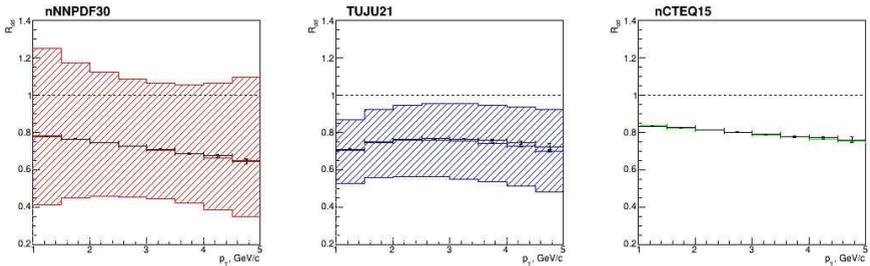


Рис. 1. Сравнение факторов ядерной модификации прямых фотонов по поперечному импульсу D+D столкновениях при $\sqrt{s_{NN}} = 13,5$ ГэВ в зависимости от поперечного импульса. Здесь и далее «усы» и заштрихованные области обозначают статистические и систематические неопределенности.

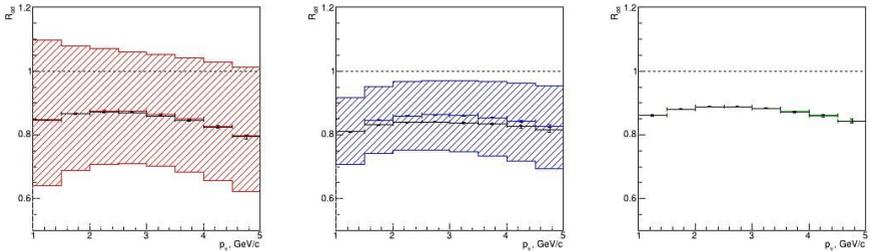


Рис. 2. То же, что и в рис.1. для $\sqrt{s_{NN}} = 27$ ГэВ

Выводы. В работе были получены факторы ядерной модификации для различных наборов функций распределения партонов в столкновениях ядер дейтерия при энергиях 13,5 ГэВ и 27 ГэВ в пределах по поперечному импульсу от 1 до 5 ГэВ/с. Незначительное влияние ядерных модификаций указывает на то, что эффекты, связанные с наличием связанного состояния протона и нейтрона в системе столкновения дейтронов, малы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ladygin V.P. Spin Physics Detector at NICA // JPS Conf. Proc. – 2022. – Vol. 37. – P. 011012.
2. Kekelidze V. et al. Project NICA at JINR // Nucl. Phys. A. – 2013. – Vol. 904-905. – P. 945-948.
3. Savin I. et al. Spin physics experiments at NICA-SPD with polarized proton and deuteron beams // Eur. Phys. J. A. – 2016. – Vol. 52 (8). – P. 215.
4. Guskov A. Physics with prompt photons at SPD // J. Phys. Conf. Ser. – 2020. – Vol. 1435 (1). – P. 012035.

5. Ethier J.J., Nocera E.R. Parton Distributions in Nucleons and Nuclei // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. – 2020. – Vol. 70. – P. 43–76.
6. Eskola K.J., Paukkunen H., Salgado C.A. EPS09: A New Generation of NLO and LO Nuclear Parton Distribution Functions // J. High Energy Phys. – 2009. – Vol. 4. – P. 065.
7. Vitev I., Zhang B.W. A systematic study of direct photon production in heavy ion collisions // Phys. Lett. B. – 2008. – Vol. 669. – P. 337-344.
8. Bierlich C. et al. A comprehensive guide to the physics and usage of PYTHIA 8.3 // SciPost Phys. Codeb. – 2022. – Vol. 2022. – P. 315.
9. Buckley A. et al. LHAPDF6: parton density access in the LHC precision era // Eur. Phys. J. C. – 2015. – Vol. 75. – P. 132.
10. Segarra E.P. et al. Extending nuclear PDF analyses into the high-x, low-Q² region // Phys. Rev. D. – 2021. – Vol. 103 (11). – P. 114015.
11. Helenius I., Walt M., Vogelsang W. NNLO nuclear parton distribution functions with electroweak-boson production data from the LHC // Phys. Rev. D. – 2022. – Vol. 105 (9). – P. 094031.
12. Abdul Khalek R. et al. nNNPDF3.0: evidence for a modified partonic structure in heavy nuclei // Eur. Phys. J. C. – 2022. – Vol. 82 (6). – P. 507.
13. Saleev V.A., Shipilova A. V. Double Longitudinal-Spin Asymmetries in Direct Photon Production at NICA // Phys. Part. Nucl. Lett. – 2023. – Vol. 20 (3). – P. 400-403.

УДК 532.517

А.А. Лобанов, Я.А. Бердников

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ПОЛУИНКЛЮЗИВНОЕ ГЛУБОКОНЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ПОЛЯРИЗОВАННОГО ЭЛЕКТРОНА НА ПРОТОНЕ С РОЖДЕНИЕМ π^+ МЕЗОНА

Введение. Спиновая структура протона представляет собой одну из актуальных проблем в современной физике. Для ее изучения необходим обширный объем экспериментальных данных и результатов теоретического анализа.

Представляются целесообразными поиски возможностей использования методов машинного обучения, включая нейронные сети, для всестороннего исследования вопросов, связанных и проблемой спина протона.

Ранее было показано [1], что на основе нейронных сетей возможно создание генераторов событий полуинклюзивного глубоконеупругого рассеяния неполяризованных заряженных лептонов (электронов и мюонов) на неполяризованных и поляризованных протонах.

Цели и задачи. Целью данной работы является разработка генератора событий полуинклюзивного глубоконеупругого рассеяния поляризованных электронов на неполяризованных протонах с рождением положительно заряженного пиона на основе генеративно-состязательной сети (ГСС). В задачи работы входит генерация глубоконеупругого электрон-протонного рассеяния с использованием SIDIS-RC [2], обучение модели ГСС и анализ предсказаний ГСС.

Методика исследования. Для характеристики финальных частиц были выбраны следующие величины: p_{xe} , p_{ye} , η_e (x и y компоненты импульса и псевдобыстрота $\eta = \text{atanh}\left(\frac{p_z}{|p|}\right)$, где $p_z = z$ компонента импульса, $|p|$ – модуль импульса) для электрона и p_{xh} , p_{yh} , p_{zh}

^(*)А.А. Лобанов, lobanov2.aa@edu.spbstu.ru

(x , y и z компоненты импульса) для пиона. Данный выбор обусловлен «гладкостью» распределений этих величин, важность чего показана в работе [1].

При разработке генератора событий также учтена возможность генерации событий при различных начальных энергиях столкновения. В качестве диапазона по энергиям был выбран $\sqrt{s_{eN}} = 20 - 100$ ГэВ, который характерен для планирующегося электрон-ионного коллайдера EIC [3]. Из данного диапазона обучение ГСС происходило при $\sqrt{s_{eN}} = 20, 40, 60, 80$ и 100 ГэВ.

Для моделирования процесса полунклюзивного глубоконеупругого электрон протонного рассеяния был использован Монте-Карло генератор SIDIS-RC [2], который может работать с поляризованным пучком налетающих лептонов. При каждой из обучающих энергий было сгенерировано по 100000 событий, из которых извлечены значения импульсов конечного электрона и пиона.

Генератор ГСС [1] имеет следующую архитектуру. На вход генератора подается величина начальной энергии $\sqrt{s_{eN}}$ и 128-мерный вектор со значениями из распределения Гаусса со средним равным 0 и дисперсией равной 1. После чего эти величины поступают далее на скрытые слои сети. Их число равно 8. Каждый слой обладает функцией активации «LeakyReLU» с коэффициентом 0,2 [4] и батч-нормализацией [5]. Выход генератора состоит из 6 нейронов с линейной функцией активации, каждый из которых соответствует $P_{xe}, P_{ye}, P_e, P_{xh}, P_{yh}, P_{zh}$.

Дискриминатор ГСС [1] обладает 8 скрытыми слоями с функцией активации «LeakyReLU» с коэффициентом 0,2 [4] и спектральной нормализацией [6]. Также к каждому скрытому слою применяется „dropout layer“ с коэффициентом 0,4 [7]. Выходной слой дискриминатора состоит из 1 нейрона с линейной функцией активации.

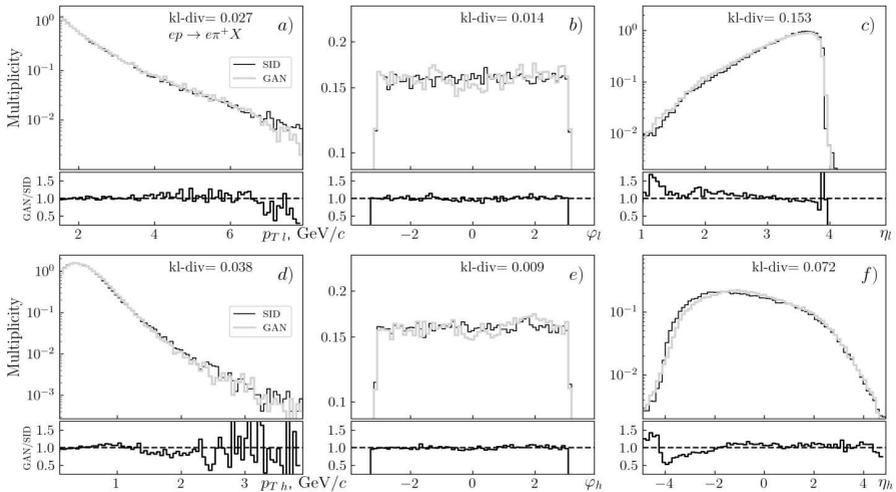


Рис. 1. Предсказанные графики распределений по p_T , φ , η для электрона e^- (a, b, c) и положительного пиона π^+ (d, e, f) при одинаковых значениях начальной энергии $\sqrt{s_{eN}} = 50$ ГэВ. Получены с помощью ГСС (кривые серого цвета) и SIDIS-RC (черного цвета). Для каждого распределения приведено соответствующее значение расстояния КЛ (kl-div) и график отношения предсказания ГСС к SIDIS-RC (GAN/SID)

Следуя статье [1], в данной работе генератор событий строится на основе ГСС с функцией потерь в виде наименьших квадратов [1]. В качестве оптимизатора был

использован RMSProp с $\rho = 0,9$ [8] и шагом обучения 10^{-4} для генератора и $5 \cdot 10^{-5}$ для дискриминатора [1]. Обучение длилось 500 эпох.

Результаты. На рис. 1 приведены распределения величин p_T ($p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$), φ ($\varphi = \text{atan}\left(\frac{p_x}{p_y}\right)$), η электрона (a, b, c) и пиона (d, e, f), полученные с помощью SIDIS-RC (черный цвет) и полученные моделью ГСС (серый цвет), при начальной энергии пучка $\sqrt{s_{eN}} = 50$ ГэВ. Как видно из рисунка, модель с высокой точностью предсказывает распределения близкие к полученным из SIDIS-RC. В качестве статистической оценки отличий распределений, для каждого распределения приведено соответствующее значение расстояния Кульбака-Лейбера (КЛ) [1]. Для всех распределений оно много меньше 1, что говорит о близости предсказаний ГСС к величинам, полученным из SIDIS-RC.

На рис. 2 приведены распределения величин p_T , φ , η электрона (a, b, c) и пиона (d, e, f), полученные с помощью SIDIS-RC (черный цвет) и полученные моделью ГСС (серый цвет), при начальной энергии $\sqrt{s_{eN}} = 90$ ГэВ. Как и в предыдущем случае, видно, что предсказания ГСС близки к величинам, полученным из SIDIS-RC. Также можно сделать вывод о том, что генератор событий может работать при различных начальных энергиях $\sqrt{s_{eN}}$.

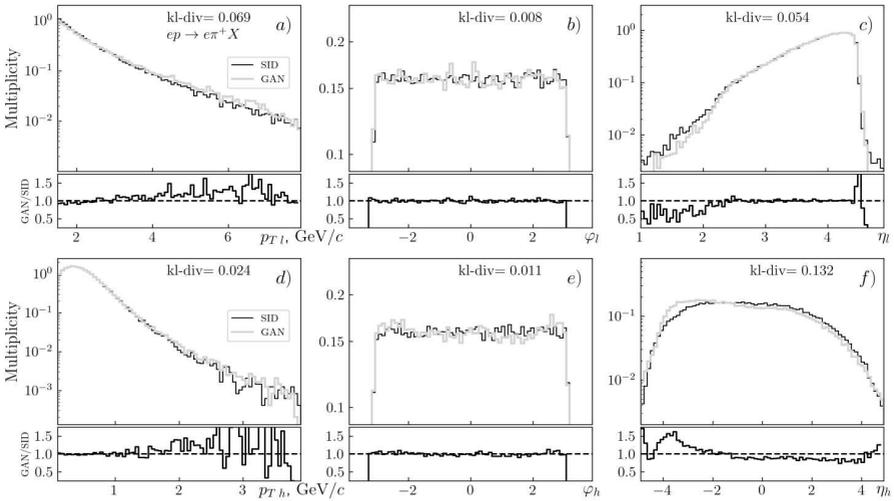


Рис. 2. Предсказанные графики распределений по p_T , φ , η для электрона e^- (a, b, c) и положительного пиона π^+ (d, e, f) при одинаковых значениях начальной энергии $\sqrt{s_{eN}} = 90$ ГэВ. Получены с помощью ГСС (кривые серого цвета) и SIDIS-RC (черного цвета). Для каждого распределения приведено соответствующее значение расстояния КЛ (kl-div) и график отношения предсказания ГСС к SIDIS-RC (GAN/SID)

Выводы. В результате работы был разработан генератор событий полуинклюзивного глубоководного рассеяния поляризованных электронов на неполяризованных протонах с рождением положительно заряженного пиона на основе генеративно-состязательной сети (ГСС). Полученный генератор показывает хорошие результаты в диапазоне начальных энергий $\sqrt{s_{eN}} = 20 - 100$ ГэВ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лобанов А. А., Бердников Я. А. Генератор глубоконейронного рассеяния лептонов на протоне на основе генеративно-состязательной нейронной сети // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. – 2023. – Т. 16. – № 4. – С. 181–188.
2. Byer D. et al. SIDIS-RC EvGen: A Monte-Carlo event generator of semi-inclusive deep inelastic scattering with the lowest-order QED radiative corrections // Computer Physics Communications. – 2023. – Vol. 287. – P. 108702.
3. Accardi A., Albacete J. L., Anselmino M., et al. Electron-ion collider: The next QCD frontier. Understanding the glue that binds us all // The European Physical Journal A. – 2016. – Vol. 52. – №. 9. – P. 268.
4. Sharma O. A new activation function for deep neural network // Proceedings of the International Conference on Machine Learning, Big Data, Cloud and Parallel Computing (COMITCon). IEEE, – Faridabad, India, February 14–16, 2019. – P. 84–86.
5. Bjorck J., Gomes C., Selman B., Weinberger K. Q. Understanding Batch Normalization. arXiv:1806.02375, 2018. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1806.02375>.
6. Miyato T., Kataoka T., Koyama M., Yoshida Y. Spectral normalization for Generative Adversarial Networks. arXiv: 1802.05957/v1, 2018. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1802.05957>.
7. Srivastava N., Hinton G., Krizhevsky A., Sutskever I., Salakhutdinov R. Dropout: A simple way to prevent neural networks from overfitting // The Journal of Machine Learning Research. – 2014. – Vol. 15. – P. 1929–1958.
8. Xu D., Zhang Sh., Zhang H., Mandic D. P. Convergence of the RMSProp deep learning method with penalty for nonconvex optimization // Neural Networks. – 2021. – Vol. 139. – P. 17–23.

УДК 539.1.075

Т.Д. Горелкина, П.С. Гуньков, С.С. Козловский, Я.А. Бердников
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

РЕНТГЕНОФЛУОРЕСЦЕНТНЫЙ АНАЛИЗ ЮВЕЛИРНОГО ИЗДЕЛИЯ

Метод рентгенофлуоресцентного анализа (РФА) известен уже около 100 лет [1-3]. РФА состава вещества активно используется во многих отраслях промышленности, науке, криминалистике, искусстве, археологии уже много лет [4]. Существуют два основных метода определения количественного состава исследуемых объектов. Это метод стандартных образцов [4] и метод фундаментальных параметров [4]. При использовании первого метода требуется некоторое количество стандартных образцов с известным составом. По процентному содержанию элементов в этих стандартных образцах строятся градуировочные зависимости, по которым определяется содержание элементов в исследуемом образце. Также можно грубо оценить состав вещества с помощью метода фундаментальных параметров. Этот метод не требует наличия стандартных образцов, однако результаты, полученные этим методом, не обладают высокой точностью.

В настоящей работе предлагается новый метод определения количественного состава исследуемого объекта (ювелирного изделия):

- производится измерение спектра характеристического излучения от образца;
- по спектру определяется качественный состав образца;
- количественный состав образца подбирается с помощью программы расчета прохождения излучения через вещество методом Монте-Карло [5-7] путем подбора количественного содержания элементов в исследуемом образце.

^(*) П.С. Гуньков, gunkov-pavel@yandex.ru

Для измерения спектра характеристического излучения от образца был собран простейший макет рентгенофлуоресцентного анализатора, состоящий из рентгеновской трубки и SSD детектора. Детектор был откалиброван с помощью изотопов Fe55 и Am241. Спектр флуоресценции ювелирного изделия был измерен при напряжении на рентгеновской трубке 40 кВ. Спектр флуоресценции образца представлен на рис. 1. В ходе качественного анализа были определены элементы, из которых состояло изделие. На спектре видны пики золота, меди, серебра, цинка.

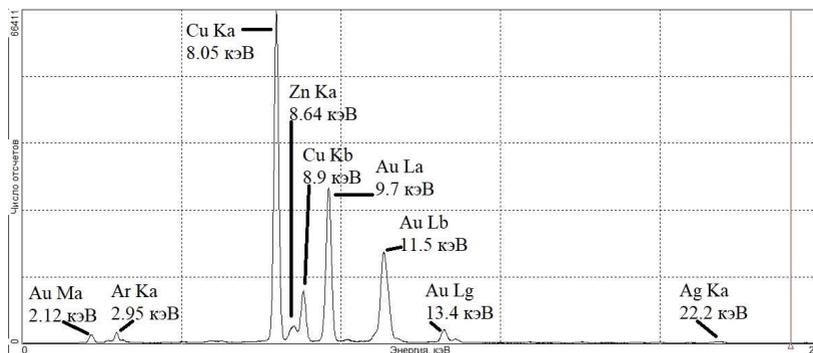


Рис. 1. Спектр флуоресценции образца

В рамках построения цифровой модели на первой стадии моделировалось рентгеновское излучение, генерируемое трубкой с родиевым анодом. Далее, полученный спектр использовался в качестве источника рентгеновского излучения (РИ) для облучения образца.

Была построена цифровая модель рентгенофлуоресцентного анализатора, которая представлена на рис. 2. Рентгеновское излучение от источника (1) проходит через слой воздуха (2) и попадает на исследуемый образец (3). Фотоны флуоресценции от образца регистрируются детектором (4).

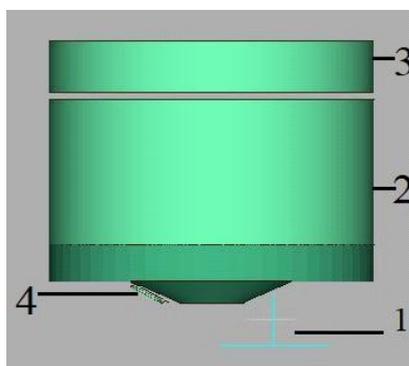


Рис. 2. Модель спектрометра, построенная в программе для расчета прохождения излучения через вещество 1- источник РИ, 2- слой воздуха, 3- исследуемый образец, 4- детектор

Анализируя измеренный на макете спектр характеристического излучения от образца, можно предположить, что образец состоит из золота 585 пробы. Если это так, то необходимо оценить количественное содержание примесей в исследуемом образце.

Количественное содержание примесей в исследуемом образце восстанавливалось на основе моделирования спектра флуоресценции с помощью программы [5].

Восстановленный и измеренный на макете рентгенофлуоресцентного анализатора спектры представлены на рис. 3. Нормировка смоделированного спектра производилась по La линии золота.

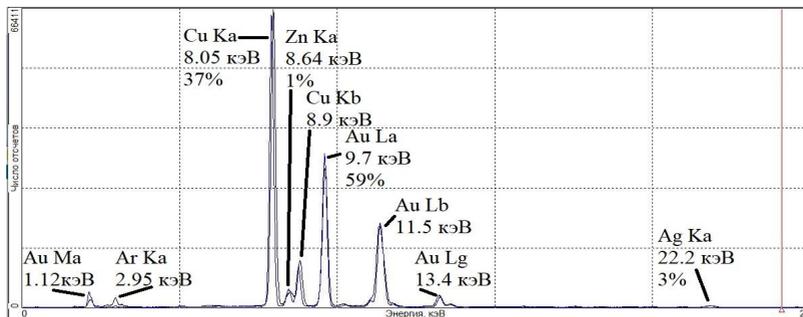


Рис. 3. Восстановленный и измеренный на макете рентгенофлуоресцентного анализатора спектры

Из рис. 3 видно, что смоделированный спектр достаточно хорошо совпадает с измеренным на приборе. Таким образом можно сделать вывод, что данный образец состоит из золота (59%), серебра (3%), меди (37%), цинка (1%) и действительно является золотом 585 пробы.

Данная работа показывает, что новый метод позволяет определить количественный состав исследуемого образца путем подгонки расчетного спектра к экспериментальному с помощью программы [5]. Точность определения количественного состава образца зависит от того, насколько хорошо смоделирована геометрия анализатора и степени соответствия между моделируемым спектром и экспериментальным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ядерная физика в интернете. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://nuclphys.sinp.msu.ru/arf/arf01.pdf> (дата обращения: 18.03.2024).
2. Duaene W., Hunt F.L. On x-ray wave-lengths // Phys.Rev. 1915. V.6. № 2. P. 166-172.
3. Ulrey C.T. An experimental investigation of the energy in the continuous x-ray spectra of certain elements. // Phys.Rev. 1918. V.11. № 5. P. 401-410.
4. Золотов Ю. А. Физико-химические методы анализа, М., 1991
5. Репникова Е.А., Деч А.В., Козловский С.С. Моделирование прохождения гамма-излучения через трехмерные многослойные структуры / 58XXX Юбилейная Неделя науки СПбГТУ. Материалы межвузовской научной конференции. – СПб., 2002. – Ч. V. – С. 58-59.
6. Багаев К.А., Козловский С.С. Применение компьютерного моделирования для калибровки детекторов в водной среде// Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. – 2011. – Т. 4. – С. 106-111.
7. Гуньков П.С., Козловский С.С., Бердников Я.А. Оптимизация параметров измерения на рентгенофлуоресцентном анализаторе с помощью программы для расчета прохождения излучения через вещество / X Всероссийская научно-практическая конференция производителей рентгеновской техники. Программа и материалы конференции. – СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2023. – С. 52-54.

АСИММЕТРИЯ СИВЕРСА В ГЛУБОКО НЕУПРУГОМ РАССЕЯНИИ МЮОНОН НА ПОПЕРЕЧНО ПОЛЯРИЗОВАННОМ ПРОТОНЕ ПРИ ЭНЕРГИИ 160 ГЭВ

Введение. Изучение спина нуклонов – это один из важнейших вопросов современной физики элементарных частиц. В эксперименте ЕМС [1] было показано, что спин нуклона не равен суммарному спину валентных кварков. Данная проблема получила название «спиновый кризис». Для исследования этой проблемы были проведены эксперименты HERMES [2] и COMPASS [3], в которых рассматривались явления полуйнклюзивного глубоко неупругого рассеяния (ПГНР) лептонов на поперечно поляризованном протоне. Было показано [4], что наблюдается азимутальная асимметрия образованных в процессе рассеяния мезонов. Возникновение азимутальных асимметрий связывается с эффектами Сиверса и Коллинза. Исходя из характера асимметрии в конкретном процессе, можно сказать о функциях распределения партонов (кварков) в нуклоне по поперечному импульсу в зависимости от спина. Изучение этих асимметрий позволяет углубить знания о спиновой структуре нуклона.

Цели и задачи работы. В работе [5] была реализована модель Stringspinner, которая добавляет эффекты поляризации в процессе фрагментации в Монте-Карло генератор событий PYTHIA8 [6], с помощью которой был произведен расчет асимметрии Коллинза, хорошо согласующийся с экспериментальными результатами. Целью данной работы является реализация модели эффекта Сиверса в Монте-Карло генераторе PYTHIA8 с использованием модели Stringspinner. На основе данной модели производится расчет спиновых азимутальных асимметрий Сиверса (см. ниже) ПГНР мюонов энергии 160 ГэВ на поперечно поляризованном протоне.

Методика исследования. Рассмотрим ПГНР в приближении однофотонного обмена. Трехмерная диаграмма процесса представлена на рис. 1.

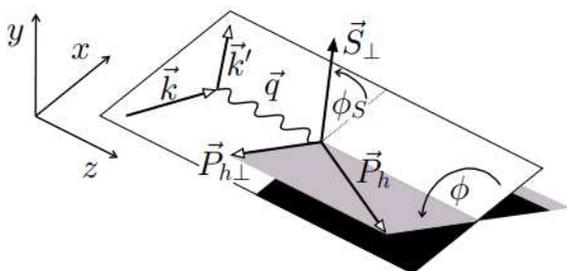


Рис. 1. Диаграмма процесса ПГНР в приближении однофотонного обмена

^(*) Е.В. Музьяев, muzyaev.ev@edu.spbstu.ru

Здесь \vec{k} – импульс лептона, S_T – вектор поляризации, \vec{P}_h – импульс образовавшегося адрона, ϕ – угол между плоскостью рассеяния и импульсом адрона, ϕ_S – угол между вектором поляризации и плоскостью рассеяния.

Дифференциальное сечение рождения адронов в ПГНР на поперечно поляризованном протоне можно представить в виде ряда по степеням 4-импульса виртуального фотона Q^2 [7]:

$$\frac{d\sigma^{IN \rightarrow hX}}{dxdy d\phi_S dz d\phi dP_{h\perp}^2} \propto \left\{ S_T \left[\sin(\phi - \phi_S) F_{UT}^{\sin(\phi - \phi_S)} + D_{NN} \sin(\phi + \phi_S) F_{UT}^{\sin(\phi + \phi_S)} \right] + \dots \right\},$$

где D_{NN} – фактор деполаризации фотона (отношение продольной части пучка к поперечной). $F_{UT}^{\sin(\phi - \phi_S)}$ – функция фрагментации Сиверса, $F_{UT}^{\sin(\phi + \phi_S)}$ – функция фрагментации Коллинза. Нижние индексы означают поляризацию пучка и мишени соответственно: U – неполяризованное состояние, T – поперечная поляризация.

В сечение образования адронов основной вклад вносят две односпиновые азимутальные асимметрии – Сиверса (в зависимости от $\sin(\phi - \phi_S)$) и Коллинза (от $\sin(\phi + \phi_S)$). Асимметрия можно представить в виде отношения функции фрагментации в поляризованной мишени к функции фрагментации в неполяризованном случае. Асимметрия $\sin(\phi - \phi_S)$ возникает в результате эффекта Сиверса – корреляции поперечного импульса неполяризованных партонов с поперечным спином нуклона.

Распределение множественности образовавшегося адрона h зависит от асимметрии Сиверса как [7]

$$\frac{dN_h}{dx_{Bj} dz dP_T d\phi_{Siv}} \propto 1 + S_T A_{Siv} \sin(\phi - \phi_S),$$

где A_{Siv} – асимметрия Сиверса.

Моделирование процессов ПГНР было произведено в модифицированном Монте-Карло генераторе PYTHIA8 [6] с использованием плагина StringSpinner [5]. Данный плагин использует модель фрагментации поляризованных партонов 3P_0 [8] и предназначен для расчета асимметрии Коллинза в ПГНР. Для расчета асимметрии Сиверса была использована модель из плагина, но были учтены спиновые модуляции $\sin(\phi - \phi_S)$ и исключен фактор деполаризации.

Представим расчет асимметрии Сиверса согласно этой модели. Процесс разбивается на несколько кинематических регионов по переменной Бьеркена x_{Bj} (доля поперечного 4-импульса партона от 4-импульса нуклона), в которых суммируется по отдельности азимутальная модуляция $\sin(\phi - \phi_S)$, вектор поляризации S_T от каждого попавшего в кинематический регион события, затем полученные значения нормируются на число событий. Далее асимметрия Сиверса считается по формуле:

$$A_{Siv} = \frac{\langle \sin(\phi - \phi_S) \rangle}{\langle S_T \rangle},$$

где скобки $\langle \rangle$ означают нормированные значения.

Результаты. Для моделирования процессов ПГНР использовалась кинематика эксперимента COMPASS. Рассчитаны асимметрии Сиверса для заряженных пионов в зависимости от переменной Бьеркена x_{Bj} в кинематической области $\{0,003; 0,4\}$. Проведено сравнение полученных результатов с данными эксперимента COMPASS, представленное на рис. 2. Данные получены с помощью PYTHIA8 с модифицированным StringSpinner (пустые точки), экспериментальные данные – черные треугольники. Число сгенерированных событий – 2 миллиона.

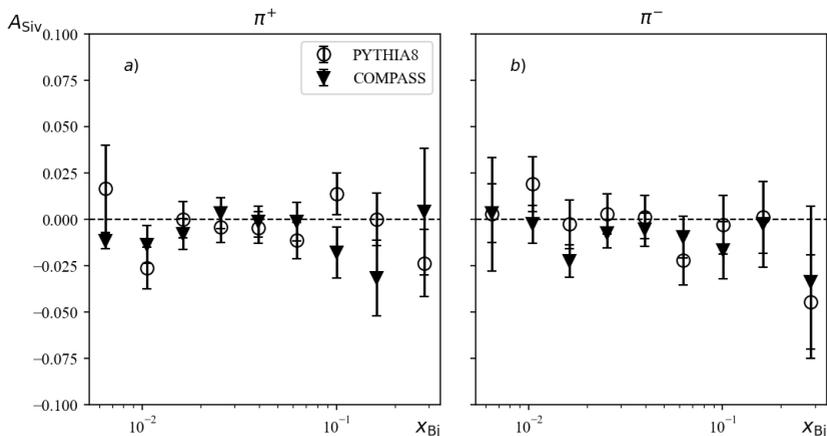


Рис. 2. Графики зависимостей асимметрии Сиверса A_{Siv} от переменной Бьеркена x_{Bj} в рассеянии мюнов μ^- энергии 160 ГэВ на поперечно-поляризованных протонах с рождением положительных (π^+) мезонов (а) и отрицательных (π^-) мезонов (б).

Выводы. В представленной работе разработан метод расчета Асимметрии Сиверса с использованием PYTHIA8+StringSpinner. Результаты моделирования с учетом погрешностей совпадают с экспериментальными данными, что позволяет использовать данную модель для расчетов асимметрии Сиверса заряженных пионов в ПГНР мюона на поляризованном протоне.

ЛИТЕРАТУРА

1. Leader E., Anselmino M. A. Crisis in the Parton Model: Where, Oh Where Is the Proton's Spin? // Zeitschrift für Physics C Particles and Fields. – 1988. – Vol. 41. – P. 239.
2. Airapetian A. Single-spin asymmetries in semi-inclusive deep-inelastic scattering on a transversely polarized hydrogen target // Phys. Rev. Lett. – 2005. – Vol. 94. – P. 2-12.
3. Abbon, P., et. al. The COMPASS experiment at CERN // Nuclear Instrumental Methods A. – 2007. – Vol. 577. – P. 455-518.
4. Adolf C., et al. Measurement of azimuthal hadron asymmetries in semi-inclusive deep inelastic scattering off unpolarised nucleons // Nuclear Physics B. – 2014. – Vol. 886. – P. 1046-1077.
5. Kerbizi A., Lönnblad L. Extending StringSpinner to handle vector-meson spin // Computer Physics Communication. – 2022. – Vol. 22 – P. 108234.
6. Sjöstrand T., Mrenna S., Skands P., A brief introduction to PYTHIA 8.1 // Computer Physics Communications. – 2008. – Vol. 178. – P. 852–867.
7. M. Anselmino M., Boglione M., D'Alesio U., Melis S., Murgia F., Nocera E.R., Prokudin A. General Helicity Formalism for Polarized Semi-Inclusive Deep Inelastic Scattering // Physical Review D. – 2011. – Vol. 83. – P. 114019.
8. Kerbizi A., Artru X., Belghobsi Z., Martin A. Simplified recursive 3P_0 model for the fragmentation of polarized quarks // Phys.Rev.D. – 2019. – Vol. 100. – P. 014003.

РЕЗОНАНСНАЯ КИНЕМАТИКА РОЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫХ ПАР И ЭЛЕКТРОНА ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ С СИЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНОЙ

Введение. Важной особенностью процессов КЭД высших порядков по постоянной тонкой структуры во внешнем поле является возможность их резонансного протекания, когда виртуальные промежуточные частицы выходят на массовую оболочку (резонансы Олейника, см., например, [1,2]). При этом, возникают существенные ограничения на резонансные энергии и углы вылета для конечных частиц.

В рамках настоящей работы теоретически изучена резонансная кинематика процесса рождения ультрарелятивистских электрон-позитронных пар и электрона при столкновении ультрарелятивистских электронов с сильной электромагнитной волной. В дальнейшем мы будем использовать релятивистскую систему единиц: $\hbar = c = 1$.

Исходные положения. В рамках данной задачи основным параметром является классический релятивистски-инвариантный параметр:

$$\eta = eF\tilde{\lambda}/m, \tag{22}$$

численно равный отношению работы поля над электроном на длине волны к энергии покоя электрона, здесь e и m – заряд и масса электрона, F и $\tilde{\lambda} = c/\omega$ – напряженность поля и длина волны, ω – частота поля. Мы будем изучать данный резонансный процесс для сильных полей, когда параметр $\eta \gtrsim 1$. Отметим, что в случае $\eta \ll 1$ данная задача изучалась в работе [3].

Резонансная кинематика. В условиях резонанса во внешнем поле промежуточный фотон выходит на массовую поверхность, поэтому исходный процесс второго порядка по постоянной тонкой структуры эффективно распадается на два процесса первого порядка: стимулированные внешним полем Комптон-эффект (в первой вершине) и процесс Брейта-Уиллера (во второй вершине). На рисунке 1 изображены диаграммы Фейнмана для двух каналов (А, В) процесса в условиях резонанса.

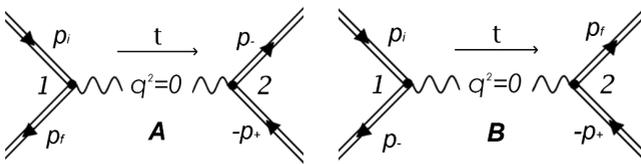


Рис. 1. Диаграмма Фейнмана резонансного процесса рождения электрон-позитронной пары и электрона при столкновении электрона с сильной монохроматической электромагнитной волной.

Рассматриваются ультрарелятивистские энергии начальных и конечных частиц: $E_{i,f,\pm} \gg m_*$, где m_* – эффективная энергия покоя электрона (позитрона) в поле волны. При этом, все частицы летят в узком конусе углов: $\theta_{if}, \theta_{\pm} \ll 1$, где $\theta_{if} = \angle(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_f)$, $\theta_{\pm} = \angle(\mathbf{p}_+, \mathbf{p}_-)$ – углы между импульсами частиц $\mathbf{p}_{i,f,\pm}$. Отметим, что данный узкий конус должен лежать

^(*) М.В. Шахов, shahov.mv@edu.spbstu.ru

вдали от направления распространения волны (иначе резонансы пропадают [2]). В условиях резонанса Олейника достаточно рассмотреть лишь один из каналов реакции.

Используя законы сохранения в первой и второй вершинах в условиях резонанса ($q^2 = 0$), а также общий закон сохранения, получим следующие решения для энергий конечного электрона и электрон-позитронной пары:

$$\begin{cases} x_f^{(\pm)} = \frac{2 + \varepsilon_{iC(l_1)} \pm \sqrt{\varepsilon_{iC(l_1)}^2 - 4\delta_{jf}^2}}{2(1 + \delta_{jf}^2 + \varepsilon_{iC(l_1)})}, \\ x_{\pm}^{(\pm)} = \frac{\varepsilon_{iBW(l_2)}}{\delta_{\pm}^2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{\delta_{\pm}^2}{\varepsilon_{iBW(l_2)}^2}} \right); \end{cases} \quad (23)$$

$$\delta_{jf}^2 = \frac{E_i^2 \theta_{jf}^2}{m_e^2}, \quad \varepsilon_{iC(l_1)} = l_1 \varepsilon_{iC}, \quad \varepsilon_{iC} = \frac{E_i}{\omega_C}, \quad \omega_C = \frac{m_e^2}{4\omega \sin^2(\theta/2)}; \quad (24)$$

$$\delta_{\pm}^2 = \frac{E_i^2 \theta_{\pm}^2}{4m_e^2}, \quad \varepsilon_{iBW(l_2)} = l_2 \varepsilon_{iBW}, \quad \varepsilon_{iBW} = \frac{E_i}{\omega_{BW}}, \quad \omega_{BW} = 4\omega_C. \quad (25)$$

Здесь $x_{f,\pm} = E_{f,\pm} / E_i$ - нормированные энергии конечных частиц, а ε_{iC} и ε_{iBW} - характерные энергии стимулированных Комптон-эффекта и процесса Брейта-Уиллера. Согласование стимулированных внешним полем процессов первого порядка в первой и второй вершинах осуществляет закон сохранения энергии

$$1 - x_f = 2x_{\pm}, \quad (26)$$

В результате этого, получим искомые резонансные энергии конечных частиц и их углы вылета.

$$\begin{cases} x_f^{(+)} = \frac{2 + \varepsilon_{iC(l_1)} + \sqrt{\varepsilon_{iC(l_1)}^2 - 4\delta_{jf}^2}}{2(1 + \delta_{jf}^2 + \varepsilon_{iC(l_1)})}, & \delta_{jf}^2 \in \left[\frac{(\varepsilon_{iC(l_1)} + 1)(\varepsilon_{iBW(l_2)} - 1) - \varepsilon_{iBW(l_2)}}{(\varepsilon_{iBW(l_2)} - 1)^2}; \frac{1}{4} \varepsilon_{iC(l_1)}^2 \right], \\ x_f^{(-)} = \frac{2 + \varepsilon_{iC(l_1)} - \sqrt{\varepsilon_{iC(l_1)}^2 - 4\delta_{jf}^2}}{2(1 + \delta_{jf}^2 + \varepsilon_{iC(l_1)})}, & \delta_{jf}^2 \in \left[0; \frac{1}{4} \varepsilon_{iC(l_1)}^2 \right]; \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{cases} x_{\pm}^{(+)} = \frac{\varepsilon_{iBW(l_2)}}{\delta_{\pm}^2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{\delta_{\pm}^2}{\varepsilon_{iBW(l_2)}^2}} \right), & \delta_{\pm}^2 \in \left[4 \frac{(\varepsilon_{iC(l_1)} + 1)}{\varepsilon_{iC(l_1)}^2} (\varepsilon_{iC(l_1)} (\varepsilon_{iBW(l_2)} - 1) - 1); \varepsilon_{iBW(l_2)}^2 \right], \\ x_{\pm}^{(-)} = \frac{\varepsilon_{iBW(l_2)}}{\delta_{\pm}^2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\delta_{\pm}^2}{\varepsilon_{iBW(l_2)}^2}} \right), & \delta_{\pm}^2 \in \left[0; \varepsilon_{iBW(l_2)}^2 \right]; \end{cases} \quad (28)$$

$$l_1 \geq 1, \quad l_2 \geq l_{2\min} = \left[\frac{1}{\varepsilon_{iBW}} \left(2 + \frac{2}{\varepsilon_{iC(l_1)}} \right) \right]. \quad (29)$$

Уравнения (27) - (29) полностью определяют резонансную кинематику процесса. На рисунке 2 представлен график энергий конечных частиц при следующих значениях начальных параметров:

$$\theta_i = \pi, \quad \eta = 1, \quad \omega = 1 \text{ keV}, \quad E_i = 50 \text{ GeV}. \quad (30)$$

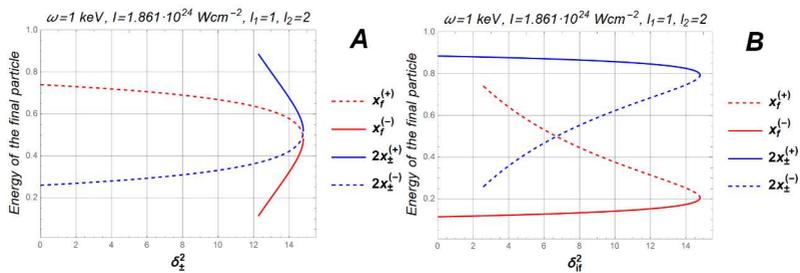


Рис. 2. А) зависимость энергий конечных частиц от углового параметра δ_{\pm}^2 (27) - (28) при значениях (30); В) зависимость энергий конечных частиц от углового параметра δ_{ij}^2 (27) - (28) при значениях (30).

Разрешая уравнения (27) - (28) относительно угловых параметров можно получить графики согласования углов вылета конечных частиц в условиях (30) (смотри рис. 3).

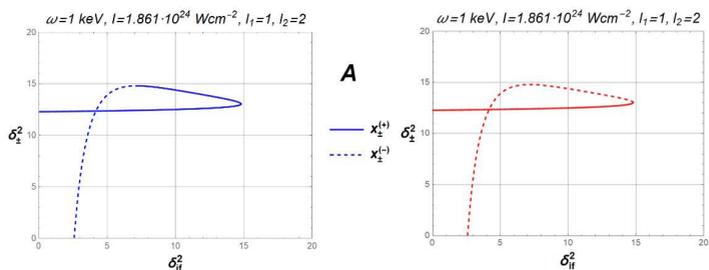


Рис. 3. А) график согласования углов для энергии пары; В) график согласования углов для энергии электрона.

Заключение. В работе рассмотрена резонансная кинематика процесса рождения электрон-позитронной пары и электрона при столкновении ультрарелятивистского электрона с сильной электромагнитной волной. Получены выражения для энергий конечных частиц от углов вылета и числа фотонов в первой и второй вершине. Показана существенная зависимость резонансных энергий конечных частиц от их углов вылета, а также от характерных параметров Комpton-эффекта и процесса Брейта-Уиллера.

ЛИТЕРАТУРА

1. Oleinik V.P. Resonance effects in the field of an intense laser beam // Sov. Phys. JETP. – 1967. – Vol. 25 (4). – P. 697-708.
2. Roshchupkin S.P. Resonant effects in collisions of relativistic electrons in the field of a light wave // Laser Phys. – 1996. – Vol. 6 (5). – P. 837-858.
3. Sizykh G.K., Roshchupkin S.P., Dubov V.V. Resonant Ultrarelativistic Electron–Positron Pair Production by High-Energy Electrons in the Field of an X-ray Pulsar // Universe. – 2020. – Vol. 6 (9). – P. 132.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗРЕШЕНИЯ ПЛОСКОСТИ СОБЫТИЯ В He+Au
СТОЛКНОВЕНИЯХ ПРИ ЭНЕРГИИ 200 ГэВ

Введение. Одним из методов изучения процессов образования кварк-глюонной плазмы (КГП) является измерение азимутальной анизотропии рождения адронов, образующихся в ультрарелятивистских ядерных столкновениях. Определение эллиптического потока (v_2), описывающего азимутальное распределение частиц, позволяет выявить особенности рождения адронов относительно плоскости реакции, образованной осью пучка и прицельным параметром (b) [1]. Координаты осей столкновения ядер не могут быть определены непосредственно в эксперименте [2], вследствие чего азимутальный угол плоскости реакции оценивают с помощью измерения плоскостей события по азимутальным углам вылета частиц, зарегистрированных в детекторах. Разница между измеренными плоскостями события и истинными значениями плоскости реакции учитывается с помощью поправки — разрешения плоскости события (Res), которое, обычно, в ассиметричных системах столкновений определяется в трех детекторных подсистемах [3]. Ввиду ограниченного акцептанса и возможных неполадок в работе детекторов, распределения измеренных плоскостей события по азимутальному углу анизотропны, в связи с чем производится их калибровка.

Цели и задачи работы. Целью работы является определение разрешения плоскости события в столкновениях He+Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ. В задачи работы входят калибровка углового распределения плоскостей события в трех детекторных подсистемах экспериментальной установки PHENIX и применение метода трех подсобытий [4] для определения величины Res как функции от центральности, что позволяет впоследствии измерить значения v_2 .

Методика измерения. Для устранения неточностей в определении плоскости события, вызванных неисправностями в работе детекторов, применяют стандартные процедуры корректировки Q -вектора (Q_n) [5], где его компоненты ($Q_{n,x}$), ($Q_{n,y}$) определяют азимутальный угол плоскости события (Ψ_n):

$$n\Psi_n = \arctan \frac{Q_{n,x}}{Q_{n,y}}, \quad (1)$$

где $Q_{n,x} = \sum_i^N \cos n\phi_i$, $Q_{n,y} = \sum_i^N \sin n\phi_i$, N — количество зарегистрированных частиц в столкновении, ϕ_i — азимутальный угол вылета частицы; $n = 2$, поскольку корректировка производилась с целью последующего определения v_2 , который характеризуется вторым коэффициентом разложения Фурье функции распределения частиц по азимутальному углу относительно плоскости реакции. Впоследствии для всех выражений принимается $n = 2$.

В данной работе использовались два метода калибровки плоскости события: центрирование и уплощение [6]. На этапе центрирования было получено изотропное распределение плоскости события по азимутальному углу (Ψ_n^I):

$$n\Psi_n^I = \arctan \frac{Q_{x,n}^I}{Q_{y,n}^I}, \quad (2)$$

где $Q_{x,n}^I = Q_{x,n} - \langle \cos n\phi \rangle$, $Q_{y,n}^I = Q_{y,n} - \langle \sin n\phi \rangle$ — компоненты Q -вектора после процедуры центрирования.

Остаточные искажения были устранены методом уплощения с помощью функции:

^(*) С.Д. Комарова, snezha.komarova.2014@mail.ru

$$\psi_n^{II} = \psi_n^I + \sum_{j=1}^4 \frac{2}{j} (-\sin jn\psi_n^I) \cos jn\psi_n^I + \langle \cos jn\psi_n^I \sin jn\psi_n^I \rangle, \quad (3)$$

где ψ_n^{II} – конечное угловое распределение плоскости события после процедур калибровки.

После корректировки плоскости события значения Res определялись с помощью детектора FVTXS, установленного на эксперименте PHENIX. Величина Res показывает степень различия измеренной плоскости события (ψ_2^{FVTXS}) и истинной плоскости реакции (ψ_2^{RP}):

$$Res(\psi_2^{FVTXS}) = \langle \cos 2(\psi_2^{FVTXS} - \psi_2^{RP}) \rangle. \quad (4)$$

Значение ψ_2^{RP} изначально неизвестно, в связи с чем для оценки величины Res был применен метод трех подсобытий с использованием плоскостей события, измеренных детекторами FVTXS (ψ_{FVTXS}), BBSC (ψ_{BBSC}), CNT (ψ_{CNT}) [1]:

$$Res = \sqrt{\frac{\langle \cos 2(\psi_{FVTXS} - \psi_{CNT}) \rangle \langle \cos 2(\psi_{FVTXS} - \psi_{BBSC}) \rangle}{\langle \cos 2(\psi_{CNT} - \psi_{BBSC}) \rangle}}. \quad (5)$$

В результате расчетов были получены значения $Res(\psi_2^{FVTXS})$ в 7 диапазонах по центральности в He+Au взаимодействиях при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ (0-5%, 5-10%, 10-20%, 20-30%, 30-40%, 40-50%, 50-60%). Выбор указанных диапазонов по центральности обусловлен достаточным количеством экспериментальных данных, необходимым для корректного расчета значений $Res(\psi_2^{FVTXS})$.

Результаты. В качестве примера на рис. 1 а) и б) представлены угловые распределения плоскости события для детектора FVTXS. Аналогичные плоские распределения были получены для детекторов BBSC и CNT. Основной вклад в калибровку вносит процедура центрирования, в то время как уплощение позволяет устранить остаточные неравномерности и оказывает незначительное влияние на конечное распределение. Набор данных, полученных в системе столкновений He+Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ, распределялся на две статистические выборки. В выборку MB события отбирались в области малых и промежуточных значений поперечного импульса ($1,5 < p_T^{MB} < 5$ ГэВ/с), а в ERT в области больших значений поперечного импульса ($p_T^{ERT} > 5$ ГэВ/с). Из рисунка 1 видно, что объем выборки MB на два порядка превосходит объем выборки ERT. Это связано с критериями отбора данных триггера редких событий ERT по сравнению с MB, регистрирующим большее количество событий ввиду низкого порога срабатывания [7]. Подобное различие оказывает влияние на характер конечного распределения плоскости событий. Так, для триггера в выборке MB конечное распределение является плоским, а в ERT наблюдаются небольшие флуктуации ввиду ограниченного объема статистических данных.

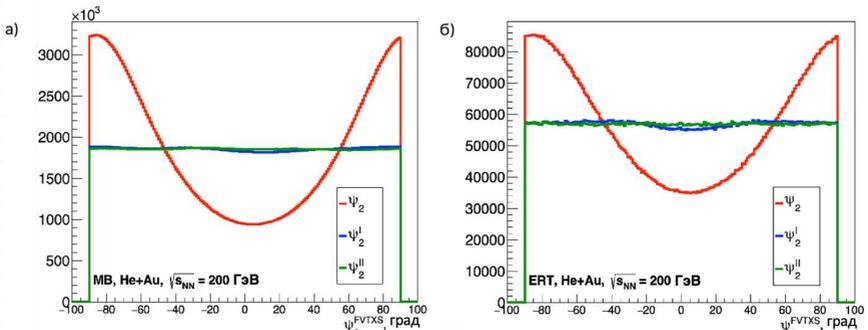


Рис. 1. Угловые распределения плоскости события выборки MB а) и выборки ERT б), полученные с помощью детектора FVTXS в столкновениях He+Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ

Значения Res в интервале по центральности 0-60% в столкновениях He+Au, полученные для двух выборок MB и ERT, представлены на рис. 2 а) и б). Большие значения статистических неопределенностей в периферических столкновениях в выборке ERT по сравнению с выборкой MB указывают на ограниченность ее использования при больших центральных столкновениях, что может привести к невозможности измерения значений v_2 в интервале поперечных импульсов $p_T > 5$ ГэВ/с в нецентральных столкновениях. Полученные значения Res в MB и ERT выборках совпадают с учетом неопределенностей во всем диапазоне по центральности.

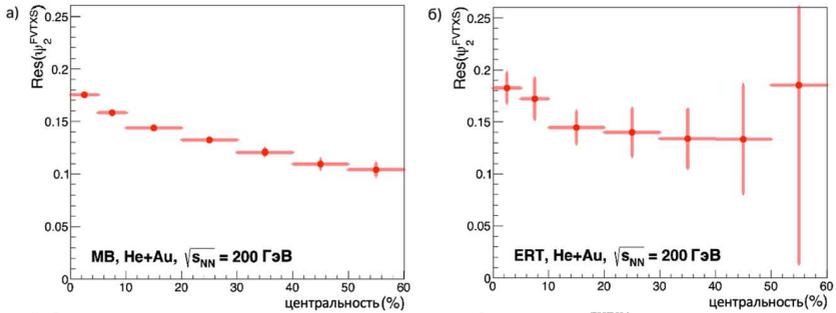


Рис. 2. Зависимость углового разрешения плоскости события $Res(\psi_2^{FVTKS})$ от центральности для выборки MB а) и выборки ERT б)

Выводы. В настоящей работе представлены результаты калибровки угловых распределений плоскости события для детектора FVTKS. Показано, что угловое распределение плоскости события для MB выборки качественно сопоставимо с распределением для ERT.

Установлено, что значения Res , полученные для MB и ERT выборок, совпадают с учетом неопределенностей во взаимодействиях He+Au во всем диапазоне по центральности. Полученный результат указывает на слабую зависимость значений Res от геометрии области перекрытия ядер в столкновениях He+Au. Измеренная величина Res приобретает малые значения, что согласуется с ранее полученными результатами для таких малых систем столкновений как p/d+Au [8].

ЛИТЕРАТУРА

1. Adare A. et al. (PHENIX Collab.) Formation of dense partonic matter in relativistic nucleus-nucleus collisions at RHIC: Experimental evaluation by the PHENIX collaboration // Nucl. Phys. A. – 2005. - Vol. 757. – P.184-283.
2. Adare A. et al. (PHENIX Collab.) Systematic study of azimuthal anisotropy in Cu+Cu and Au+Au collisions at 62.4 and 200 GeV // Phys. Rev. C. – 2015. – Vol. 92. – P.034913.
3. Adare A. et al. (PHENIX Collab.) Azimuthally anisotropic emission of low-momentum direct photons in Au+Au collisions at 200 GeV // Phys. Rev. C. – 2016. - Vol. 94. – P.064901.
4. Adare A. et al. (PHENIX Collab.) Measurements of second-harmonic Fourier coefficients from azimuthal anisotropies in p+p, p+Au, d+Au, and He+Au collisions at 200 GeV // Phys. Rev. C. – 2023. - Vol. 107. – P.024907.
5. Adare A. et al. (PHENIX Collab.) Multiparticle azimuthal correlations for extracting event-by-event elliptic and triangular flow in Au+Au collisions at 200 GeV // Phys. Rev. C. – 2019. - Vol. 99. – P.024903.
6. Selyuzhenkov I., Voloshin S. Effects of nonuniform acceptance in anisotropic flow measurements // Phys. Rev. C. – 2008. - Vol. 77 – P.034904.

7. Aizawa M. et al. (PHENIX Collab.) PHENIX central arm particle ID detectors // Nucl. Instrum. Methods A. – 2003. – Vol. 499. – P.508-520.
8. Adare A. et al. (PHENIX Collab.) Creation of quark–gluon plasma droplets with three distinct geometries // Nature phys. – 2019. – Vol. 15. – P.214-220.

УДК 539.12

С.М. Анцупов, Я.А. Бердников

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

СИСТЕМАТИЧЕСКИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИНВАРИАНТНОГО СПЕКТРА $K^*(892)$ МЕЗОНОВ В AU+AU СТОЛКНОВЕНИЯХ ПРИ ЭНЕРГИИ $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГЭВ

Введение. Кварк-глюонная плазма (КГП) [1] — экзотическое состояние вещества, в котором кварки и глюоны не связаны в адроны. Данное состояние материя достигает при очень большой плотности энергии, которая может быть получена при столкновении ультрарелятивистских тяжелых ядер. Одним из признаков образования КГП является увеличенный выход странных кварков [2, 3]. Данное явление можно наблюдать путем измерения факторов ядерной модификации для странных (содержащих странный кварк) частиц, одной из которых является $K^*(892)$ [3] мезон. Факторы ядерной модификации вычисляются по формуле:

$$R_{AB} = \frac{1}{N_{coll}^{AB}} \frac{\frac{1}{2\pi p_T} \frac{d^2 N_{AB}}{dp_T dy}}{\frac{1}{2\pi p_T} \frac{d^2 N_{pp}}{dp_T dy}} (1),$$

где N_{coll}^{AB} — среднее число попарных нуклон-нуклонных соударений в одном ядро-ядерном столкновении A+B,

$1/(2\pi p_T) d^2 N_{AB}/dp_T dy$ — инвариантный спектр частиц в ядро-ядерных столкновениях A+B,

$1/(2\pi p_T) d^2 N_{pp}/dp_T dy$ — инвариантный спектр частиц в протон-протонных столкновениях, p_T — поперечный импульс частиц, y — быстрота частиц.

Измеряя факторы ядерной модификации для частиц, выход которых изменяется в кварк-глюонной плазме по сравнению с протон-протонными столкновениями, можно получить информацию о свойствах КГП, поскольку КГП не образуется в протон-протонных столкновениях при энергии столкновения 200 ГэВ [4].

Цели работы. Изучение свойств КГП в столкновениях Au+Au при энергии 200 ГэВ на нуклон при помощи $K^*(892)$ мезонов.

Задачи работы. Разработка и применение методики для оценки систематических неопределенностей инвариантного спектра $K^*(892)$ мезона при энергии 200 ГэВ на нуклон, полученного с помощью ранее разработанного алгоритма для обработки данных в эксперименте PHENIX [5] на коллайдере RHIC [6], для разных промежутков по поперечному импульсу и разных классов событий по центральности.

Методика работы. Для определения систематических неопределенностей инвариантного спектра $K^*(892)$ мезона, были исследованы переменные, которые были использованы для вычисления инвариантного спектра, и которые имеют систематическую неопределенность. Данными переменными являются: поперечный импульс, эффективность регистрации продуктов распада $K^*(892)$, количество $K^*(892)$ мезонов, сигналы которых удалось восстановить. Для этого были оценены систематические неопределенности данных переменных и их влияние на инвариантный спектр $K^*(892)$ мезона из чего была получена

^(*)С.М. Анцупов, antsupov.sm@edu.spbstu.ru

систематическая неопределенность инвариантного спектра, связанная с данными переменными.

Для оценки влияния неопределенности поперечного импульса на инвариантный спектр поперечный импульс в Монте-Карло моделировании, используемой для получения эффективности регистрации $K^*(892)$ мезона, был проварьирован на величину энергетического разрешения детекторной системы PHENIX. Относительная систематическая неопределенность инвариантного спектра, связанная с поперечным импульсом, была рассчитана как неопределенность эффективности регистрации $K^*(892)$ мезонов при вариации поперечного импульса.

Неопределенность эффективности регистрации продуктов распада $K^*(892)$ мезонов была рассчитана через разницу нормированных экспериментальных и смоделированных геометрических распределений сигналов в детекторах. Для моделирования были использованы заряженные пионы, каоны, протоны и соответствующие им античастицы с распределением по поперечному импульсу и углу, соответствующему экспериментальным. Эффективность регистрации продуктов распада $K^*(892)$ мезонов была затем проварьирована на ее неопределенность в моделировании $K^*(892)$. Относительная систематическая неопределенность инвариантного спектра, связанная с эффективностью регистрации продуктов распада $K^*(892)$ мезона, была рассчитана как неопределенность эффективности регистрации $K^*(892)$ мезона при вариации эффективности регистрации его продуктов распада.

Количество $K^*(892)$ мезонов, сигналы которых удалось восстановить, определяется как интеграл функции распределения Брейта-Вигнера, которой был аппроксимирован сигнал $K^*(892)$ мезонов в распределении инвариантной массы пар частиц. Неопределенность в данном случае исходит из неопределенности аппроксимации. Для определения данной неопределенности диапазон аппроксимации был проварьирован в пределах 0.5 Г — ширины аппроксимации Брейта-Вигнера сигнала $K^*(892)$. Неопределенность инвариантного спектра, связанная с количеством $K^*(892)$ мезонов, сигналы которых удалось восстановить, была получена как неопределенность количества $K^*(892)$ мезонов, сигналы которых удалось восстановить, при разных вариациях диапазона аппроксимации сигнала $K^*(892)$.

Выводы. Из полученных систематических неопределенностей методом распространения неопределенности [7] была рассчитана результирующая систематическая неопределенность инвариантного спектра $K^*(892)$ мезона в промежутках по поперечному импульсу 0.9-1.1, 1.1-1.4, 1.4-1.7, 1.7-1.9, 1.9-2.1, 2.1-2.3, 2.3-2.6, 2.6-2.9, 2.9-3.4, 3.4-4, 4-4.5, 4.5-5 ГэВ/с для классов событий по центральности 0-20%, 20-40%, 40-60%, 60-93%, 0-93%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Van Hove, Léon Charles Prudent. Theoretical prediction of a new state of matter, the "quark-gluon plasma" (also called "quark matter") // 17th International Symposium on Multiparticle Dynamics. - 1986. - P. 801 - 818.
2. Spyridon Margetis, Karel Safarik, Orlando Villalobos Baillie. Strangeness Production in Heavy-Ion Collisions // Annual Review of Nuclear and Particle Science. - 2000. - Vol. 50. - P. 299 - 342.
3. R.L. Workman et al. (Particle Data Group). Reviews of Particle Physics // Prog. Theor. Exp. Phys. - 2022. - Vol. 2020. - I. 8. - № 083C01.
4. J. F. Owens, E. Reya, and M. Glück. Detailed quantum-chromodynamic predictions for high-pT processes // Phys. Rev. D. - 1978. - Vol. 18. - P. 1501-1514.
5. O'Brien, Edward J. Overview of the PHENIX Experiment // AIP Conference Proceedings. - 2003. - Vol. 698. - P. 745-750.
6. T. Ludlam M. Harrison, T. Ludlam, and S. Ozaki. RHIC project overview // Nucl. Instr. Meth. A. - 2004. - Vol. 499. - P. 235-244.

УДК 539.12

А.А. Васильев¹, И.Г. Голиков², А.И. Халиков¹, И.И. Шевченко²

¹«Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова» Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»

²Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМА ОБЛУЧЕНИЯ НА УСКОРИТЕЛЕ ПРОТОНОВ С ЭНЕРГИЙ 1000 МЭВ, ПИЯФ

Актуальность. На ускорителе протонов СЦ-1000 [1] в НИЦ "Курчатовский институт" – ПИЯФ проводятся исследования возможности использования протонов с энергией 1000 МэВ для лучевой терапии. Лучевая терапия с применением пучка протонов, получаемого на синхроциклотроне СЦ-1000, проводилась с 1975 по 2013 г. [2].

Важной задачей при планировании лучевой терапии, в частности терапии протонами с энергией 1000 МэВ, является моделирование и расчет дозовых полей. В работе [3] описан алгоритм математического моделирования ротационного облучения и показано совпадение полученных распределений доз с результатами измерений на ускорителе СЦ-1000 в НИЦ "Курчатовский институт" – ПИЯФ.

В данной работе проведено моделирование облучения фантома в различных режимах с помощью этого алгоритма. Рассчитаны дозовые распределения для разного числа поворотов деки, n при одинаковой дозе в изоцентре. Показано, как изменяется пространственное распределение дозы в зависимости от значения n . Полученные распределения позволяют выбрать оптимальный режим облучения.

Цели и задачи работы. Целью данной работы является расчет дозовых распределений для разного числа поворотов деки при одинаковой дозе в изоцентре и выбор оптимального режима облучения.

Методика исследования. В работе представлены результаты моделирования облучения мишени протонами 1000 МэВ с применением ротационной техники облучения. Неподвижная система координат связана с пучком протонов. Ось OY направлена по оси пучка, ось OZ вертикально вверх. Подвижная система координат связана с облучаемым объектом (фантомом). В начальный момент времени системы координат совпадают. Все дозовые распределения приведены в системе мишени. Мишень на лучевой установке поворачивают попеременно вокруг осей OX и OZ . Основными компонентами лучевой установки является основание лечебного стола и прибор-фиксатор головы. Данные элементы позволяют поворачивать объект на фиксированные углы, формируя дозовое распределение в мишени. Преимуществом данной техники является высокий пространственный градиент дозовых полей в области действия пучка и умеренные значения дозы вне пучка. Это обеспечивает низкую дозовую нагрузку на здоровые ткани и жизненно важные органы.

Основную роль при формировании глубинного дозового распределения является поворот объекта вокруг осей OX и OZ на углы, определяемые при планировании облучения. Для формирования дозового распределения в вертикальной плоскости прибор-фиксатор головы совершает маятникообразное движение вокруг оси OX на угол φ в диапазоне от $-a$ до

(*) И.И. Шевченко, shevchenko.ii@edu.spbstu.ru

$+\alpha$. Основание лечебного стола при этом неподвижно. Формирование дозового распределения в горизонтальной плоскости осуществляется с помощью поворота основания лучевой установки вокруг оси OZ на угол θ , прибор-фиксатор головы при этом остается неподвижным.

Стартовым положением лучевой установки является: поворот прибора-фиксатора на угол $-\alpha$, а основания лечебного стола на угол $-\theta$. Перед процедурой объект облучения фиксируется и перемещается в изоцентр лучевой установки. Лучевая терапия начинается во время включения пучка протона и запуска прибора-фиксатора головы, в то время как основание лучевой установки неподвижно. После маятникообразного движения прибора-фиксатора головы на угол от $-\alpha$ до α происходит его фиксация и начинается движение основания стола на угол $\beta = \frac{\theta}{n}$, где n – заданное число поворотов (шагов) стола, а θ – суммарный угол поворота стола. Далее прибор-фиксатор головы совершает обратный поворот от α до $-\alpha$. После n шагов процедура считается законченной. При использовании такой методики облучения пучок практически повторно не облучает здоровые ткани, внося основной вклад в центр мишени.

В ходе работы проведена симуляция для разного числа шагов стола. Симуляция проводилась со входными параметрами, представленными в таблице 1.

Табл. 1.

Мощность дозы в центре пучка	$\dot{D} = 2.5 \frac{\Gamma p}{\text{мин}}$
Угол поворота деки ($-\alpha$ до α)	36 град
Угол поворота стола ($-\beta$ до β)	40 град
Угловая скорость вращения деки	$1.14 \frac{\text{град}}{\text{с}}$
Угловая скорость вращения стола	$1.09 \frac{\text{град}}{\text{с}}$
FWHM _X - ширина пучка по оси OX на половине высоты	8,8, мм
FWHM _Z - ширина пучка по оси OZ на половине высоты	9,5, мм

На рис. 1 представлено распределение дозы для различного числа шагов стола в центре мишени.

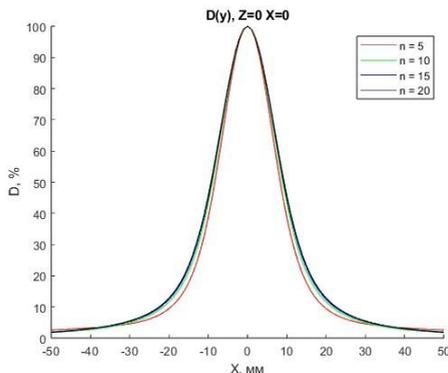


Рис. 1. Расчетные распределения дозы для $n = 5, 10, 15, 20$. а – $D(Y)$ при $X = 0$ мм $Z = 0$ мм.

Примеры пространственного распределения дозы для различного числа шагов стола на периферии представлены на рис. 2.

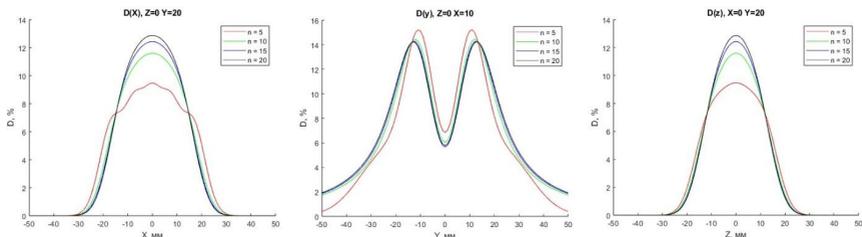


Рис. 2. Расчетные распределения дозы для $n = 5, 10, 15, 20$. а – $D(x)$ при $Z = 0$ мм $Y = 20$ мм, б – $D(y)$, при $Z = 0$ мм $X = 10$ мм, в – $D(z)$ при $X = 0$ мм $Y = 20$ мм.

Выводы. С помощью моделирования в среде MATLAB были построены дозовые распределения для различных режимов облучения с одинаковой дозой в фокусе. В центре мишени дозовые распределения практически не изменяются с увеличением n . Однако, результаты моделирования показали, что на периферии при значении $n = 5$ наблюдаются значительные осцилляции в распределении дозы. В случае $n = 10$ распределение становится более гладким. При $n = 15$ и $n = 20$ дозовые распределения практически не отличаются. Следовательно, увеличивать число поворотов стола более 15 не целесообразно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Брожик Д.С. и др. Статус медицинского протонного комплекса НИЦ «Курчатовский институт»– ПИЯФ. Препринт ПИЯФ №3045 – 2020. – С. 47 .
2. Гранов А. М., Тютин Л.А., Шалек Р.А. и др. Сорокалетний опыт клинического применения пучка протонов с энергией 1000 МэВ на базе синхротрона Петербургского института ядерной физики им. Б.П. Константинова // Мед. физика. – 2016 – №2(70). – С. 10-17.
3. Васильев А.А. и др. «Расчет глубинных дозовых распределений, создаваемых пучком протонов с энергией 1000 МэВ при ротационном облучении». Изд-во АМФР. МЕДИЦИНСКАЯ ФИЗИКА – №4 (88) – 2020. – С. 6-8.

УДК 539.124.6

А.В. Халяпин¹, С.В. Бобашев², Д.П. Барсуков²
¹НИУ ВШЭ СПб^(*)
²ФТИ им. А.Ф.Иоффе

СПЕКТР ПОЗИТРОНОВ И ВЕРОЯТНОСТЬ ОБРАЗОВАНИЯ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫХ ПАР ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ГАММА- КВАНТОВ С КОРОТКИМ КОГЕРЕНТНЫМ РЕНТЕГНОВСКИМ ИМПУЛЬСОМ

Введение. Электроны, летящие по искривленным траекториям, излучают электромагнитные волны, которые направлены в узкий угол порядка $\theta \sim 1/\gamma$, где $\gamma \sim 10^3 \div 10^4$ – лоренц- фактор частиц. Данное излучение приходит к наблюдателю в виде узкого импульса, который в $\gamma^2 \sim 10^6 \div 10^8$ раз короче, чем время прохождения электроном участка

(*) А.В.Халяпин, resolvent.ker@gmail.com

траектории длиной $\ell \sim 1 \text{ мм} \div 1 \text{ см}$, на котором излучается данный импульс. В результате этого длина волны излучения сдвигается в рентгеновский диапазон.

Отметим, что синхротронное излучение некогерентно при произвольном распределении электронного пучка по орбите. Когерентность можно ожидать, если электронный пучок формируется в сгустки, протяженность которых меньше, чем длина области формирования излучения.

Генерация таких импульсов возможна на специализированных источниках синхротронного излучения, в том числе, возможно, подобные импульсы могут быть получены на ускорителе "СКИФ" [1].

Подобные импульсы могут генерироваться в радиопулсарах, где из-за развития плазменных неустойчивостей могут формироваться сгустки электронов размером $1 \text{ мм} \div 10 \text{ см}$. При характерной для них длине формирования импульса $1 \text{ см} \div 10 \text{ см}$, их размеры могут оказаться сравнимыми с длиной ℓ и, соответственно, излучение таких сгустков будет, по крайней мере, частично когерентным или даже полностью когерентным.

Наличие внешнего электромагнитного поля оказывает влияние на протекание квантовых процессов и приносит новые явления. Например, образование электрон-позитронной пары в вакууме из одного гамма-кванта запрещен законами сохранения энергии-импульса. Однако такой процесс разрешен при наличии внешнего электромагнитного поля.

Цели и задачи

В настоящей работе рассматривается процесс рождения электрон-позитронной пары из гамма-кванта в поле когерентного рентгеновского импульса синхротронного излучения в случае, если длина волны сравнима с длиной импульса. Такой процесс рассматривался, например, для плоской монохроматической волны в [2] и в случае длинного квазимонохроматического импульса в [3].

Получены вероятность образования электрон-позитронной пары и спектр позитронов. Поляризационные свойства гамма-кванта и позитронов не учитывались.

Методика исследования.

Рассмотрим движение ультрарелятивистских заряженных частиц по окружности. Такая система излучает электромагнитные импульсы, которые могут быть описаны векторным потенциалом

$$A(x, t) = \frac{2e\gamma \mathbf{a}}{r} \frac{y}{a(1+y^2)} = eA_0 \frac{y}{1+y^2}, \quad t - z = \frac{y}{\omega_0} \left(1 + \frac{y^2}{3}\right)$$

где e – заряд частицы, $\mathbf{x} = r\mathbf{e}_z$ – точка наблюдения, $\mathbf{a} = -\frac{1}{\rho}\mathbf{e}_x$, ρ – радиус кривизны траектории, $\omega_0 = \frac{2\gamma^3}{\rho}$. Далее мы рассматриваем рождение электрон-позитронной пары только в поле такого импульса.

Электрон и позитрон в поле плоской электромагнитной волны описывается уравнением Дирака:

$$(i\hat{\partial} - e\hat{A}(x) - m)\Psi(x) = 0.$$

Введены стандартные обозначения $\hat{a} = (a\gamma)$ свертки гамма-матриц γ^μ с 4-вектором a^μ .

Решение такого уравнения имеет вид [2]

$$\Psi(x) = \left[1 + \frac{e\hat{k}\hat{A}}{2(kp)}\right] u_p \exp(iS), \quad S = -px - \int_0^y e \left(\frac{pA(\varphi)}{kp} - \frac{e^2 A^2(\varphi)}{2kp} \right) d\varphi.$$

Амплитуда перехода фотона с импульсом k' и вектором поляризации ε в состояние электрона Ψ_- с импульсом p^- и состояние Ψ_+ позитрона с импульсом p^+ в поле волны имеет вид

$$S_{fi} = -ie \int d^4x \bar{\Psi}_- \varepsilon \Psi_+ e^{-ik'x}.$$

После интегрирования по x получаем

$$S_{fi} = ie\delta(\Delta_z - \Delta_t)\delta(\Delta_x)\delta(\Delta_y)T_{fi}, \quad T_{fi} = \bar{v}\varepsilon u J_0 + e\bar{v} \left(\frac{\varepsilon \hat{k} \hat{A}_0}{2\kappa_- \omega} - \frac{\hat{A}_0 \hat{k} \varepsilon}{2\kappa_+ \omega} \right) u J_1 + \frac{eA_0^2(k\varepsilon)}{2\omega^2 \kappa_- \kappa_+} \bar{v} \hat{k} u J_2$$

где $\Delta_i = p_i^+ + p_i^- - k_i'$, здесь p_i и k_i – компоненты импульсов, $\kappa_{\pm} = E^{\pm} - p_z^{\pm}$, u, \bar{v} – спиноры, описывающие состояния родившихся позитрона и электрона соответственно. А также введены интегралы

$$J_0 = \int_{-\infty}^{\infty} (1 + \chi^2) e^{i\varphi(\chi)} d\chi, \quad J_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \chi e^{i\varphi(\chi)} d\chi, \quad J_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi^2}{1 + \chi^2} e^{i\varphi(\chi)} d\chi,$$

и фаза

$$\varphi = \frac{E_+ + E_- - \omega'}{\omega} y \left(1 + \frac{y^2}{3} \right) + \frac{eA_0}{2\omega} \left(\frac{p_x^-}{\kappa_-} - \frac{p_x^+}{\kappa_+} \right) y^2 - \frac{e^2 A_0^2}{2\omega} \left(\frac{1}{\kappa_-} + \frac{1}{\kappa_+} \right) (y - \arctan y).$$

Суммируя по поляризациям фотона, электрона и позитрона, найдем квадрат модуля амплитуды взаимодействия

$$|T_{fi}|^2 = 8|J_0|^2((p_+ p_-) + 2m^2) - 8e^2 A_0^2 \text{Re}(J_0 J_1^*) - 4A_0^2 |J_1|^2 \left(\frac{\kappa_+}{\kappa_-} + \frac{\kappa_-}{\kappa_+} \right) + 8\text{Re}(J_0 J_1) (\kappa_+ + \kappa_-) \left(\frac{A_0 p_-}{\kappa_-} - \frac{A_0 p_+}{\kappa_+} \right).$$

Отсюда, вероятность образования $e^- e^+$ пары в единицу времени в элементе импульсного пространства

$$\frac{dw}{dt} = e^2 \delta(\Delta_z - \Delta_t) \delta(\Delta_x) \delta(\Delta_y) |T_{fi}|^2 \frac{d^3 p_+ d^3 p_-}{2(2\pi)^3 E_+ E_- \omega'}.$$

Интегрирование по направлениям позитрона и импульсам электрона дает вероятность образования позитрона в единицу времени в интервале энергии

$$\frac{dw}{dt dE_+} = e^2 \int |T_{fi}|^2 \frac{p_+ d\Omega_+}{2(2\pi)^3 E_- (p_+) \omega'}.$$

Результаты

Получающийся спектр приведен на рис.1 при различных значениях энергии гамма-кванта, фиксированной амплитуде eA_0 и значении характерной частоты рентгеновского импульса $\omega_0 = 10^{-3} mc^2$.

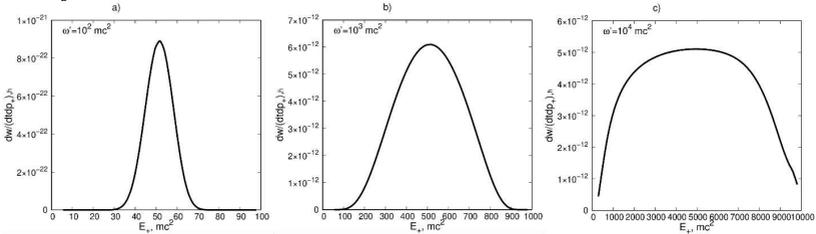


Рис. 1. Спектр позитронов при $eA_0 = 10^{-3} mc^2$ и частоте волны $\omega_0 = 10^{-3} mc^2$ для трех значений энергии гамма-кванта

Из рис.1 а), б) видно, что спектр образующихся позитронов имеет однопиковый профиль: при энергии фотонов $E = 5 \cdot 10^{-3}$ МэВ рентгеновского импульса и при амплитуде импульса $\frac{qA}{mc^2} = 10^{-3} \div 10^{-5}$ ширина пика равна примерно половине энергии гамма-кванта при $E' = 50 \div 250$ МэВ, а для $E' = 10$ ГэВ ширина близка к полной энергии гамма-кванта (рис.1.с).

Также найдена полная вероятность образования электрон-позитронной пары в единицу времени при частоте рентгеновского импульса $\omega_0 = 10^{-4} \text{ мс}^{-2}$, амплитуда которого равна $eA_0 = 10^{-3} \text{ мс}^{-2}$. Результат представлен на рис.2.

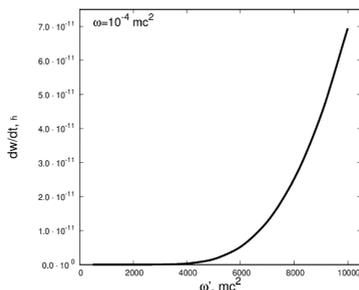


Рис. 2. Полная вероятность образования пары

ЛИТЕРАТУРА

1. Золотарев К.В., Анчаров А.И., Винокуров З.С. и др. // Известия РАН. Серия физическая. –2023. –Т. 87. –№ 5. – С. 614- 626.
2. Никишов А.И., Ритус В.И. Квантовая электродинамика явлений в интенсивном поле / Труды ФИАН. –М: Наука, 1979. – С. 279.
3. Рошупкин С.П., Лебедь А.А. Эффекты квантовой электродинамики в сильных импульсных лазерных полях. – К.:Наука. Думка, 2008. – 398 с.

УДК 539.12

М.В. Покидова^{1,2}, Я.А.Бердников^{1,2}, Ю.Г. Нарышкин²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²НИЦ «Курчатовский институт» – ПИЯФ, Гатчина, Россия

ПОИСКИ РАСПАДА БОЗОНА ХИГГСА НА ЧАСТИЦЫ ТЕМНОЙ МАТЕРИИ В ПРОЦЕССЕ ЕГО РОЖДЕНИЯ ПРИ СЛИЯНИИ ВЕКТОРНЫХ БОЗОНОВ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ АТЛАС

Введение. Поиски физики за пределами Стандартной Модели (СМ) являются одной из главных задач современной физики элементарных частиц [1]. Существует ряд моделей, которые предсказывают распад бозона Хиггса СМ на гипотетические частицы Темной Материи (ТМ) - слабо взаимодействующие массивные частицы (Weakly Interacting Massive Particles, WIMP) [2-3]. Частицы ТМ не могут быть зарегистрированы детектором, их присутствие в распаде косвенно определяется наличием недостающей поперечной энергии E_T^{miss} в конечном состоянии [4]. Такие модели, где Бозон Хиггса действует как частица-посредник между частицами ТМ и частицами СМ, называются “порталом Хиггса” и лежат в основе исследований по поиску невидимого распада бозона Хиггса на частицы ТМ ($H \rightarrow inv$) в эксперименте ATLAS на Большом адронном коллайдере (БАК) [5-6].

Цели и задачи работы. Целью работы является поиск $H \rightarrow inv$ распада в процессе рождения бозона Хиггса в результате слияния векторных бозонов (рис.1 [7]). В случае

(*) М.В. Покидова, marina.pokidova@cern.ch

отсутствия отклонений от предсказаний СМ, будет установлен верхний предел на вероятность $H \rightarrow \text{inv}$ распада.

Методика исследования. В последнем исследовании поиска $H \rightarrow \text{inv}$ в процессе рождения бозона Хиггса в результате слияния векторных бозонов в эксперименте ATLAS, были использованы данные полученные для второго ($\sqrt{s} = 13 \text{ ТэВ}$) периода работы БАК соответствующего светимости 139 фнб^{-1} [7].

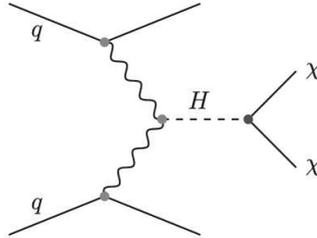


Рис. 1. Диаграмма Фейнмана процесса рождения бозона Хиггса в результате слияния векторных бозонов

Исследуемое конечное состояние процесса характеризуется двумя струями с большим разделением по псевдобыстроте и большой инвариантной массой двух струй. Помимо искомого процесса в сигнальную область вносят события с такой же сигнатурой, такие как процессы рождения нескольких струй и процесс рождения векторного бозона и струй. Данные процессы являются фоновыми в этом анализе. Для эффективного отбора сигнальных событий были использованы условия для уменьшения вклада фоновых событий и дополнительное разделение на 16 сигнальных областей.

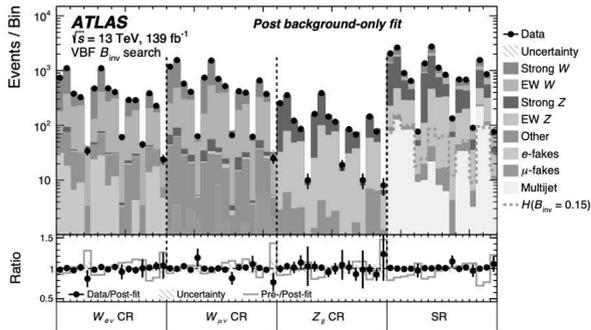


Рис. 2. Распределение величины инвариантной массы двух струй для контрольных и сигнальных областей после процедуры фитирования с использованием метода максимального правдоподобия

Результаты. В результате было проведено сравнение спектров данных и предсказаний СМ для наиболее чувствительной переменной, которой является инвариантная масса двух лидирующих струй (рис. 2. [7]). Отклонений от предсказаний СМ не было обнаружено. В данном анализе был установлен верхний предел на вероятность $H \rightarrow \text{inv}$ распада - 14,5% (наблюдаемый) при 10,3% (ожидаемый) в доверительном интервале 95% [7].

Заключение. В ходе исследований поиска $H \rightarrow \text{inv}$ бозона Хиггса в результате его рождения при слиянии векторных бозонов отклонений от предсказаний СМ не обнаружено. Получен верхний предел на вероятность невидимого распада бозона Хиггса на частицы ТМ. Исследования в данном процессе рождения планируют продолжаться с использованием данных полученных за третий период работы БАК. В данный момент происходят исследования с использованием методом машинного обучения для оптимизации критериев отбора фоновых событий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Басалаев А.Е., Нарышкин Ю. Г. Поиски частиц темной материи на Большом адронном коллайдере // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. – С 123.
2. A. Djouadi. The Anatomy of Electro-Weak Symmetry Breaking. I: The Higgs boson in the Standard Model // Physics Reports, Volume 457, 2008.
3. M.Kamionkowski. WIMP and axion dark matter. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://arxiv.org/abs/hep-ph/9710467> (дата обращения: 31.03.2024)
4. Trevisani, Nicolò. Collider searches for dark matter (ATLAS + CMS) // Universe. 4. 131. 2018. – С 2.
5. G. Arcadi, A. Djouadi, M. Raidal. Dark Matter through the Higgs portal // Physics Reports, 2020. – Vol. 842.
6. ATLAS Collaboration. Combination of searches for invisible decays of the Higgs boson using 139 fb^{-1} of proton-proton collision data at $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$ collected with the ATLAS experiment // Physics Letters B – 2023. – Vol. 842.
7. ATLAS Collaboration. Search for invisible Higgs-boson decays in events with vector-boson fusion signatures using 139 fb^{-1} of proton-proton data recorded by the ATLAS experiment [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://arxiv.org/abs/2202.07953> (дата обращения: 31.03.2024).

УДК 539.12

И.И. Борисов, Е.В. Банников, Я.А. Бердников
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ОСОБЕННОСТИ ПОДГОТОВКИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО КАЛОРИМЕТРА К ИЗМЕРЕНИЮ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ПОТОКОВ π^0 МЕЗОНОВ В СТОЛКНОВЕНИЯХ U+U ПРИ ЭНЕРГИИ $\sqrt{s_{NN}} = 193 \text{ ГЭВ}$

Введение. При сверхвысоких значениях плотности энергии ($\geq 1 \text{ ГЭВ/фм}^3$) [1] ядерная материя переходит в новое агрегатное состояние – кварк-глюонную плазму (КГП) [2]. КГП характеризуется асимптотически свободным состоянием кварков и глюонов, которые обычно находятся в связанном состоянии (состоянии конфайнмента) внутри адронов. Кварк-глюонная плазма может быть получена в столкновениях ультрарелятивистских тяжелых ядер, в частности, в столкновениях ядер урана при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 193 \text{ ГЭВ}$, которые были реализованы на коллайдере RHIC. Свойства КГП изучаются с помощью различных наблюдаемых величин, одной из которых является эллиптический поток [3]. Величина эллиптического потока характеризует импульсную азимутальную анизотропию частиц (в частности, π^0 -мезонов) в поперечном пучке направлении, и, следовательно, она зависит от величины выходов частиц в разных диапазонах по поперечному импульсу. Для измерения выходов π^0 -мезонов используют электромагнитный калориметр EMCal [4], который позволяет регистрировать фотоны от распада π^0 -мезонов. Однако калориметр детектирует частицы не идеально: в процессе его работы возможны поломки конструктивных элементов, могут происходить скачки напряжения, сбои в работе электроники. Все эти

^(*) И.И. Борисов, borisov.ii@edu.spbstu.ru

факторы негативно влияют на результаты измерений. Неидеальная работа калориметра может существенно исказить получаемые распределения пар фотонов по инвариантной массе, что негативно отразится на измерении эллиптических потоков π^0 -мезонов.

Весь объем экспериментальных данных, изучаемый в данной работе, состоит из набора сегментов данных, содержащих события столкновений ядер урана при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 193$ ГэВ. Для устранения факторов, приводящих к разбросу значений измеренной массы π^0 -мезонов в разных сегментах данных и в разных секторах, производится тонкая калибровка электромагнитного калориметра. Процедура тонкой калибровки калориметра заключается в наложении коррекций на энергию регистрируемых фотонов для приведения к одинаковым значениям массы π^0 -мезонов в разных сегментах данных и в разных секторах калориметра.

Цели и задачи работы. Цель данной работы – подготовка электромагнитного калориметра к измерению эллиптических потоков π^0 -мезонов в системе столкновений U+U при $\sqrt{s_{NN}} = 193$ ГэВ. Задача работы – проведение тонкой калибровки энергии фотонов в каждом секторе электромагнитного калориметра и в каждом сегменте данных.

Методика калибровки. Набор данных, для которого совершается калибровка калориметра, получен на эксперименте ФЕНИКС на коллайдере RHIC [5].

Тонкая калибровка электромагнитного калориметра по энергии проводится последовательно в 2 этапа: «run-by-run» и «sector-by-sector» [6]. Для проведения тонкой калибровки отбираются π^0 -мезоны с поперечным импульсом, превосходящим 3 ГэВ/с, так как в этой области полученные значения инвариантной массы перестают существенно зависеть от поперечного импульса [6].

Первый этап калибровки позволяет привести измеренные значения инвариантной массы π^0 -мезонов к одному значению внутри сектора независимо от номера сегмента данных. Для этого на основе имеющейся статистики строится гистограмма инвариантной массы π^0 -мезонов для каждого сектора калориметра в каждом сегменте данных. Затем гистограммы аппроксимируются суммой функции Гаусса и полинома второй степени. Из параметров аппроксимации получают среднее значение инвариантной массы π^0 -мезона в данном секторе калориметра для данного сегмента данных. После этого для каждого сектора строится график зависимости среднего значения инвариантной массы π^0 -мезона от номера сегмента данных. Этот график аппроксимируется константой. Затем в каждом сегменте данных для каждого сектора вычисляется коэффициент, равный отношению измеренной инвариантной массы π^0 -мезона к константе аппроксимации. На этом первый этап тонкой калибровки электромагнитного калориметра завершается. Полученные коэффициенты для каждого сегмента данных формируют первую коррекцию на энергию регистрируемых фотонов.

Второй этап калибровки – «sector-by-sector» – нужен для приведения измеренных значений инвариантной массы π^0 -мезона во всех секторах калориметра к одному значению. Для проведения второго этапа калибровки вся статистика из разных сегментов данных объединяется. Сформированный набор данных разбивается по секторам электромагнитного калориметра. Для каждого сектора строятся гистограммы инвариантной массы π^0 -мезонов в различных диапазонах по поперечному импульсу. Полученные гистограммы аппроксимируются суммой функции Гаусса и полинома второй степени. Из параметров аппроксимации получают среднее значение инвариантной массы π^0 -мезона в данном секторе калориметра для данного диапазона поперечного импульса. Далее зависимость среднего значения инвариантной массы π^0 -мезонов от поперечного импульса аппроксимируется константой. Для каждого сектора вычисляется корректирующий коэффициент, равный отношению инвариантной массы π^0 -мезона, полученной в результате моделирования процесса рождения π^0 -мезонов в p-p столкновениях и равной 0.137 ГэВ/c² [6], к полученной

константе. На этом второй этап тонкой калибровки калориметра завершается. Рассчитанные для каждого сектора коэффициенты представляют собой вторую коррекцию на энергию регистрируемых фотонов.

Результаты. На рис. 1 представлены графики зависимости инвариантной массы π^0 -мезона от номера сегмента данных для пятого сектора электромагнитного калориметра до и после корректировки «gun-by-gun». Из рисунка видно, что разброс значений инвариантной массы π^0 -мезона после первого этапа калибровки в зависимости от номера сегмента данных уменьшился. Величина критерия χ^2/ndf , характеризующего разброс значений, уменьшилась со значения 1.3071 до значения 0.1099 после наложения первой коррекции на энергию регистрируемых фотонов.

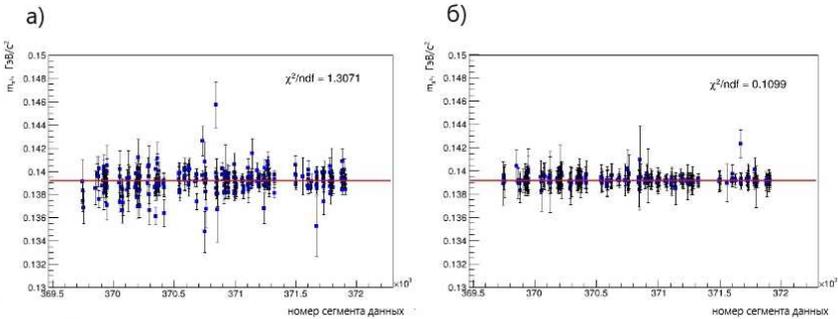


Рис. 1. Зависимость величины инвариантной массы π^0 -мезонов от номера сегмента данных для пятого сектора электромагнитного калориметра до корректировки «gun-by-gun» (а) и после нее (б). Точки – полученные на основе имеющихся данных значения инвариантной массы π^0 -мезонов в конкретных сегментах данных, а прямая – линейная аппроксимация

На рис. 2 представлена зависимость величины инвариантной массы π^0 -мезонов, усредненной по поперечному импульсу, от номера сектора электромагнитного калориметра до и после второго этапа коррекции. Как видно из рисунка, наложение второй коррекции на энергию фотонов приводит измеренные значения инвариантной массы π^0 -мезонов к одному значению во всех секторах калориметра.

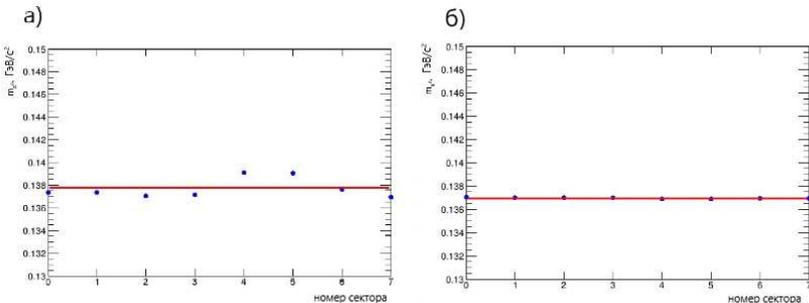


Рис. 2. Зависимость величины инвариантной массы π^0 -мезонов, усредненной по поперечному импульсу, от номера сектора калориметра до корректировки «sector-by-sector» (а) и после нее (б). Точки – полученные на основе имеющихся данных значения инвариантной массы π^0 -мезонов в секторах электромагнитного калориметра, а прямая – линейная аппроксимация

Выводы. В данной работе проведена тонкая калибровка электромагнитного калориметра, впервые обеспечивающая возможность дальнейшего корректного расчета эллиптических потоков π^0 -мезонов в системе столкновений U+U при $\sqrt{s_{NN}} = 193$ ГэВ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Shuryak E. Quantum chromodynamics and the theory of superdense matter // Phys. Rep. — 1980. — Vol. 61. — P. 71–158.
2. Collins J.C., Perry M.J. Superdense Matter: Neutrons Or Asymptotically Free Quarks? // Phys. Rev. Lett. — 1975. — Vol. 34. — P. 1353–1356
3. Adcox K. et al. (PHENIX Collab.) Formation of dense partonic matter in relativistic nucleus-nucleus collisions at RHIC: Experimental evaluation by the PHENIX collaboration // Nucl. Phys. A. — 2005. — Vol. 757. — P. 184–283
4. Apecheche L. et al. (PHENIX Collab.) PHENIX calorimeter // Nucl. Instrum. Methods A. — 2003. — Vol. 499. — P. 521–536
5. Adcox K. et al. (PHENIX Collab.) PHENIX detector overview // Nucl. Instrum. Methods A. — 2003. — Vol. 499. — P. 469–479
6. Радзевич П.В. Рождение легких нейтральных мезонов в U+U взаимодействиях при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 192$ ГэВ: дис. ... канд. физ.-мат. наук; специальность: 01.04.16 – физика ядра и элементарных частиц. – СПб.: ФГАОУ ВО «СПбПУ», 2019. – С.45–47.

УДК 539.12

Д.А. Трушков, Е.В. Банников, Д.О. Котов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗРЕШЕНИЯ ПЛОСКОСТИ СОБЫТИЯ В СТОЛКНОВЕНИЯХ U+U ПРИ ЭНЕРГИИ $\sqrt{s_{NN}} = 193$ ГЭВ

Введение. Основные свойства кварк-глюонной плазмы [1] изучаются путем анализа различных наблюдаемых величин. Одной из таких величин является эллиптический поток, который представляет из себя азимутальную анизотропию рождения частиц в импульсном пространстве [2]. Величина эллиптического потока характеризует движение частиц в плоскости, поперечной пучку. В столкновениях ядер направления оси пучка и вектора прицельного параметра определяют плоскость реакции ядро-ядерных столкновений. Однако, поскольку плоскость реакции не может быть напрямую измерена в эксперименте, ее оценивают, определяя Q-вектор (Q_n), компоненты которого характеризуют азимутальный угол плоскости события [3]. Степень различия истинной плоскости реакции и измеренной плоскости события определяется разрешением [2], которое рассчитывается с помощью азимутальных углов плоскостей события, измеренных разными детекторами. Вследствие ограниченного акцептанса детекторных подсистем по азимутальному углу плоскость события определяется не идеально, поэтому производится ее калибровка, необходимая для устранения анизотропии распределения азимутального угла плоскости события.

Цели и задачи работы. Целью данной работы является определение значений разрешений плоскости события, которые будут необходимы в дальнейшем при измерении величины эллиптического потока адронов в столкновениях U+U при $\sqrt{s_{NN}} = 193$ ГэВ. Задача работы заключается в калибровке шести плоскостей события и измерении значений разрешений методом двух подсобытий [4].

Методика измерения. Данные для приведенного анализа были получены в эксперименте ФЕНИКС на коллайдере RHIC [5].

^(*) Д.А. Трушков, trushkoov@yandex.ru

Эллиптический поток количественно определяется вторым коэффициентом разложения Фурье (v_2) функции распределения рожденных частиц, который равен среднему косинусу двойного азимутального угла (φ) по отношению к азимутальному углу плоскости реакции (Ψ_2^{RP}). Из-за невозможности измерения плоскости реакции напрямую в эксперименте, производится ее оценка с помощью плоскости события (Ψ_2^{EP}). Разрешение плоскости события $Res(\Psi_2^{EP})$ определяет, насколько точно измеренная плоскость события Ψ_2^{EP} соответствует истинной плоскости реакции Ψ_2^{RP} :

$$Res(\Psi_2^{EP}) = \langle \cos n(\Psi_2^{EP} - \Psi_2^{RP}) \rangle.$$

Для устранения возможных неточностей в измерении плоскости события, вызванных несовершенной калибровкой или различными дефектами детекторных систем, применяется стандартная процедура корректировки Q-вектора (Q_n) [3], где его компоненты ($Q_{n,x}$), ($Q_{n,y}$) определяют угловое распределение плоскости события (Ψ_n^{EP}):

$$n\Psi_n^{EP} = \arctan \frac{Q_{n,x}}{Q_{n,y}}, \quad Q_{n,x} = \sum_i^N \cos n\varphi_i, \quad Q_{n,y} = \sum_i^N \sin n\varphi_i,$$

где N – количество зарегистрированных в столкновении частиц, φ_i – азимутальный угол зарегистрированной частицы, $n = 2$, поскольку калибровка производится с целью дальнейшего вычисления значений v_2 .

В данной работе применяются четыре метода выравнивания плоскости события: центрирование, твистинг, масштабирование [3] и выполаживание [6]. Первые три метода применяются для устранения анизотропии, возникающей вследствие ограниченности аксептанса детекторных систем. Данная калибровка Q-вектора минимизирует большинство неровностей в угловом распределении плоскости события Ψ_2^{EP} . Остаточные искажения корректируются с помощью процедуры выполаживания азимутального угла плоскости события. После всех процедур распределение плоскости события по азимутальному углу становится плоским. Это позволяет корректно измерить величину эллиптических потоков адронов.

Для измерения азимутального угла плоскости события Ψ_2^{EP} в U+U столкновениях использовались детекторы BBC и MPC [7], каждый из которых состоит из двух подсистем: BBCS, MPCS – в южной части спектрометра PHENIX, BBCN, MPCN – в северной. Значения разрешений плоскости события Ψ_2^{EP} для данных детекторов были рассчитаны с помощью двух подсобытий по следующим формулам:

$$Res^{BBC} = \sqrt{2 \langle \cos 2(\Psi_{BBCS} - \Psi_{BBCN}) \rangle},$$

$$Res^{MPC} = \sqrt{2 \langle \cos 2(\Psi_{MPCS} - \Psi_{MPCN}) \rangle}.$$

Результаты. На рис. 1 представлено угловое распределение Ψ_2^{EP} , измеренное с помощью детекторов BBCS, BBCN, BBC (а, б, в) и MPCS, MPCN, MPC (г, д, е) в столкновениях U+U. Из рис.1 видно, что угловые распределения плоскостей события для всех детекторов до калибровок анизотропны, что может привести к некорректному измерению значений v_2 . После проведения полной процедуры калибровки распределение азимутального угла плоскости события Ψ_2^{EP} стало плоским для всех детекторных подсистем.

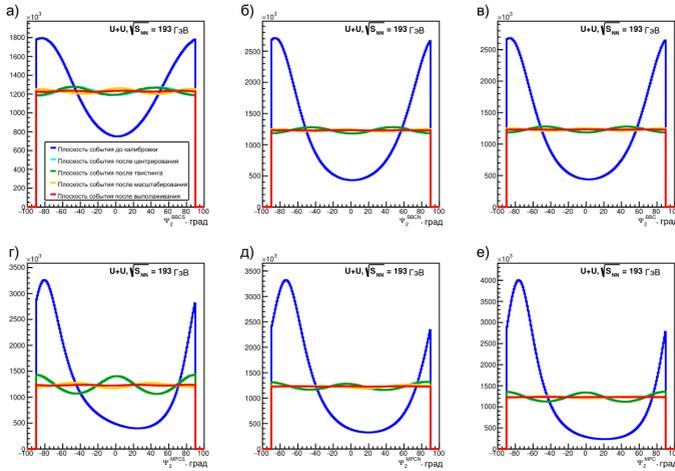


Рис. 1. Распределение угла плоскости события Ψ_2^{EP} , измеренное с помощью детекторов BCS, BVCN, BBC (а, б, в) и MPC, MPCN, MPC (г, д, е)

Значения разрешений плоскости события Ψ_2^{EP} в зависимости от центральности для детекторов BBC и MPC представлены на рис.2.

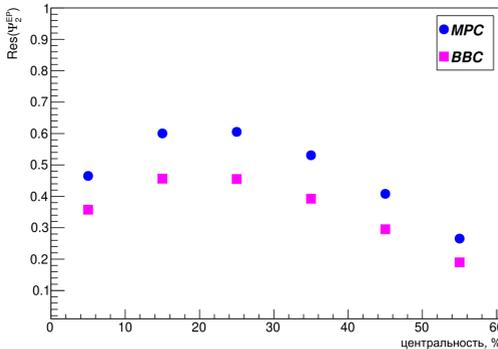


Рис. 2. Зависимость разрешения плоскости события $Res(\Psi_2^{EP})$ от центральности для детекторов BBC и MPC

Выводы. В данной работе была проведена корректировка Q-вектора с целью устранения анизотропии в угловом распределении Ψ_2^{EP} .

Были получены значения разрешения плоскости события Ψ_2^{EP} для детекторов BBC и MPC с помощью метода двух подсобытий. Значения $Res(\Psi_2^{MPC})$ оказались больше аналогичных значений для детектора BBC. Это указывает на то, что детектор MPC с более высокой точностью определяет углы вылета адронов. Таким образом, плоскость реакции в столкновениях U+U оценивается точнее при использовании детектора MPC для измерения азимутального угла плоскости события.

Полученные значения разрешений плоскости событий могут быть использованы в дальнейшем при измерении величины эллиптического потока адронов в столкновениях U+U при $\sqrt{s_{NN}} = 193$ ГэВ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Collins J.C., Perry M.J. Superdense Matter: Neutrons Or Asymptotically Free Quarks? // Phys. Rev. Lett.— 1975. — Vol. 34. — P. 1353–1356.
2. Adcox K. et al. (PHENIX Collab.) Formation of dense partonic matter in relativistic nucleus-nucleus collisions at RHIC: Experimental evaluation by the PHENIX collaboration // Nucl. Phys. A. — 2005. — Vol. 757. — P. 184–283.
3. Selyuzhenkov I., Voloshin S. Effects of nonuniform acceptance in anisotropic flow measurements // Phys. Rev. C. — 2008. — Vol. 77 (3). — P.034904.
4. Borghini N. Characterization and analysis of azimuthally sensitive correlations // Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics. — 2005. — Vol. 31 (4). — P.S15.
5. Adcox K. et al. (PHENIX Collab.) PHENIX detector overview // Nucl. Instrum. Methods A. — 2003. — Vol. 499. — P. 469-479
6. Adare A. et al. (PHENIX Collab.) Systematic study of azimuthal anisotropy in Cu+Cu and Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 62.4$ and 200 GeV // Phys. Rev. C. — 2015. — Vol. 92 (3). — P.034913.
7. Allen M. et al. (PHENIX Collab.) PHENIX inner detectors // Nucl. Instrum. Methods A. — 2003. — Vol. 499. — P.549-559.

УДК 53.07

А.Ю. Арутюнова, Е.М. Маев
«Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова» Национального
исследовательского центра «Курчатовский институт»^(*)

ИССЛЕДОВАНИЕ КОМПТОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ С ПОМОЩЬЮ АКТИВНОЙ МИШЕНИ

Введение. Исследование комптоновского рассеяния позволяет определить одну из фундаментальных характеристик нуклона – поляризуемость. Электрическая $\bar{\alpha}$ и магнитная $\bar{\beta}$ поляризуемости являются основными структурными константами нуклона, характеризующими отклик нуклона на действие внешних электрических и магнитных полей. Новый метод, разработанный в ПИЯФ, позволит исследовать этот процесс с помощью активной мишени. Активная мишень – это ионизационная камера, которая является одновременно газовой мишенью и детектором ядер отдачи [1]. Величины $\bar{\alpha}$ и $\bar{\beta}$ можно получить модельно-независимым путем, сравнивая экспериментально измеренное дифференциальное сечение комптоновского рассеяния в зависимости от энергии фотона и угла рассеяния с теоретическим. В этом случае $\bar{\alpha}$ и $\bar{\beta}$ - свободные параметры. Теоретическое сечение комптоновского рассеяния на частице массы m и со спином $1/2$, при энергиях фотонов ниже массы пиона, может быть разложено по степеням E_γ в соответствии с низкоэнергетической теоремой (LET), которая учитывает структуру протона в низшем порядке теории возмущения.

$$[d\sigma(E_\gamma, \vartheta_\gamma)/d\Omega]_{LET} = [d\sigma(E_\gamma, \vartheta_\gamma)/d\Omega]_{point} - \rho + O(E_\gamma^4) \quad \#(1)$$

$$\rho = \frac{e^2}{4\pi m} \left(\frac{E'_\gamma}{E_\gamma} \right)^2 (E_\gamma \cdot E'_\gamma) \left[\frac{\bar{\alpha} + \bar{\beta}}{2} (1 + \cos\vartheta_\gamma)^2 + \frac{\bar{\alpha} - \bar{\beta}}{2} (1 - \cos\vartheta_\gamma)^2 \right] \quad \#(2)$$

^(*) А.Ю. Арутюнова, arutiunova_ai@pnpi.nrcki.ru

Здесь $\left[\frac{d\sigma(E_\gamma, \vartheta_\gamma)}{d\Omega}\right]_{point}$ – дифференциальное рассеяние фотонов на точечной бесспиновой частице [2], E_γ и E'_γ – энергии падающего и рассеянного фотонов соответственно, ϑ_γ – угол рассеяния фотона в лабораторной системе. Энергия E'_γ упруго рассеянного фотона связана с энергией E_γ налетающего фотона соотношением:

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m}(1 - \cos\vartheta_\gamma)} \quad \#(3)$$

Активная мишень представляет собой аксиально-симметричную ионизационную камеру с азимутальным угловым захватом 2π . Она обеспечивает возможность работы с различными газами (H₂, D₂, He, CH₄, N₂ и Ar) при давлении от 0.1 до 10 бар. Полная энергия частицы отдачи измеряется с точностью $\sigma = 20$ -30 кэВ в энергетическом диапазоне от 0.3 МэВ до 20 МэВ. Энергетический порог составляет ~150 кэВ, что обеспечивает ~100% эффективность регистрации частиц отдачи с $Tr > 300$ кэВ [3]. Схема экспериментального метода показана на рис. 1а. Активная мишень имеет специальную сегментированную анодную структуру, которая дает возможность различать типы частиц отдачи (p, d, t, 3He и 4He), используя корреляцию между энергией и пробегом частиц отдачи. Ее вид представлен на рис. 1б.

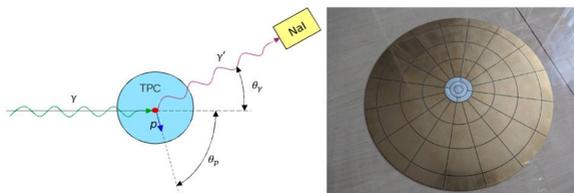


Рис. 1. а) Схема эксперимента по измерению поляризуемости протона; б) Анод активной мишени, состоящей из 70 сегментов

Цели и задачи работы. Целью настоящей работы является изучение свойств активной мишени при исследовании комптоновского рассеяния.

Методика исследования. В ПИЯФ были проведены исследования характеристик активной мишени АСТАФ2 с помощью источника альфа-частиц Am-241 с энергией 5.5 МэВ. Измерения проводились в нескольких рабочих газах, которыми была наполнена активная мишень: He, He+5%N₂, Ar.

Результаты. Одно из исследований – измерение скорости дрейфа электронов, возникающих в результате ионизации. Значения скоростей с хорошей точностью совпадают с известными, но с учетом поправок на характеристики камеры и условия проведения. Например, при проведении измерений с Ar при малом давлении (0.34 атм) необходимо было учитывать, что с течением времени из стенок камеры выделялся воздух, который влиял на величину скорости дрейфа. Наличие кислорода было подтверждено химическим анализом газа. Этот эффект исчезал при повышении давления до 1.2 атм. Скорость дрейфа в Ar при давлении 0.34 атм и $E/p = 0.2 \frac{\text{В}}{\text{мм см Hg}}$ составила 0.52 см/мкс, при давлении 1.2 атм и $E/p = 0.1 \frac{\text{В}}{\text{мм см Hg}} = 0.28$ см/мкс. Измерения в He также показали зависимость от наличия примеси. Время дрейфа в He и в смеси He+5%N₂ составило 0.33 см/мкс и 0.36 см/мкс при $E/p = 0.075 \frac{\text{В}}{\text{мм см Hg}}$, что соответствует химическому анализу, который показал наличие 600 ppm Ar, так как камера была ранее наполнена им. Еще одна характеристика, которая была изучена в процессе исследования – чистота газа. Для этого сравнивались сигналы с катода и анода.

Например, при добавлении 5%N₂ в He разница между катодным и анодным сигналами становится больше, что говорит о снижении чистоты газа и увеличении вклада прилипания и рекомбинации. Также с помощью полученных данных можно определить относительные энергии ионизации в газах. Приняв энергию ионизации в He за 42 эВ и сравнивая его спектры со спектрами в Ar и He+5%N₂, можно получить, что энергия ионизации в Ar равна 27.7 эВ, в He+5%N₂ – 36 эВ [4].

Заключение. Экспериментальные данные, полученные при тестовых экспериментах, доказали возможность регистрации различных типов частиц отдачи с низкими энергиями и эффективностью близкой к 100% при энергетическом разрешении 20-30 кэВ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Yevetska O., Watzlawik S., Ahrens J., Alkhazov G.D., Chizhov V.P., Maev E.M. New experimental method for investigation of the nucleon polarizabilities // Nuclear instruments and methods. – 2010. – Vol. 618. – P. 160-167.
2. Powell J.L. Note on the Bremsstrahlung Produced by Protons // Phys. Rev.. – 1949. – Vol. 75. – P. 32-34.
3. Technical Report for the Design, Construction and Commissioning of the active target for R³B experiment // 2016. - URL: https://edms.cern.ch/ui/file/1816116/1/TDR_R3B_ACTAF_public.pdf.
4. Королев Г.А. и др. Energy Dependence of W Values for Protons in Hydrogen // arXiv preprint arXiv:1405.5665– 2014.

УДК 621.039

А.Н. Романов¹, В.А. Бакаев¹, А.В. Мелентьев²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²ГКОД «Санкт-Петербургский Городской клинический онкологический диспансер»

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОБЛУЧЕНИЯ В ДИСТАНЦИОННОЙ ЛУЧЕВОЙ ТЕРАПИИ

Введение. В настоящее время медицина предлагает нам широкий выбор, как лечить онкологию, а именно: хирургическим вмешательством, химиотерапией или при помощи лучевой терапии. Лучевая терапия считается основоположником в области высоких медицинских технологий, ее назначают большинству онкологических больных (70÷75 %) [1]. В данной работе проведен сравнительный анализ современных методов лечения предстательной железы, применяемых в дистанционной лучевой терапии: трехмерной конформной лучевой терапии (3D-CRT), лучевой терапии с модуляцией интенсивности (IMRT) и ротационной объемно-модулированной лучевой терапии (VMAT). Облучение пациентов проводилось тормозным излучением с максимальной энергией фотонного излучения 6 МэВ на двух разных медицинских линейных ускорителях электронов Varian Halcyon и Elekta Compact.

Описание методов исследования. 3D-CRT является методом лучевой терапии, который использует компьютерное моделирование для создания индивидуального плана лечения для каждого пациента. Этот план включает в себя направление излучения на опухоль таким образом, чтобы минимизировать воздействие на окружающие здоровые ткани. Этот метод позволяет более точно воздействовать на опухоль и может быть более эффективным и безопасным, за счет одновременного использования многосегментного коллиматора и клина.

IMRT – это усовершенствованная форма 3D-CRT, которую создали, когда компьютерные технологии и системы визуализации поднялись на другой уровень. Эта

(*) А.Н. Романов, nerintel@list.ru

технология позволяет облучать опухоль предписанной дозой, щадя органы риска. Каждый пучок имеет свою интенсивность, что позволяет имитировать самые сложные формы опухоли. Этот метод облучения используют тогда, когда не хватает технических возможностей трехмерной конформной радиационной терапии, например, когда нужно обеспечить обхват опухоли изодозой более 90% или требуется не допустить облучения критических органов высокой дозой.

VMAT отдалено похож на метод IMRT, отличие в том, что в VMAT облучение пациента проводится под любыми возможными углами осей пучков в диапазоне от 0° до 360° при ротационном облучении пациента. В IMRT и 3D-CRT при статическом облучении оси пучков устанавливаются под определенными углами.

Ход работы. В данном исследовании было выполнено планирование облучения предстательной железы на основании методов IMRT, 3D-CRT и VMAT для одних и тех же пациентов на линейных ускорителях электронов Varian Halcyon и Elekta Compact. Применение разных способов планирования позволило создать равномерное распределение дозы в облучаемом объеме, а в некоторых лечебных планах удалось уменьшить лучевую нагрузку на критические органы.

Оптимальным выбором способа облучения предстательной железы, используя IMRT и 3D-CRT, является метод “Vox”, где применяются четыре пучка тормозного излучения с углами осей пучков 0, 90, 180, 270 градусов. Геометрия этих пучков практически идеально подходит под все анатомические особенности пациента.

При использовании IMRT и 3D-CRT расположения осей пучков в планах были одинаковы, но результаты были разные. В случае сравнения с VMAT надо учитывать, что в ротационной объемно-модулированной терапии мы не можем установить угол для оси пучка, как в 3D-CRT и IMRT. В данной методике в стадии планирования мы выставляем от 1 до 4 пучков излучения, оси которых будут перемещаться в пределах углов от 0° до 180° или от 180° до 360°. При этом необходимо создать равномерное распределение высокой дозы в опухоли, полный обхват опухоли заданной изодозой и не допустить переоблучения критических органов.

Клинические цели являются показателем выполнения дозиметрического планирования [2]. Смысл достижения клинических целей – уменьшение постлучевых осложнений и минимизация вероятности индуцированного рака у пациентов. В случае планирования облучения предстательной железы в режиме фракционирования 35 фракций по 2 Гр с суммарной поглощенной дозой 70 Гр клиническими целями являются не превышение допустимых значений доз на толстую кишку, мочевого пузыря, правый и левый тазобедренный сустав и спинной мозг.

Полученные результаты. В ходе данной работы было создано 14 планов, 9 из которых для методов IMRT и VMAT, а остальные 5 для 3D-CRT. Кроме того, был произведен анализ полученных данных. Так, например, лучшего результата мы смогли добиться, используя метод планирования для VMAT. Допустимые к лечению планы удалось сделать на IMRT, а также 3D-CRT. Результаты дозиметрического планирования представлены в таблицах 1, 2 и 3.

Из таблиц следует: $V_{90\%} > 99\%$ – объем обхвата 90% изодозой от суммарной поглощенной дозы 70 Гр, которая должна покрывать опухоль. $D_{2\%} < 105\%$ это ограничение, которое разрешает использовать только 2% 105% изодозы. $V_{95\%} > 98\%$ – объем обхвата 95% изодозой от суммарной поглощенной дозы 70 Гр, которая должна покрывать опухоль минимум на 98%. $D_{max} < 50$ Гр. это ограничение на допустимую максимальную дозу, $D_{0.03\text{ cm}^2} < 50$ Гр. ограничение на объем 0.03 квадратных сантиметра. $V_{65\text{ Гр}} < 50\%$ – ограничение, которое допускает облучение органа на 65 Гр, но не больше 50% объема органа.

Табл. 1. Выполнение клинических целей при дозиметрическом планировании облучения тормозным излучением предстательной железы методом 3D-CRT для пяти разных планов.

Структура	№	1	2	3	4	5
	Клинические цели для структуры	Полученные значения дозиметрического планирования				
PTV предстательной железы	V 90% > 99%	98.88%	99.51%	99.89%	96.68%	98.01%
	D 2% < 105%	100.04%	100.02%	100%	100%	100.59%
	V 95% > 98%	86,7%	91.27%	96.52%	82.06%	86.43%
Правый тазобедренный сустав	D 0.03 cm ² < 50Гр.	49.84Гр.	37.89Гр.	55.85Гр.	31.73Гр.	26.73Гр.
Левый тазобедренный сустав	D 0.03 cm ² < 50Гр.	48.74Гр.	34.31Гр.	54.09Гр.	31.36Гр.	26.48Гр.
Мочевой пузырь	V 65 Гр. < 50%	43.35%	39.19%	14.51%	43.37%	39.60%
Прямая кишка	V 60 Гр. < 35%	17%	45.17%	4.59%	28.51%	38.67%
Спинальный мозг	D 0.03 cm ² < 45Гр.	1.82Гр.	1.71Гр.	1.33Гр.	1.51Гр.	1.53Гр.

Табл. 2. Выполнение клинических целей при дозиметрическом планировании облучения тормозным излучением предстательной железы методом IMRT для пяти разных планов.

Структура	№	1	2	3	4	5
	Клинические цели для структуры	Полученные значения дозиметрического планирования				
PTV предстательной железы	V 90% > 99%	98.94%	99.82%	99.86%	99.98%	99.98%
	D 2% < 105%	100.59%	106.36%	104.84%	105.95%	106.39%
	V 95% > 98%	83.67%	99.2%	99.41%	99.64%	99.78%
Правый тазобедренный сустав	D 0.03 cm ² < 50Гр.	36.67Гр.	37.9Гр.	45.72Гр.	37.2Гр.	34.11Гр.
Левый тазобедренный сустав	D 0.03 cm ² < 50Гр.	38.37Гр.	38.64Гр.	45.33Гр.	38.47Гр.	35.79Гр.
Мочевой пузырь	V 65 Гр. < 50%	33.75%	30.05%	0.32%	6.07%	4.04%
Прямая кишка	V 60 Гр. < 35%	22%	33.43%	1.81%	30.23%	14.88%
Спинальный мозг	D 0.03 cm ² < 45Гр.	3.46Гр.	3.32Гр.	3.22Гр.	3.45Гр.	3.36Гр.

Табл. 3. Выполнение клинических целей при дозиметрическом планировании облучения тормозным излучением предстательной железы методом VMAT для четырех разных планов.

Структура	№	1	2	3	4
	Клинические цели для структуры	Полученные значения дозиметрического планирования			
PTV предстательной железы	V 90% > 99%	100%	99.95%	99.89%	99.99%
	D 2% < 105%	105.91%	105.97%	105.79%	105.91%
	V 95% > 98%	99.58%	99.63%	99.64%	99.72%
Правый тазобедренный сустав	D 0.03 cm ² < 50Гр.	24.93Гр.	23.21Гр.	23.16Гр.	23.06Гр.
Левый тазобедренный сустав	D 0.03 cm ² < 50Гр.	25.28Гр.	23.23Гр.	23Гр.	23.14Гр.
Мочевой пузырь	V 65 Гр. < 50%	0%	0%	0%	0%
Прямая кишка	V 60 Гр. < 35%	0%	0%	0%	0%
Спинальный мозг	D 0.03 cm ² < 45Гр.	3.15Гр.	3.08Гр.	3.09Гр.	3.07Гр.

Данные табл. 1 показывают, что почти все клинические цели среди пяти планов выполняются, за исключением варианта 3. Это можно объяснить тем, что углы осей пучков составляют 90° и 270°, поэтому тазобедренные суставы получают дозу выше допустимой.

Выводы. В данной работе были рассмотрено облучение предстательной железы тормозным фотонным излучением на линейных ускорителях электронов Varian Halcyon и Elekta Compact. Проведено дозиметрическое планирование этого облучения и проанализированы 14 различных способов планирования для современных методов лучевой терапии 3D-CRT, IMRT и VMAT. Практически во всех представленных вариантах дозиметрического планирования получилось создать равномерное распределение высокой дозы в опухоли, полный обхват опухоли заданной изодозой и не допустить переоблучения критических органов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каприн А. Д. Злокачественные новообразования в России в 2020 году. – М.: МНИОМ им. П.А. Герцена, 2021. – 254 с.
2. Søren M. Bentzen et al. Quantitative Analyses of Normal Tissue Effects in the Clinic// International journal of radiation oncology, biology, physics. – 2010 – Vol. 76. – Issue 3. –P. S3-S9.

УДК 621.039

В.А. Бакаев¹, П.Р. Шаяхметова², А.М. Червяков²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

²ГБУЗ «Санкт-Петербургский клинический научно-практический центр специализированных видов медицинской помощи (онкологический) им. Н.П. Напалкова»^(*)

ДИСТАНЦИОННОЕ ОБЛУЧЕНИЕ МОЛОЧНОЙ ЖЕЛЕЗЫ МЕТОДОМ 3D-CRT НА МЕДИЦИНСКОМ УСКОРИТЕЛЕ ЭЛЕКТРОНОВ

Введение. Данная работа посвящена методу дистанционной лучевой терапии 3D-CRT (3-dimension conformal radiation therapy) лечения рака молочной железы на медицинском ускорителе электронов Varian TrueBeam с максимальной энергией тормозного фотонного излучения 6 МэВ. 3D-CRT – метод прямого планирования объемного изодозного распределения с применением дополнительных сегментарных пучков. Высокая конформность лучевой терапии достигается с внедрением в систему формирования пучка многолепесткового коллиматора (МЛК).

Применение современных устройств в процессе расчета плана облучения молочной железы. Расчет дозиметрического плана для метода 3D-CRT происходит в процессе прямого планирования, в ходе которого изменяются параметры пучка с целью достичь требований, фигурируемых в клиническом предписании, и с учетом физико-технических возможностей медицинского ускорителя. МЛК в лучевой терапии – это устройство, находящееся в фокусирующей части головки ускорителя, используемое для конформного облучения опухоли [1]. Медицинский ускоритель электронов Varian TrueBeam оснащен многолепестковым коллиматором A627 Millennium120, включающим в себя 60 пар лепестков, 30 из них толщиной 1 см и 30 из них толщиной 0.5 см. Каждая пластина МЛК имеет свой механический моторчик и передвигается независимо от других пластин под управлением компьютера.

Смоделированное физиком дозное распределение в программе планирования облучения имеет физический смысл только при гарантии, что доза, получаемая пациентом,

^(*) П.Р. Шаяхметова, polya_sh@mail.ru

соотносится с расчетной. При проверке дозиметрических планов в рамках программы гарантии качества применяется метод гамма-анализа. При проведении гамма-анализа используется математический параметр гамма-индекс, объединяющий разность доз и разность расстояний для расчета безразмерного показателя для каждой дозовой точки оцениваемого распределения [2]. В онкологическом центре им. Н. П. Напалкова при портальной дозиметрии для планов облучения молочной железы применяется критерий повышенной точности 3%/2мм, то есть допустимое отклонение полученной поглощенной дозы в рассматриваемой точке от планируемой составляет 3%, а допустимое отклонение координаты дозовой точки составляет 2 мм.

Анализ результатов дозиметрического планирования и портальной дозиметрии. Оптимальным способом облучения молочной железы являются два пучка тормозного излучения с углом разворота между осями пучков 160-200 градусов. Для каждого основного направления формируются дополнительные 2-3 индивидуальных коллиматора, которые имеют собственную форму. Из-за имеющейся гетерогенности (кожа, жировая ткань, мышечная ткань, кости, легочная ткань) начальное распределение доз в теле пациента выглядит неравномерно, но в результате дозиметрического планирования с применением коллиматоров можно достичь равномерности дозного распределения.

Клинические цели являются показателем выполнения дозиметрического планирования. Выбор клинических целей основывается на международных рекомендациях [4]. Смысл достижения клинических целей – уменьшение постлучевых осложнений и минимизация вероятности индуцированного рака у пациентов. В ходе исследовательской работы были рассчитаны 10 дозиметрических планов облучения молочной железы для реализации их методом 3D-CRT в режиме фракционирования 25 фракций по 2 Гр с суммарной поглощенной дозой 50 Гр.

Табл. 1. Выполнение клинических целей при дозиметрическом планировании облучения тормозным излучением правой молочной железы для реализации метода 3D-CRT для пяти клинических случаев

Рассматриваемая структура	Порядковый номер плана	1	2	3	4	5
	Клинические цели для структуры	Полученные значения в результате дозиметрического планирования				
РТV молочной железы	$V_{107\%} < 2\%$	0.06	0.18	0.06	0.01	0.00
	$V_{105\%} < 5\%$	4.94	3.39	3.55	4.02	1.49
	$V_{95\%} > 95\%$	95.63	94.95	96.00	99.15	98.65
Молочная железа с необлучаемой стороны	$V_{5\text{ Гр}} < 15\%$	0.21	7.04	16.18	5.40	4.09
Легкое с облучаемой стороны	$D_{\text{mean}} < 13\text{ Гр}$	9.57	12.58	10.68	8.44	7.06
	$V_{20\text{ Гр}} < 30\%$	16.78	26.13	21.31	16.06	13.92
	$V_{5\text{ Гр}} < 50\%$	39.36	36.73	35.07	28.48	20.54

Из табл. 1 и 2 следует: $V_{107\%} < 2\%$ – меньше 2% РТВ молочной железы должно находиться внутри 107% изодозы 50 Гр, $V_{105\%} < 5\%$ – меньше 5% РТВ молочной железы должно находиться внутри 105% изодозы от 50 Гр, $V_{95\%} > 95\%$ – больше 95% РТВ молочной железы должно находиться внутри 95% изодозы от 50 Гр. $V_{5\text{ Гр}} < 15\%$ – меньше 15% необлучаемой молочной железы должно находиться внутри дозы 5 Гр, $V_{20\text{ Гр}} < 10\%$ – меньше 10% объема сердца должно находиться внутри дозы 20 Гр, $V_{5\text{ Гр}} < 35\%$ - меньше 35% объема сердца должно находиться внутри дозы 5 Гр. $V_{20\text{ Гр}} < 15\%$ – меньше 15% объема должно находиться внутри дозы 20 Грей. D_{mean} – средняя доза.

Табл. 2. Выполнение клинических целей при дозиметрическом планировании облучения тормозным излучением левой молочной железы для реализации метода 3D-CRT для пяти клинических случаев

Рассматриваемая структура	Порядковый номер плана	6	7	8	9	10
	Клинические цели для структуры	Полученные значения в результате дозиметрического планирования				
PTV молочной железы	V 107% < 2%	0.05	0.03	0.29	0.02	0.00
	V 105% < 5%	1.85	3.39	4.36	1.82	1.52
	V 95% > 95%	92.93	94.24	99.10	90.60	98.83
Молочная железа с необлучаемой стороны	V 5 Гр < 15%	1.37	13.90	28.10	10.22	6.58
Сердце	V 20 Гр < 10%	9.99	9.38	9.93	9.80	8.74
	V 5 Гр < 35%	17.11	24.66	23.75	17.21	17.20
Легкое с облучаемой стороны	Dmean < 13 Гр	11.04	10.31	12.73	9.31	10.87
	V 20 Гр < 30%	22.32	20.33	23.66	18.60	22.18
	V 5 Гр < 50%	32.07	32.40	45.75	34.58	26.86

Табл. 3 Полученные значения проведенного гамма-анализа с критерием 3%/2мм портальной дозиметрии для реализации метода 3D-CRT для 5 планов облучения правой молочной железы

Порядковый номер плана		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Критерий	Допустимое значение критерия	Полученные значения критериев для каждого клинического случая и для каждого угла гантри (угол гантри, ° - значение критерия)									
Area gamma <1, %	97%	54-100	40-9.9	58-100	50-99.8	40-100	120-100	121-100	114-100	118-99.7	117-100
		245-100	55-100	238-98.8	-	54-100	307-100	307-100	300-100	310-98.5	305-100
		-	245-100	-	244-99.9	250-100	-	-	-	325-98.5	-
Maximum gamma	5.00	54-1.00	40-1.42	58-1.45	50-1.25	40-0.90	120-1.01	121-1.10	114-1.02	118-1.26	117-1.17
		245-1.04	55-1.16	238-2.81	-	54-0.88	307-1.33	307-0.94	300-1.00	310-1.42	305-1.07
		-	245-1.10	-	244-1.21	250-0.96	-	-	-	325-1.28	-
Average gamma	0.5	54-0.33	40-0.36	58-0.47	50-0.41	40-0.22	120-0.39	121-0.33	114-0.40	118-0.45	117-0.40
		245-0.35	55-0.37	238-0.46	-	54-0.23	307-0.50	307-0.29	300-0.42	310-0.48	305-0.39
		-	245-0.41	-	244-0.42	250-0.30	-	-	-	325-0.44	-

Из табл. 3 следует: Maximum gamma – максимальное отклонение дозы и/или координаты в точке, Average gamma – среднее отклонение дозы и/или координаты в точке. Общий результат гамма-анализа можно узнать по критерию Area gamma <1, который показывает долю от общего количества точек, в которых отклонение дозы и/или координаты составляет меньше 1.

Выводы. В данной исследовательской работе были разработаны 10 дозиметрических планов облучения молочной железы для реализации их методом 3D-CRT на ускорителе

электронов Varian TrueBeam. Использование свойств МЛК в процессе планирования облучения молочной железы позволило выполнить клинические цели, принятые в лучевом отделении онкологического центра им. Н. П. Напалкова. Это привело к снижению планируемой дозовой нагрузке на органы риска при одновременном сохранении равномерного дозного распределения внутри мишени. С учетом анатомических особенностей пациентов, проблема каждого клинического случая была обсуждена с врачом-радиотерапевтом в пользу выполнения клинических целей, связанных с охватом дозой мишени, либо связанных с органами риска. В результате портальной дозиметрии было выяснено, что все дозиметрические планы прошли проверку в рамках программы гарантии качества с критерием повышенной точности 3%/2мм.

ЛИТЕРАТУРА

1. Климанов В. А. Радиобиологическое и дозиметрическое планирование лучевой и радионуклидной терапии. Часть 1. Радиобиологические основы лучевой терапии. Радиобиологическое и дозиметрическое планирование дистанционной лучевой терапии пучками тормозного и гамма-излучения и электронами. Учебное пособие. – М.: НИЯУ МИФИ, 2011. – 500 с.
2. M. Hussein, C.H. Clark, A. Nisbet. Challenges in calculation of the gamma index in radiotherapy – Towards good practice // Physica Medica. – 2017. – Vol. 36. – P. 1–11.
3. Portal Dosimetry Reference Guide. Varian Medical Systems, Inc. Palo Alto, USA. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.scribd.com/document/327330182/Portal-Dosimetry-Reference-Guide> (дата обращения: 23.03.2024).
4. Søren M. Bentzen et al. Quantitative Analyses of Normal Tissue Effects in the Clinic// International journal of radiation oncology, biology, physics. – 2010 – Vol. 76. – Issue 3. –P. S3-S9.

УДК 539.12

Д.А. Берналь, А.Д. Селезнев, Я.А. Бердников
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

МЕРТВЫЕ КАРТЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО КАЛОРИМЕТРА В СТОЛКНОВЕНИЯХ P+AU ПРИ ЭНЕРГИИ 200 ГэВ

Введение. Процесс сбора данных, получаемых при столкновениях тяжелых ионов на коллайдере RHIC, занимает длительное время, вплоть до нескольких месяцев [1]. В течение этого времени могут возникнуть различные проблемы в работе детекторных подсистем эксперимента. Например, при работе электромагнитного калориметра (состоящего в нашем случае из 8 секторов) могут наблюдаться скачки напряжения, поломки конструктивных элементов, сбой в работе считывающей электроники, а также колебания уровня шума [2]. Эти события приводят к уменьшению чувствительности калориметра и, как следствие, к искажению измеряемых характеристик частиц [3].

С целью подготовки электромагнитного калориметра к эксперименту с регистрацией рожденных в столкновениях ядер гамма-квантов необходима разработка методики определения мертвых зон (мертвых башен) в секторах калориметра. Мертвые зоны необходимо исключить из рассмотрения в процессе обработки экспериментальных данных.

В настоящей работе предлагается для выявления неидеальной работы электромагнитного калориметра основное внимание уделять образованию в секторах калориметра областей, уровень загрузки в которых значительно отличается от среднего по сектору. Такие области будем называть мертвыми башнями. Искажение энергетических параметров кластеров, расположенных в мертвых башнях, сильно влияет на сигналы от

^(*) Д.А. Берналь, aberndi@gmail.com

гамма-квантов, формирующих инвариантную массу мезонов. Распределение по инвариантной массе является важнейшей характеристикой для их идентификации. Таким образом, процедура удаления из рассмотрения мертвых башен позволяет уменьшить статистический шум и обеспечивает более надежную оценку характеристик частиц в условиях, вызванных локальными проблемами детектора.

Пример загрузки областей секторов калориметра приведен на рис. 1.

Методика. В данной работе для нахождения мертвых башен электромагнитного калориметра был проведен анализ статистических данных по каждому сектору электромагнитного калориметра. Распределения загрузок по секторам были аппроксимированы функцией Гаусса в сочетании с кубическим многочленом, как показано на рис. 2. Среднее значение и стандартное отклонение были использованы для выборки башен, которые демонстрировали значительные отклонения от среднего значения по секторам. Башня помечалась мертвой, если загрузка башни была меньше, чем 7 стандартных отклонений от средней загрузки по сектору, или если загрузка башни была больше, чем 50 стандартных отклонений от средней загрузки по сектору. Кроме того, соседние башни также помечались как мертвые.

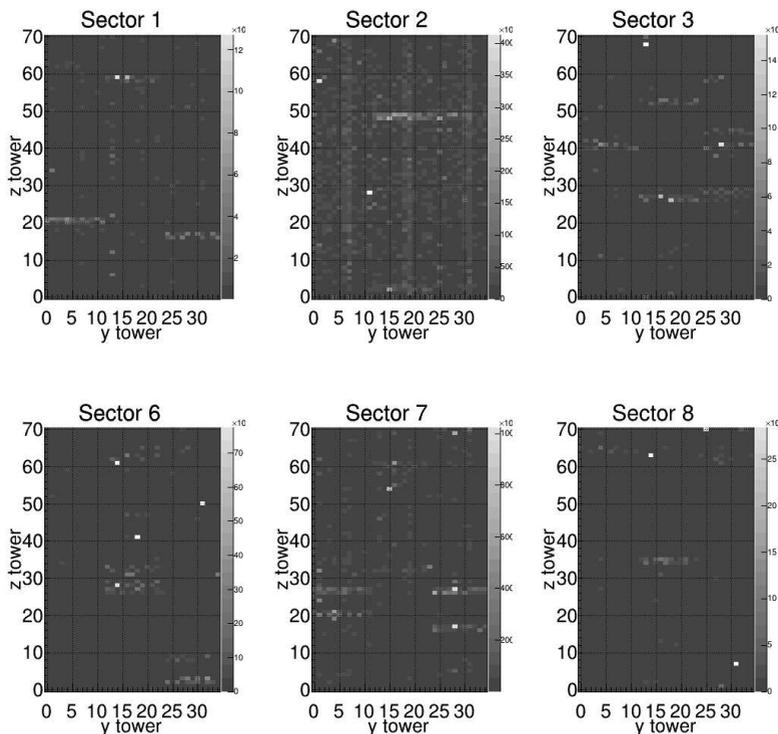


Рис. 1. Карты загрузок секторов электромагнитного калориметра в столкновениях $p+Au$ при энергии 200 ГэВ. Z tower — башни калориметра в направлении пучка, Y tower — перпендикулярно пучку.

Градиент (правая шкала) показывает загрузку в каждой башне. Видны отдельные области с аномальной загрузкой (светлые области)

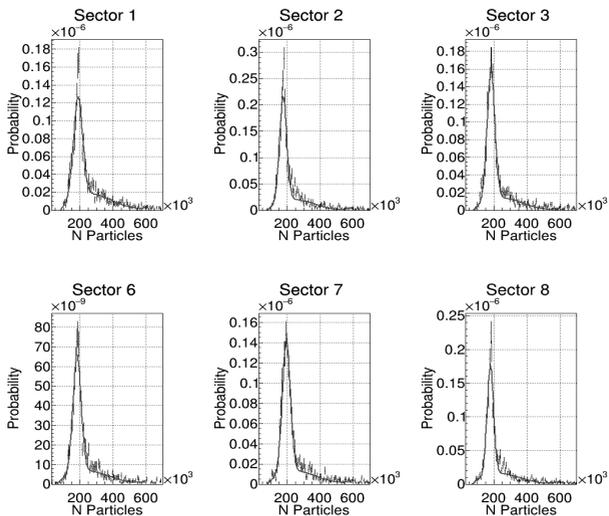


Рис. 2. Распределения загрузок в секторах электромагнитного калориметра в столкновениях p+Au при энергии 200 ГэВ. Сплошная линия — аппроксимация суммой функции Гаусса и полинома 3-ей степени. Probability — вероятность того, что в башне калориметра было зарегистрировано N частиц

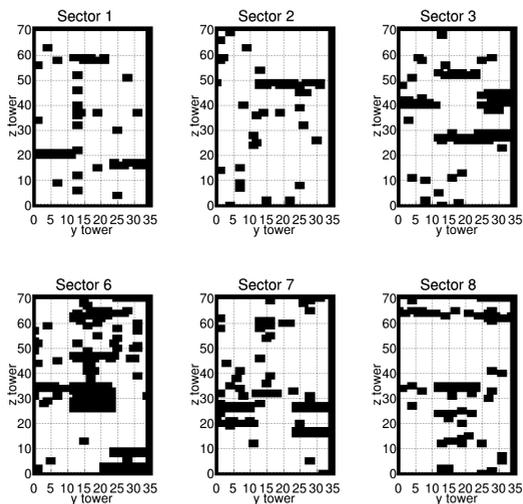


Рис. 3. Мертвые карты для различных секторов электромагнитного калориметра в столкновениях p+Au при энергии 200 ГэВ. Z tower — башни калориметра в направлении пучка, Y tower — перпендикулярно пучку

Мертвые карты, полученные в столкновениях $p+Au$ при энергии 200 ГэВ, представлены на рис. 3. Темные зоны указывают на вышедшие из строя башни, а белые зоны соответствуют выбранной активной области.

Вывод. В данной работе предложена методика и проведен статистический анализ загрузок по секторам электромагнитного калориметра. Полученные распределения загрузок были аппроксимированы суммой функции Гаусса и кубического полинома. Используя параметры аппроксимации, были получены мертвые карты электромагнитного калориметра в столкновениях $p+Au$ при энергии 200 ГэВ с целью измерения инвариантных спектров эта-мезонов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Na amiya, S. PHENIX experiment at RHIC // Nuclear Physics-Section A– 1994. – Vol. 566 . – P. 287-298.
2. K. Adcox et al. PHENIX detector overview // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment – 2003. – Vol. 499 . – P. 469-479.
3. Aphetche, L., et al. PHENIX calorimeter. // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. – 1994. – Vol. 108. – P. 171-182.

УДК 532.12

Н.А. Шарипо, А.Д. Селезнев, Д.О. Котов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

КАЛИБРОВКА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО КАЛОРИМЕТРА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ИНВАРИАНТНЫХ СПЕКТРОВ РОЖДЕНИЯ η -МЕЗОНОВ В СТОЛКНОВЕНИЯХ $p+Al$ ПРИ ЭНЕРГИИ 200 ГэВ

Введение. В ион-ионных столкновениях при высоких энергиях ядерная материя может переходить в особое агрегатное состояние – кварк-глюонную плазму (в дальнейшем КГП) [1]. Для изучения свойств КГП исследуются различные эффекты, один из которых – эффект гашения струй [2], суть которого заключается в подавлении выхода мезонов с высоким значением поперечного импульса p_T . Для измерения выходов мезонов используют электромагнитный калориметр, который регистрирует фотоны, образовавшиеся в процессах распада мезонов [3]. Однако сбор данных в одном цикле ион-ионных столкновений на коллайдерах может длиться несколько месяцев, в течение которых на детекторах экспериментов могут происходить различные технические неполадки. Эти неполадки могут приводить к отклонению характеристик детекторной подсистемы от номинальных значений, что в свою очередь приводит к искажению измеренных характеристик частиц, рожденных в процессе столкновения. Для уменьшения влияния таких отклонений на результаты анализа производится первичный отбор данных и калибровка электромагнитных калориметров. В данной работе рассматривается коллайдер RHIC, на котором проводили цикл столкновений системы $p+Al$ при энергии в системе центра масс $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ [4], результаты столкновений регистрировались детекторами эксперимента PHENIX.

Цели и задачи работы. Цель данной работы – подготовка электромагнитного калориметра к измерению инвариантных спектров рождения η -мезонов в столкновениях $p+Al$

^(*)Н.А. Шарипо, sharipo.na@edu.spbstu.ru

при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ. Задача – провести первичный отбор данных и калибровку электромагнитного калориметра в каждом секторе для каждого сегмента данных.

Методика. Данные одного цикла столкновений на коллайдере RHIC делим на сегменты, при этом длительность сбора данных для одного сегмента составляет не более одного часа. Исходя из этого мы можем считать, что характеристики рассматриваемого детектора остаются неизменными в пределах одного сегмента.

Первичный отбор данных состоит из двух этапов: отбор проблемных сегментов и построение «мертвых карт». Определять проблемные сегменты можно разными способами, в данной работе мы опишем один из них.

Для определения проблемных сегментов данных для начала необходимо определить «эталонный» сегмент данных: в данном случае за таковой принимаем сегмент с наибольшим числом событий. Суть рассматриваемого способа заключается в сравнении распределения загрузки рассматриваемого сегмента с распределением загрузки эталонного сегмента. Загрузка определяется для башен секторов внутри сегмента как отношение числа событий, зарегистрированных башней, к полному числу событий, зарегистрированных в секторе. Список величин загрузок, ассоциированных с каждой башней сектора, называется картой загрузки сектора. Подобные карты строятся загрузки для всех секторов, затем карты загрузки рассматриваемого сегмента делятся на карты загрузки эталонного сегмента, а полученное распределение отношений аппроксимируется распределением Гаусса. Если среднее значение отношения загрузок выходит за заранее выбранные пределы, и стандартное отклонение σ получается больше заранее выбранного значения, то целый сегмент помечается проблемным и исключается из дальнейшего анализа.

Для определения «мертвых карт» для начала необходимо объединить все сегменты за исключением проблемных в один файл. Карты загрузки секторов такого файла затем аппроксимируются распределением Гаусса, и все башни, загрузка которых отличается от средней на заранее выбранное число стандартных отклонений, помечаются «мертвыми». «Мертвыми» также помечаются соседние башни и слой толщину в две башни на границе сектора. Списки таких башен для каждого сектора называются «мертвыми картами». Все электромагнитные кластеры, центры которых приходятся на такие башни, исключаются из дальнейшего анализа.

Суть метода тонкой калибровки электромагнитного калориметра заключается в наложении коррекций на энергии анализируемых гамма-квантов. Тонкая энергетическая калибровка проводится в два этапа.

Для осуществления первого этапа калибровки необходимо восстановить массу π^0 -мезона в каждом секторе для каждого сегмента данных, а затем аппроксимировать полученную зависимость масс от номера сегмента прямой для каждого сектора. Конечная величина коррекции для каждого сегмента данных для всех 8 секторов определяется как отношение значения константы аппроксимации масс к восстановленной массе π^0 -мезона в этом секторе в этом сегменте данных. Конечной целью первого этапа калибровки является приведение масс π^0 -мезона в пределах одного сектора в разных сегментах данных к одному значению.

Для осуществления второго этапа калибровки необходимо построить зависимость массы π^0 -мезона от величины поперечного импульса p_T . Для соответствия моделированию величину коррекции второго этапа калибровки мы определяем как отношение величины $137 \text{ МэВ}/c^2$ к константе аппроксимации зависимости массы π^0 -мезона от поперечного импульса для значений $p_T > 3 \text{ ГэВ}/c$. Подобная калибровка проводится для всех 8 секторов детектора.

Результаты. На рис. 1 представлен пример «мертвой карты» для сектора W0 в столкновениях p+Al при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ.

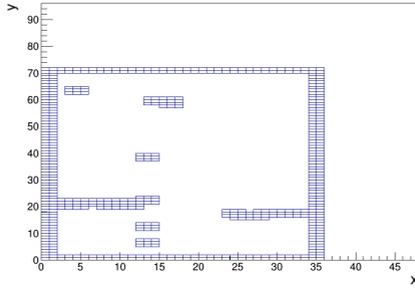


Рис. 1. «Мертвая карта» сектора W0 в столкновениях p+Al при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ

На рис. 2 представлен график зависимости инвариантной массы π^0 -мезона от номера сегмента данных для сектора W0 в столкновениях p+Al при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ.

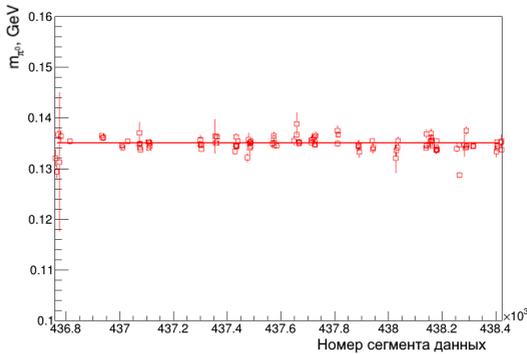


Рис. 2. Зависимость инвариантной массы π^0 -мезона от номера сегмента данных для сектора W0 в столкновениях p+Al при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ

На рис. 3 представлен график зависимости инвариантной массы π^0 -мезона от величины поперечного импульса для сектора W0 в столкновениях p+Al при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ.

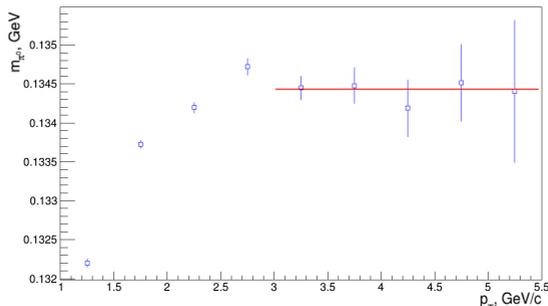


Рис. 3. Зависимость инвариантной массы π^0 -мезона от поперечного импульса сегмента для сектора W0 в столкновениях p+Al при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ

Выводы. В ходе данной работы были проведены первичный отбор данных и тонкая калибровка электромагнитного калориметра. Были получены списки проблемных сегментов данных и «мертвые карты», а также зависимости инвариантной массы π^0 -мезона от номера сегмента данных и зависимости инвариантной массы π^0 -мезона от величины поперечного импульса. Для двух этапов калибровки были получены соответствующие коэффициенты коррекции энергии фотонов. Исключение из анализа проблемных сегментов и башен, входящих в список «мертвых карт», позволит провести более точные измерения выходов - мезонов в ион-ионных столкновениях на коллайдере. Более высокая точность измерения выходов - мезонов обеспечит более высокую точность расчета спектров рождения η -мезонов в системе столкновений $p+Al$ при энергии 200 ГэВ.

ЛИТЕРАТУРА

1. I. Arsene et al. (BRAHMS Collab.). Quark–gluon plasma and color glass condensate at RHIC? The perspective from the BRAHMS experiment // Nucl. Phys. – 2005. – Vol. 757. – P. 1-27.
2. R. Baier. Jet Quenching // Nucl. Phys. – 2003. – Vol. 715. – P. 209-218.
3. L. Aphecetche et al. (PHENIX Collab.). PHENIX calorimeter // Nucl. Instrum. Methods – 2003. – Vol. 499. – P. 521-536.
4. N. Novitzky. Small Collision Systems at RHIC // EPJ Web Conf. – 2018. – Vol. 171 – 11002

УДК 539.16

Д.В. Кох, Я.А. Бердников

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ФИЛЬТРАЦИОННЫЙ МОДУЛЬ КОМПЛЕКСА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ВОЗДУШНОЙ РАДИАЦИОННОЙ РАЗВЕДКИ МЕСТНОСТИ

Исследование направлено на обоснование возможности создания облегченного фильтрационного модуля в составе комплекса для проведения воздушной радиационной разведки местности (ВРРМ).

Целью работы является создание фильтрационного модуля для комплекса ВРРМ, обладающего выгодными экономическими параметрами.

Актуальность проблемы исследования определяется необходимостью наращивания числа средств радиационной разведки в связи с высокими темпами развития атомной промышленности и сложившейся геополитической ситуацией. Создание легкого фильтрационного модуля для проведения ВРРМ позволяет применять в качестве носителей комплекса радиационной разведки легкие беспилотные летательные аппараты (БПЛА). Легкие БПЛА отличаются низкой стоимостью производства и эксплуатации. Высокие экономические характеристики как носителя системы, так и самого комплекса позволят значительно увеличить количество средств радиационной разведки, что позитивно отразится на оперативности реагирования в случае возникновения опасности радиационного загрязнения [1].

В контексте данной работы основными методами исследования являются компьютерное моделирование и лабораторный эксперимент. Применение компьютерного моделирования позволило рассчитать геометрию фильтрационной установки и построить модель, пригодную для изготовления прототипа, работоспособность которого была подтверждена в лабораторных исследованиях.

Хорошо известно, что в настоящее время одним из способов проведения воздушной радиационной разведки местности является классический аэрозольный метод [2].

^(*) Д.В. Кох, koh.dv@edu.spbstu.ru

При применении классического аэрозольного метода на внешнем корпусе пилотируемого летательного аппарата размещаются фильтрационные гондолы. В классическом методе основным конструктивным материалом фильтрационных гондол является нержавеющая сталь или любой другой материал, обладающий высокой химической стойкостью и прочностными характеристиками. Такой выбор материала обуславливает необходимость проведения радиационной деактивации между вылетами. Внутри гондолы расположен лентопротяжный механизм, снаряженный фильтрующей лентой. Летательный аппарат, снаряженный фильтрующим устройством, вылетает в область предполагаемого радиационного загрязнения, после чего проходит исследуемую область, сменяя участки фильтрующей ленты через равные временные промежутки. При этом летательный аппарат поддерживает постоянную скорость [3-5].

При проектировании модуля была применена концепция аэрозольного метода проведения ВРРМ, модифицированная для достижения минимальной себестоимости производства и эксплуатации. В рамках модификации метода, тяжелые конструктивные материалы, подлежащие деактивации, были заменены легкими полимерами, а размеры установки были уменьшены, для возможности установки модуля на борт БПЛА. Полимерные модули были сделаны легкоъемными и заменяемыми для возможности их замены в случае избыточного загрязнения. С помощью программы Fusion 360 была создана 3D-модель фильтрационного модуля, спроектирована его механика и аэродинамический контур.

Был изготовлен образец модуля с применением аддитивных технологий. Образец был смонтирован на квадрокоптере DJI Mavic2 согласно схеме (рис. 1).

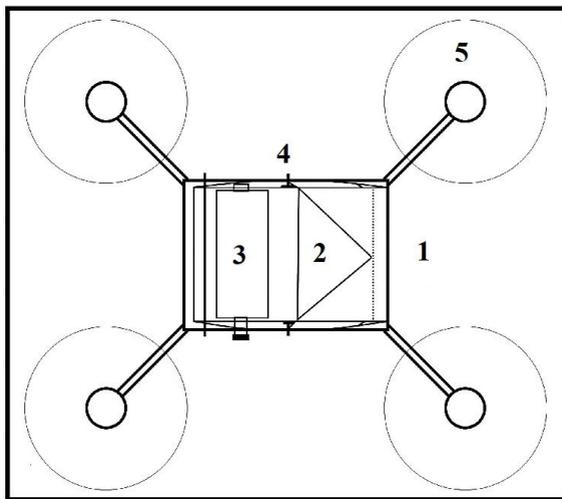


Рис. 1. Схема комплекса на основе DJI Mavic 2; 1 – Фильтрационный модуль расположен на верхней части БПЛА, 2 – Клин-диффрактор, 3 – Катушка с фильтрующей лентой, 4 – Система креплений, 5 – Винты БПЛА

Изготовленный образец протестирован в лабораторном эксперименте, с целью подтвердить работоспособность устройства. В процессе тестирования фильтрационная система была помещена в радоновую камеру. Для имитации движения в составе комплекса, в камере был размещен вентилятор известной мощности, создающий воздушный поток.

Комплекс помещался в воздушный поток на равные промежутки времени с заменой фильтрующих участков (рис. 2).

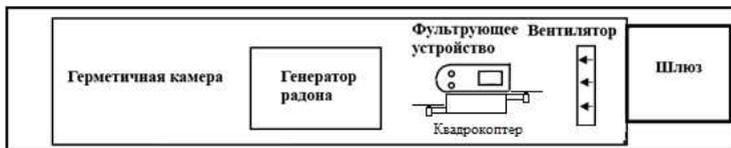


Рис. 2. Схема эксперимента

Объемная активность радона в камере составляла $1000 \text{ (Бк/м}^3\text{)}$. Для создания потока, имитирующего движение фильтрующего модуля в составе комплекса, используется вентилятор «ЭНЕРГОПРОМ ТВС2», создающий скорость потока в 4 (м/с) . В фильтрационный модуль была установлена фильтрующая лента, состоящая из двухслойного спанбонда (Коэффициент фильтрации $0,08$; Площадь фильтрующего участка 36см^2) [6]. Показания снимались дозиметром-радиометром МКС-АТ117М.

Временной диапазон для единичного замера был установлен на 750 секунд. По истечении времени фильтрующий участок сменялся следующим. Был произведен сбор данных на пяти рабочих участках под номерами $5-9$. После эксперимента с фильтрующей ленты были сняты показания (табл. 1, 2).

Табл. 1 Данные с участков, используемых при фильтрации;

№ участка	Данные дозиметра-радиометра ($\frac{1}{\text{см}^2} / \text{с}$)
5	24,5
6	24,5
7	25,5
8	24,4
9	25,1
Среднее	24,8

Табл. 2 Данные с участков, неиспользуемых при фильтрации;

№ участка	Данные дозиметра-радиометра ($\frac{1}{\text{см}^2} / \text{с}$)	№ участка	Данные дозиметра-радиометра ($\frac{1}{\text{см}^2} / \text{с}$)
1	1	11	1,0
2	0,8	12	0,7
3	1,4	13	0,9
4	1,5	14	1,2
10	1,2	15	0,8
Среднее		1,05	

Теоретическое значение активности одного сантиметра квадратного фильтрующего участка, вычисленное согласно формуле 1, составляет 24 распада на $\frac{1}{\text{см}^2} / \text{с}$ [7].

$$A = \frac{1}{S_{\text{фил}}} * \overline{OA} * k_{\text{фил}} * v * t \quad (1)$$

где A – активность, $S_{\text{фил}}$ – площадь фильтрующего участка, \overline{OA} – объемная активность, $k_{\text{фил}}$ – коэффициент фильтрации, v – скорость воздушного потока, t – время измерения.

Отдельно была измерена остаточная активность корпуса модуля после окончания эксперимента. Она составила 3.4 распада на см².

Экспериментальные значения совпали со значениями, предсказанными теоретически с погрешностью, не превышающей 4% от значения активности. На неиспользуемых участках замечена активность, незначительно превышающая фоновую, что может являться следствием паразитных токов воздуха в фильтрующем устройстве. В результате эксперимента фильтрующий модуль подтвердил свою работоспособность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кухарский, М., "Использование БПЛА для радиологического мониторинга и картографирования," отчет агентства обороны ядерных сил, 1998 г.
2. Архипов С.Ю., Наталья В.Н., Пагин Д.Ю. Технические средства контроля радиационного загрязнения атмосферы //Москва, Россия. - 2005. - С. 20-25.
3. Васильев А.П., Лобиков Е.А. Роль И.В. Роль Курчатова в создании системы дальнего обнаружения ядерного взрыва ///Москва, Россия. - 2003. - С. 28-34.
4. Васильев А.П. У истоков систем обнаружения ядерных взрывов на больших расстояниях //Москва, Россия. - 2008. - С. 42-45.
5. Матушенко А.М., Наталья В.Н. От СДО ССК до МСМ или об аэрозольном методе контроля ядерных взрывов //Москва, Россия. - 2005. - С. 56-59.
6. Галиханов М. Ф., Перепелкина А. А. Электретные свойства полипропиленовых нетканых полотен «спанбонд» различных марок //Вестник Казанского технологического университета. – 2015. – Т. 18. – №. 12. – С. 54-56.
7. Кох Д.В., Бердников Я.А. Комплекс для проведения воздушной радиационной разведки // Сборник материалов XXXI Моисеевские чтения. – 2023. – С. 233-238.

УДК 535.371

Е.-К. С. Крутько¹, И.А. Горбунова², Д.В. Яшков¹, М.Э. Сасин², О.С. Васютинский²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе

ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССОВ РЕЛАКСАЦИИ ВОЗБУЖДЕННОГО
СОСТОЯНИЯ КОФЕРМЕНТА NADPH В СВОБОДНОЙ ФОРМЕ И ПРИ
СВЯЗЫВАНИИ С ФЕРМЕНТАМИ

Введение. В настоящее время одним из наиболее распространенных методов исследования процессов релаксации, протекающих в возбужденных состояниях биологических молекул, является время-разрешенная флуоресцентная спектроскопия. В частности, этот метод используется для исследования естественных внутриклеточных флуорофоров в растворах и в живых клетках [1,2]. Анализ сигналов затухания флуоресценции внутриклеточных флуорофоров, таких как NADH и NADPH, позволяет неинвазивно оценить свойства их микроокружения и может быть использован для диагностики клеточного метаболизма. Количественные различия в параметрах затухания флуоресценции коферментов NADH и NADPH в здоровых и больных клетках подчеркивают потенциал время-разрешенной флуоресцентной спектроскопии в качестве диагностического метода. В частности, диагностика клеточного метаболизма методом флуоресцентной время-разрешенной микроскопии основана на разделении NADH и NADPH, а также их свободных и связанных с ферментами форм путем анализа времен затухания флуоресценции. Однако, времена затухания флуоресценции чувствительны к условиям микроокружения, и не всегда удается различить связанную и свободную форму коферментов. Кроме того, времена затухания флуоресценции NADH и NADPH и их вклады в сигнал полностью идентичны [3]. В данной работе представлены результаты исследований затухания поляризованной флуоресценции NADPH в свободной форме и NADPH, связанного с ферментами алкоголь-дегидрогеназа (ADH) и изоцитрат-дегидрогеназа (IDH). Был проведен сравнительный анализ времен затухания флуоресценции τ , весовых коэффициентов a , анизотропии флуоресценции ρ_0 , а также времен деполаризации флуоресценции τ_r для связанного и свободного NADPH.

Методика эксперимента. Для регистрации сигналов затухания поляризованной флуоресценции использовалась методика, подробно описанная в наших ранних публикациях [4,5]. Кратко, в качестве источника возбуждения использовался Ti:Sa лазер (Mai:Tai HP, Spectra Physics), перестраиваемый в диапазоне длин волн 720-1050 нм, с длительностью импульсов 100 фс и частотой повторения 80 МГц. Двухфотонное возбуждение образца осуществлялось в диапазоне длин волн от 733 нм до 840 нм. Для исследования использовались β -NADPH (disodium salt, purity > 98%, Macklin), изоцитрат дегидрогеназа из сердца свиньи (Type IV, 3-20 units/mg, Sigma-Aldrich) и NADPH зависимая алкоголь-дегидрогеназа (recombinant from E. coli, 5.0-15.0 U/mg, Sigma-Aldrich). В ходе эксперимента линейно-поляризованный пучок лазера проходил через полуволновую пластинку и попадал на раствор кофермента. Взаимодействие линейно-поляризованного возбуждающего излучения с молекулами образца приводило к выстраиванию осей возбужденных молекул, в результате чего излучение флуоресценции было частично поляризованным. Поляризованная флуоресценция раствора собиралась перпендикулярно направлению распространения возбуждающего лазерного пучка, проходила через фильтры с полосой пропускания 436/10

^(*)Е.-К. С. Крутько, eview420@gmail.com

нм, чтобы отсечь излучения лазера и выделить узкий диапазон длин волн, на которых флуоресцирует NADPH. С помощью призмы Глана отделялась одна из ортогональных компонент поляризации излучения флуоресценции: $I_{||}$ и I_{\perp} . Изменяя направление поляризации возбуждающего пучка с помощью полуволновой пластинки, мы меняли ориентацию выделяемой компоненты поляризации флуоресценции относительно поляризации возбуждающего излучения. Сигналы регистрировались лавинным фотодетектором (APD-050-СТС, MPD) с полушириной аппаратной функции около 56 пс. Импульсы с выхода фотодиодов обрабатывались системой счета фотонов с временной корреляцией (PicoHarp300, PicoQuant). Анализ полученных экспериментальных сигналов осуществлялся с помощью метода глобальной аппроксимации сигналов $I_{||}$ и I_{\perp} , реализованном на языке Python 3.

Результаты и обсуждение. В табл. 1 и 2 представлены изотропные и анизотропные параметры затухания поляризованной флуоресценции, которые были определены по результатам анализа сигналов на рис. 1.

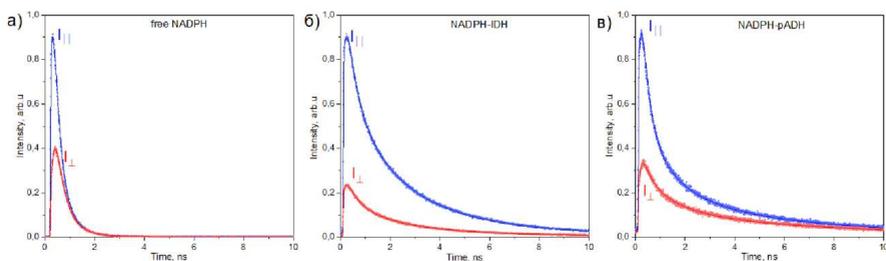


Рис. 1. Сигналы затухания ортогональных компонент поляризованной флуоресценции $I_{||}$ и I_{\perp} : а) свободный NADPH в растворе PBS, б) раствор NADPH-IDH и в) комплекс раствор NADPH-ADH.

Табл. 1. Времена затухания флуоресценции свободного NADPH, комплекса NADPH-ADH и NADPH-IDH.

	τ_1 , нс (a_1)	τ_2 , нс (a_2)
Free NADPH	0.30 (0.88)	0.70 (0.12)
NADPH+ADH	2.27 (0.83)	5.67 (0.17)
NADPH+IDH	-	5.31 (1.00)

Получено, что комплекс NADPH-IDH обладает двумя временами затухания флуоресценции 2.27 нс и 5.67 нс, при этом наибольший вклад в сигнал вносит более короткое время затухания. При связывании NADPH с ADH наблюдаются только одно время затухания флуоресценции 5.31 нс. Полученные времена затухания флуоресценции связанного NADPH были выше, чем времена затухания свободного NADPH в растворе. Полученное время затухания флуоресценции комплекса NADPH-IDH $\tau_1 = 2.27$ нс хорошо согласуется с данными, опубликованными ранее [1]. Показано, что увеличение времени затухания флуоресценции связанного NADPH по сравнению со свободным NADPH обусловлено снижением скоростей безызлучательной релаксации возбужденного состояния NADPH в условиях более низкой полярности сайтов связывания ферментов по сравнению с полярностью водного раствора.

Полученные параметры анизотропии флуоресценции представлены в Таблице 2. Для анализа затухания анизотропии флуоресценции NADPH, связанного с ферментами, была

использована модель, разработанная в нашей предыдущей работе [5]. В рамках этой модели затухание анизотропии флуоресценции было представлено как сумма вкладов вращательной диффузии с временем τ_{rot} и анизотропной колебательной релаксации с временем τ_c . Было обнаружено, что, помимо ожидаемого длинного времени вращательной диффузии, как для комплекса NADPH-IDH, так и для комплекса NADPH-ADH наблюдается короткое время деполаризации флуоресценции τ_c . Это короткое время деполаризации флуоресценции обусловлено анизотропной колебательной релаксацией в возбужденном состоянии коферментов, которая сопровождалась поворотом дипольного момента перехода за счет перестройки конфигурации ядер в молекуле. Кроме того, значительно отличались коэффициенты анизотропии r_2 при этом времени деполаризации: в случае NADPH-IDH $r_2=0.016$, что гораздо меньше, чем для случая NADPH-ADH ($r_2=0.22$). Однако анизотропия флуоресценции при времени вращательной диффузии комплекса NADH-IDH была равна $r_1=0.52$, что выше, чем у свободного NADPH (0.48) и чем у комплекса NADPH-ADH (0.21).

Табл. 2. Параметры анизотропии флуоресценции свободного NADPH, комплексов NADPH-ADH и NADPH-IDH.

	r_0	τ_{rot} , нс		
Free NADPH	0.49	0.20		
	r_1	τ_{rot} , нс	r_2	τ_c , нс
NADPH+IDH	0.52	150	0.016	0.67
NADPH+ADH	0.21	12	0.22	0.36

Результаты проведенных исследований могут быть использованы для изучения биохимических процессов, происходящих внутри живых клеток и тканей, что, в свою очередь, способствует решению проблем, связанных с неинвазивной диагностикой онкологических заболеваний флуоресцентными методами.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ (проект № 23-22-00230).

ЛИТЕРАТУРА

1. Leben R., Köhler M., Radbruch H., Hauser A.E., Niesner R.A. Systematic Enzyme Mapping of Cellular Metabolism by Phasor-Analyzed Label-Free NAD(P)H Fluorescence Lifetime Imaging. *Int. J. Mol. Sci.* – 2019. – 20, 5565.
2. Blacker T.S., Duchon M.R., Investigating mitochondrial redox state using NADH and NADPH autofluorescence // *Free Radic. Biol. Med.*, – 2016. –100, P. 53–65.
3. Blacker, T., Mann, Z., Gale, J. et al. Separating NADH and NADPH fluorescence in live cells and tissues using FLIM // *Nature Communications*. — 2014. — Vol. 5. — P. 1–9.
4. Gorbunova I. A., Sasin M. E., Rubayo-Soneira J., Smolin A. G. and Vasyutinskii O. S., Two-Photon Excited Fluorescence Dynamics in NADH in Water–Methanol Solutions: The Role of Conformation States // *J. Phys. Chem. B* – 2020. –124 (47), 10682–10697.
5. Gorbunova I. A., Sasin M. E., Golyshev D. P., Semenov A. A., Smolin A. G., Beltukov Y. M., Vasyutinskii O. S., Two-Photon Excited Fluorescence Dynamics in Enzyme-Bound NADH: the Heterogeneity of Fluorescence Decay Times and Anisotropic Relaxation // *J. Phys. Chem. B* – 2021. – 125(34), 9692–9707.

ДИНАМИЧЕСКАЯ ПОЛЯРИЗАЦИИ ЯДЕР AS В КРЕМНИИ В УСЛОВИЯХ ЭПР

Введение. Спины ядер в условиях ядерного магнитного резонанса (ЯМР) и спины электронов в условиях электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) представляют собой квантовые объекты, позволяющие исследовать основные магнитные свойства вещества на микроскопическом уровне. Полезные сигналы в условиях ЯМР оказываются относительно невелики, но в условиях ЭПР можно добиться значительной динамической (неравновесной) поляризации ядерных спинов при увеличении интенсивности переходов с изменением проекции спина электрона [1].

Динамическая поляризация ядер (ДПЯ) возможна при наличии сверхтонкого взаимодействия между спином электрона, локализованного на примеси, и спином ядра. Кроме того, необходимы флип-флоп переходы с одновременным переворотом спина электрона и спина ядра. Время таких переходов оказывается длиннее на несколько порядков времени спиновой релаксации электронов (при сохранении проекции спина ядра), и именно за счет флип-флоп переходов устанавливается равновесное распределение по проекциям спина ядра. Различают два основных механизма ДПЯ в условиях ЭПР: эффект Оверхаузера, реализующийся при возбуждении разрешенных переходов с изменением проекции спина электрона и сохранении проекции ядерного спина, и солид-эффект, возникающий при возбуждении запрещенных флип-флоп переходов с сохранением суммарной проекции спина электрона и спина ядра. В данной работе представлено решение для солид-эффекта в рамках поставленного в [2] эксперимента. Решение для эффекта Оверхаузера представлено в [3].

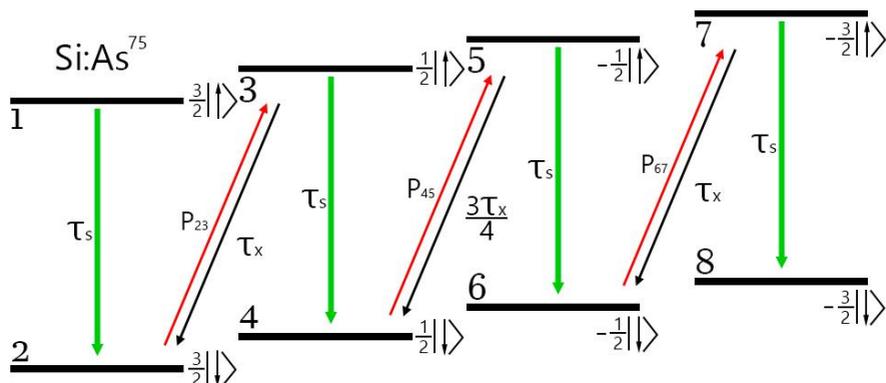


Рис. 1. Диаграмма спиновых подуровней As^{75} в сильных магнитных полях. Зелёные линии – переходы при неизменном значении проекции ядерного спина, красные линии – кросс-переходы.

(•) В.А. Грабарь, grab2000@mail.ru

Решение. Энергетическое расположение уровней приведено на рис. 1 и аналогично схеме уровней в [2,3]. Вероятности переходов с сохранением проекции спина ядра одинаковые (вертикальные линии на рис. 1), а вероятности переходов между состояниями с изменением проекции спинов электрона и ядра зависят от величины проекции спина ядра, что показано в [2]: вероятность перехода $5 \rightarrow 4$ относится к вероятностям переходов $3 \rightarrow 2$ и $7 \rightarrow 6$ как $4/3$, (соотношение для времен релаксации обратное). Для расчета количества центров с различными проекциями спинов электрона и ядра необходимо составить систему из 8 кинетических уравнений, аналогичную системе из [3]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{N}_1 \tau_s = -\frac{N_1}{1+\mu} + \frac{\mu}{1+\mu} N_2 \\ \dot{N}_2 \tau_s = \frac{N_1}{1+\mu} - \left[\frac{\mu}{1+\mu} \left(1 + \frac{\tau_s}{\tau_x} \right) + P_{23} \tau_s \right] N_2 + \left[\frac{\tau_s}{\tau_x} \frac{1}{1+\mu} + P_{23} \tau_s \right] N_3 \\ \dot{N}_3 \tau_s = \left[\frac{\mu}{1+\mu} \frac{\tau_s}{\tau_x} + P_{23} \tau_s \right] N_2 - \left[\frac{1+\tau_s/\tau_x}{1+\mu} + P_{23} \tau_s \right] N_3 + \frac{\mu}{1+\mu} N_4 \\ \dot{N}_4 \tau_s = \frac{N_3}{1+\mu} - \left[\frac{\mu}{1+\mu} \left(1 + \frac{4}{3} \frac{\tau_s}{\tau_x} \right) + P_{45} \tau_s \right] N_4 + \left[\frac{4}{3} \frac{\tau_s}{\tau_x} \frac{1}{1+\mu} + P_{45} \tau_s \right] N_5 \\ \dot{N}_5 \tau_s = \left[\frac{\mu}{1+\mu} \frac{4}{3} \frac{\tau_s}{\tau_x} + P_{45} \tau_s \right] N_4 - \left[\frac{1+\frac{4}{3} \tau_s/\tau_x}{1+\mu} + P_{45} \tau_s \right] N_5 + \frac{\mu}{1+\mu} N_6 \\ \dot{N}_6 \tau_s = \frac{N_5}{1+\mu} - \left[\frac{\mu(1+\tau_s/\tau_x)}{1+\mu} + P_{67} \tau_s \right] N_6 + \left[\frac{\tau_s}{\tau_x} \frac{1}{1+\mu} + P_{67} \tau_s \right] N_7 \\ \dot{N}_7 \tau_s = \left[\frac{\mu}{1+\mu} \frac{\tau_s}{\tau_x} + P_{67} \tau_s \right] N_6 - \left[\frac{1+\tau_s/\tau_x}{1+\mu} + P_{67} \tau_s \right] N_7 + \frac{\mu}{1+\mu} N_8 \\ \dot{N}_8 \tau_s = -\frac{\mu}{1+\mu} N_8 + \frac{N_7}{1+\mu} \end{array} \right. \quad 1)$$

Здесь N_i – число примесей в i -ом состоянии, P_{lm} – интенсивность вынужденных переходов для каждой пары линий, $\mu = \exp(-g_e \mu_B B_0 / kT)$, где k – постоянная Больцмана и τ_s и τ_x – времена релаксации спина и кросс-переходов. Уравнения (1) написаны из условия, что сумма всех N_i – постоянная величина, равная полному числу атомов мышьяка N .

При произвольных значениях параметров решить эту задачу сложно, однако, в случае, когда $\tau_x \gg \tau_s$, можно найти решение системы (1) в линейном по параметру τ_s/τ_x приближении, при котором система разбивается на 4 независимые подсистемы, каждая из которых описывает устанавливающееся равновесие между состояниями с разными проекциями спина электрона и одинаковыми проекциями ядерного спина. Рассмотрим решение для $N_i(t)$ в виде $N_i(t) = n_i \exp(-\lambda t/\tau_s)$ и введем обозначения $\alpha = 1/(1+\mu)$, $\beta = \mu/(1+\mu)$. Для расчета величин n_i удобно перейти к новым переменным: $n_{12} = n_1 + n_2$, $Q_{12} = -\alpha n_1 + \beta n_2$ и т.д. Тогда мы получим систему алгебраических уравнений, которая описывает изменение населённости пар состояний с одинаковыми проекциями ядерного спина, а для расчета временной зависимости сигналов ЭПР необходимо определить разницы уровней населённости внутри каждой пары $N_{i+1} - N_i$: $N_i - N_j = \alpha(1-\mu)N_{ij}$ при $i, j = 1 - 8$. Тогда мы получим систему дифференциальных кинетических уравнений для N_{ij} :

$$\left\{ \begin{array}{l} N_{12} T_x + N_{12} (1 + P_{23} \tau_x / \beta) - N_{34} (1 + P_{23} \tau_x / \alpha) = 0, \\ \dot{N}_{34} T_x - N_{12} (1 + P_{23} \tau_x / \beta) + N_{34} (7/3 + P_{23} \tau_x / \alpha) - 4/3 N_{56} = 0, \\ \dot{N}_{56} T_x - 4/3 N_{34} + 7/3 N_{56} - N_{78} = 0, \\ \dot{N}_{78} T_x - N_{56} + N_{78} = 0, \end{array} \right. \quad 2)$$

где $T_x = \tau_x (1 + \mu)^2 / \mu$.

Система (2) показывает, что время перехода в стационарное состояние отличается от введенного микроскопического параметра τ_x и не сводится к T_x , поскольку коэффициенты при различных N_{ij} зависят от отношения $P_{23}\tau_x$. При низких температурах, когда $\mu \ll 1$, время T_x , определяющее процесс установления равновесия в ядерной подсистеме в отсутствие накачек, оказывается значительно длиннее времени τ_x и при таком μ решение системы (2) можно записать так:

$$\begin{aligned}
 N_{12}(t) &= n_{34}^{(0)} \frac{1 + p_{23}\beta}{1 + p_{23}} + \sum_{k=1,2,3} n_{34}^{(k)} \frac{1 + p_{23}\beta}{1 - t_k + p_{23}} e^{-\lambda_k t}, \\
 N_{34}(t) &= n_{34}^{(0)} + \sum_{k=1,2,3} n_{34}^{(k)} e^{-\lambda_k t}, \\
 N_{56}(t) &= n_{34}^{(0)} + \sum_{k=1,2,3} \frac{n_{34}^{(k)} 3t_k^2 - t_k(10 + 3p_{23}) + 4(1 + p_{23})}{4(1 - t_k + p_{23})} e^{-\lambda_k t}, \\
 N_{78}(t) &= n_{34}^{(0)} + \sum_{k=1,2,3} \frac{n_{34}^{(k)} 3t_k^2 - t_k(10 + 3p_{23}) + 4(1 + p_{23})}{4(1 - t_k)(1 - t_k + p_{23})} e^{-\lambda_k t},
 \end{aligned} \tag{3}$$

где $\lambda_k = \alpha\beta t_k/\tau_x$ и t_k – решения кубического уравнения, $p_{23} = P_{23}\tau_x/\beta$:

$$3t^3 - t^2 \left(20 + \frac{3}{\alpha\beta} P_{23}\tau_x \right) + t \left(36 + \frac{2(5+2\alpha)}{\alpha\beta} P_{23}\tau_x \right) - \left(16 + \frac{4(1+2\alpha)}{\alpha\beta} P_{23}\tau_x \right) = 0,$$

а постоянные $n_{34}^{(0)}$ и $n_{34}^{(k)}$ находятся из начальных условий.

Для эффекта Оверхаузера решение составлено согласно [3], но с учётом коэффициента $4/3$, который связан с различиями в вероятностях кросс-переходов, о чём говорилось ранее, и запишется оно так:

$$\begin{aligned}
 N_{12}(t) &= n_{34}^{(0)}(1 + p_2) + \sum_{k=1,2,3} n_{34}^{(k)} \frac{1 + p_2}{1 - t_k} e^{-\lambda_k t}, \\
 N_{34}(t) &= n_{34}^{(0)} + \sum_{k=1,2,3} n_{34}^{(k)} e^{-\lambda_k t}, \\
 N_{56}(t) &= n_{34}^{(0)} + \sum_{k=1,2,3} n_{34}^{(k)} \frac{t_k^2 - t_k(3 + p_2) + 1}{1 - t_k} e^{-\lambda_k t}, \\
 N_{78}(t) &= n_{34}^{(0)} + \sum_{k=1,2,3} n_{34}^{(k)} \frac{t_k^2 - t_k(3 + p_2) + 1}{(1 - t_k)^2} e^{-\lambda_k t},
 \end{aligned} \tag{4}$$

где $\lambda_k = \alpha\beta t_k/\tau_x$ и t_k – решения кубического уравнения, $p_2 = P_2\tau_s/\beta$:

$$t^3 - t^2(6 + p_2) + t(10 + 3p_2) - (4 + p_2) = 0,$$

а постоянные $n_{34}^{(0)}$ и $n_{34}^{(k)}$ находятся из начальных условий.

Результаты. В [2] обсуждается образец Si:As размерами $6 \times 6 \times 0.4$ мм, расположенный на полуфокальном резонаторе Фабри-Перо (РФП), с концентрацией мышьяка $n = 6 \times 10^{16} \text{ см}^{-3}$. Кристаллическая ось [001] образца направлена вдоль магнитного поля $B_0 = 4.6$ Тл, создаваемое сверхпроводящим соленоидом, внутри которого и расположен образец с РФП.

В результате сравнения теоретических кривых и экспериментальных данных (рис. 2) было получено значение времени кросс-релаксации τ_x , которое оказалось практически одинаковым для обоих механизмов и составило 9 с при значении $\mu \approx 2.36 \cdot 10^{-4}$. Заметим,

что время установления стационарного состояния зависит от интенсивности накачки – без накачки термодинамическое равновесие устанавливается через более, чем 50 ч.

Помимо этого, было проведено сравнение уравнений (3) и (4) с полученными в эксперименте [2] сигналами ЭПР после последовательной накачки переходов $8 \rightarrow 7$, $6 \rightarrow 5$, $4 \rightarrow 3$ в течение 2000 с каждый. Это время значительно длиннее времени спиновой релаксации электронов, но существенно короче времени установления стационарного состояния (согласно данным по солид-эффекту – 20 ч).

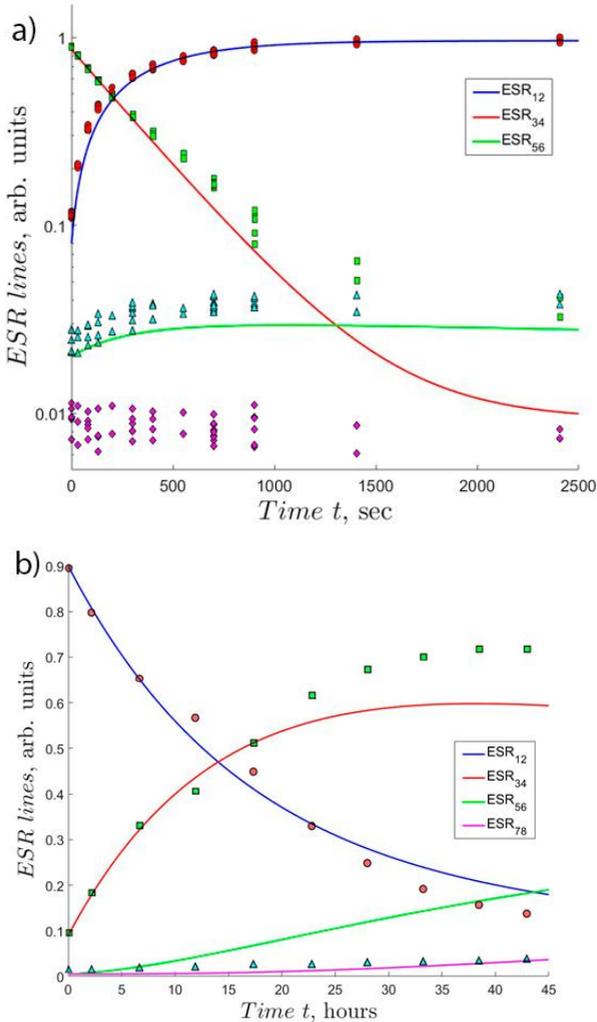


Рис. 2. Зависимости ЭПР сигналов от времени накачки: а) эффект Оверхаузера при $P_{43}\tau_s/\mu = 100$, б) солид-эффект при $P_{23}\tau_x/\mu = 4$. Кривые на графике – решения (3) и (4).

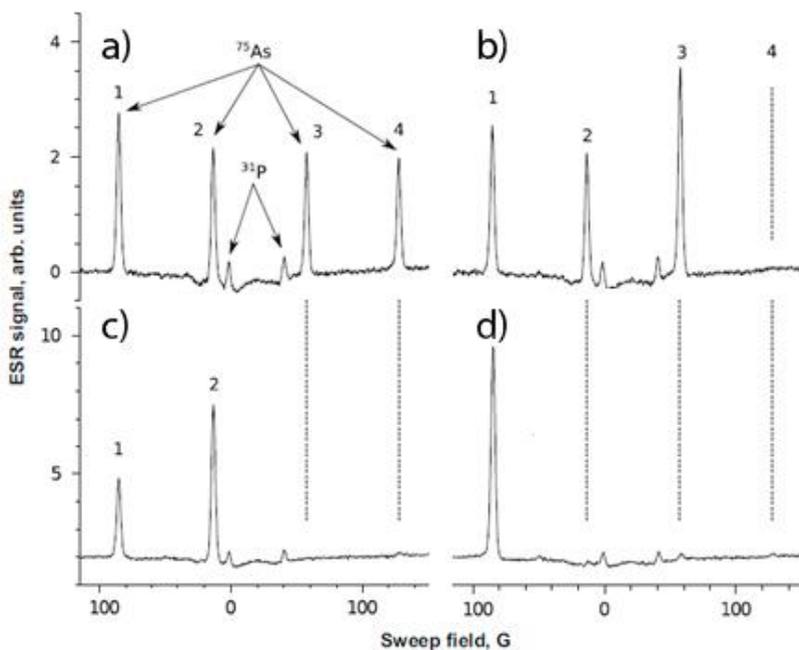


Рис. 3. Спектр ЭПР Si:As при температуре 0.74 К. а) Спектр неполяризованного образца, б) спектр после возбуждения перехода $8 \rightarrow 7$, в) спектр после возбуждения перехода $6 \rightarrow 5$, д) спектр после возбуждения перехода $4 \rightarrow 3$.

В результате, если исходно заселенность всех спиновых подуровней ядра была одинаковой и интенсивности линий ЭПР одинаковые (рис. 3а), при накачке в линию через 2000 с интенсивность линий $3 \rightarrow 4$ и $2 \rightarrow 1$ не изменилась, линия $8 \rightarrow 7$ практически исчезла, а интенсивность линии $6 \rightarrow 5$ увеличилась в 2 раза (рис. 3б). Это означает, что уровни 7 и 8 практически опустели, а все электроны перераспределились между уровнями 5 и 6.

Табл. 1. Уровни сигналов ЭПР при времени накачек $t = 2000$ с в относительных единицах

Накачка p_4 в линии $8 \rightarrow 7$			Накачка p_3 в линии $6 \rightarrow 5$			Накачка p_2 в линии $4 \rightarrow 3$		
№	Теория	Эксперимент	№	Теория	Эксперимент	№	Теория	Эксперимент
ESR_{78}	0	0	ESR_{78}	0	0	ESR_{78}	0	0
ESR_{56}	0.48	0.44	ESR_{56}	0	0	ESR_{56}	0	0
ESR_{34}	0.27	0.25	ESR_{34}	0.71	0.6	ESR_{34}	0.03	0
ESR_{12}	0.25	0.31	ESR_{12}	0.29	0.4	ESR_{12}	0.97	1

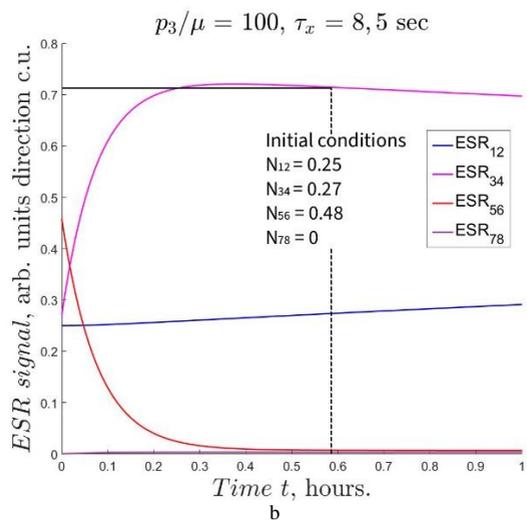
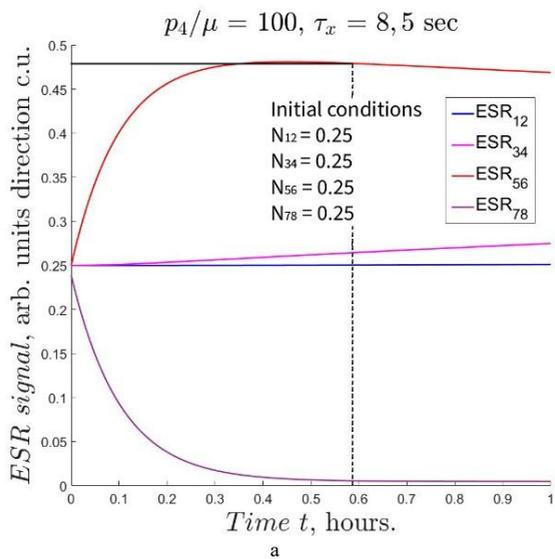
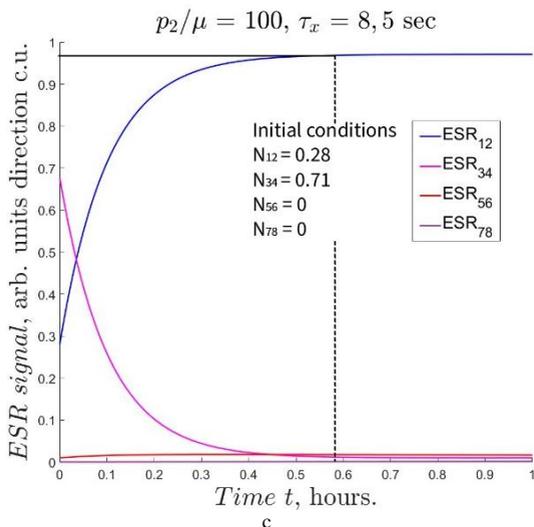


Рис. 4. Уровни сигналов ЭПР образца в относительных величинах при накачке линий а) 8 → 7, б) 6 → 5, с) 4 → 3. Черные линии – время $t = 2000 \text{ с}$ и соответствующий уровень сигнала ЭПР.



Продолжение Рис. 4.

Продолжая указанную на рис. 3 последовательность накачек в переходы $6 \rightarrow 5$ и $4 \rightarrow 3$, получим образец, поляризованный в состоянии с ядерным спином $I = 3/2$. Количественное сравнение величин сигналов ЭПР представлено в табл. 1 и на рис. 4. Аналогичным путем можно поляризовать образец в состоянии $I = -3/2$, если последовательно прикладывать накачки к переходам $2 \rightarrow 3, 4 \rightarrow 5$ и $6 \rightarrow 7$, что соответствует солид-эффекту.

Заключение. Полученные выражения хорошо согласуются с экспериментом [2], посвященным изучению механизмов ДПЯ в образце Si:As и количественно описывают его. Эта работа может помочь в развитии технологий хранения и передачи информации в квантовых компьютерах, а также улучшить аппараты магнитно-резонансной томографии.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ №23-12-00205.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ishikawa Y., Fujii Y., Fukuda A., Koizumi Y., Omija T., Oida T., Yamamori H., Matsubara A., Mitsudo S., Lee S., Järvinen J., Vasiliev S. Development of an ESR/NMR Double-Magnetic-Resonance System for Use at Ultra-low Temperatures and in High Magnetic Fields and Its Use for Measurements of a Si Wafer Lightly Doped with ^{31}P // Applied Magnetic Resonance. – 2021. – Vol. 52. – P. 305-315.
2. Järvinen J., Ahokas J., Sheludiakov S., Vainio O., Zvezdov D., Lehtonen L., Vlasenko L., Vasiliev S. Dynamic Polarization and Relaxation of ^{75}As Nuclei in Silicon at High Magnetic Field and Low Temperature // Applied Magnetic Resonance. – 2017. – Vol. 48. – P. 473-483.
3. Lifshits M.B., Averkiev N.S. Low Temperature Overhauser Effect in Silicon Doped with As^{75} in Strong Magnetic Fields // Solid State Communications. – 2023. – Vol. 371. – P. 115276.

ПЛАЗМОННЫЙ РЕЗОНАНС В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ НАНОКРИСТАЛЛАХ
СЕЛЕНИДА КАДМИЯ С РАЗЛИЧНЫМ ТИПОМ ЛЕГИРОВАНИЯ

Введение. В настоящее время одним из перспективных направлений развития науки и техники является квантовая плазмоника, которая изучает взаимодействие света с веществом на наноразмерном уровне. В связи с этим особое значение принимает необходимость создания и исследования новых материалов на основе наночастиц, чьи свойства существенно отличаются от таковых у классических объемных соединений. Так, для подобных частиц характерно наличие в их оптических спектрах дипольных плазмонных резонансов, чье положение зависит от ряда параметров, таких как геометрический размер самих частиц, число делокализованных носителей заряда и тип легирования, который можно определить как объемный или поверхностный. Данная зависимость требует изучения.

Было проведено исследование влияния вышеперечисленных факторов на характер дипольных плазмонных мод на примере нанокристаллов селенида кадмия в диэлектрическом окружении. Расчеты проводились на основе самосогласованного квантовомеханического описания возбужденных состояний системы нелокализованных носителей заряда. Для электронной системы взаимодействующих фермионов гамильтонианом будет оператор полной энергии системы N электронов, которые взаимодействуют друг с другом через кулоновский потенциал V . При этом они также находятся во внешнем потенциале $U_{ext}(\mathbf{r})$, вид радиальной зависимости которого определяется типом легирования. Межчастичное взаимодействие системы в основном состоянии рассчитывалось при помощи приближения Хартри-Фока с нелокальным обменным потенциалом. Многоэлектронные корреляции описывались при помощи приближения случайных фаз (ПСФ) как с нелокальным, так и с локальным обменными взаимодействиями.

Результаты и обсуждение. Из проведенных расчетов основного состояния системы с замкнутыми электронными оболочками с различным количеством электронов N видно, что распределение электронной плотности для случаев поверхностного и объемного типов легирования различается. Так, при поверхностном легировании электронная плотность распределена существенно неоднородно, с пиком, смещенным к поверхности наночастицы. Данные результаты хорошо согласуются с предсказаниями работы [1]. При этом, как видно из графиков, приведенных на рис. 1а, с ростом числа электронов в системе N , дисперсия электронной плотности снижается, создавая достаточно узкое радиальное распределение, которое и определяет ее основные оптические свойства.

Для случая же объемного легирования наблюдается существенно иная картина. В связи с отличием вида внешнего потенциала от случая поверхностного легирования, вид электронных оболочек и порядок их заполнения также меняется. Как показали расчеты, порядок заполнения оболочек для объемно легированных нанокристаллов подобен порядку заполнения в кластерах щелочных металлов в рамках модели желе [2-4]. Вследствие этого электронная плотность оказывается распределена значительно более равномерно по объему нанокристалла, что видно на рис. 1б.

(*) Г.А. Куприянов, henryweis3@gmail.com

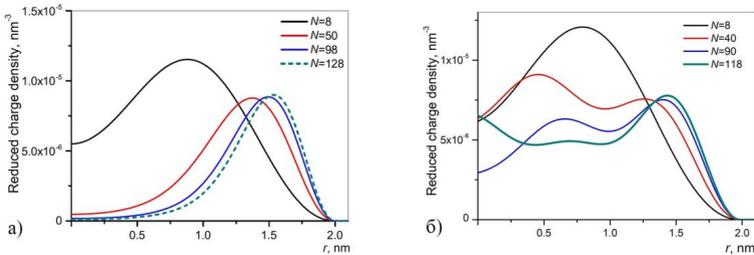


Рис. 1. Радиальные распределения электронной плотности $\rho_e(r)/N$ в объеме нанокристалла CdSe для различного числа электронов N для случаев а) поверхностного легирования и б) объемного легирования

Как показали расчеты, в случае поверхностного легирования для числа частиц $N \leq 10^2$ присутствует эффективное разделение радиального и углового движения электронов, что приводит к доминированию перехода между одночастичными состояниями на низшей свободной и высшей занятой орбиталями. Это, в свою очередь, делает возможным использование для описания многоэлектронных корреляций для данного типа легирования двухуровневой модели, предложенной в статье [5], значительно упрощая расчеты.

В работе [1] было высказано предположение, что с ростом числа носителей в нанокристаллах селенида кадмия будет происходить переход дипольного резонанса от режима размерного квантования к классическому возбуждению плазмонного типа так же, как происходит с нанокристаллами оксида цинка, рассмотренного в работах [6-7]. Однако, как было показано в работе [5], необходимым условием для подобного перехода является превышение размеров нанокристалла эффективного борновского радиуса, что отличает случай CdSe от ZnO.

На рис. 2а приведены результаты расчета распределения сил осцилляторов для $N=98$ электронов вблизи дипольного резонанса, сделанные как в приближении случайных фаз и двухуровневой модели, так и в одночастичном приближении Хартри-Фока. Как видно из графика, энергия перехода, отмеченного цифрой 1, в одночастичном приближении оказывается меньше энергии того же перехода, рассчитанного с учетом многоэлектронных корреляций, что свидетельствует о том, что данная резонансная мода имеет коллективную природу. Кроме того, сила осциллятора данного дипольного перехода составляет 2/3 от правила сумм, что позволяет его характеризовать как вращательный плазмон. Расчеты также показали отсутствие перехода от режима размерного квантования к классическим плазменным колебаниям при сравнительно малых геометрических размерах системы с ростом числа электронов. Для осуществления подобного перехода необходимо увеличение размеров системы до случая $R \geq a_0$, при этом сохраняется вращательный характер колебательного движения.

В случае же объемного типа легирования в связи с характером потенциала возникает эффективная возвращающая сила, что позволяет описать коллективное возбужденное состояние как колебательное движение электронного облака вдоль нормали к поверхности системы. Как видно из распределения сил осцилляторов в окрестности резонанса, приведенного на рис. 2б, у резонансной линии присутствует значительная фрагментация, что является следствием взаимодействия гармонической моды с одночастичными возбуждениями. Стоит отметить, что в случае объемного легирования результаты расчета в рамках двухуровневой модели существенно отличаются от таковых с учетом полного базиса, что еще раз подтверждает значительное влияние корреляций одночастичных каналов на формирование возбужденного состояния. При этом коллективная резонансная мода с гораздо

большей точностью может быть описана как поверхностный плазмонный резонанс, а переход от режима размерного квантования к классическим плазмонным колебаниям происходит при меньших геометрических размерах системы по сравнению со случаем поверхностного легирования.

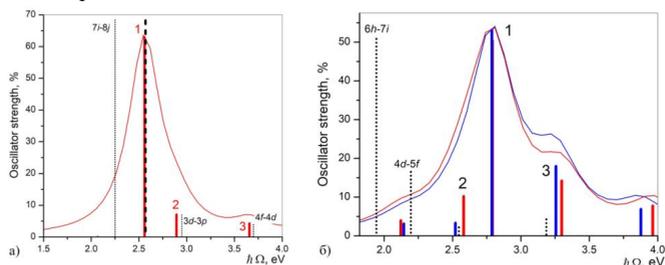


Рис. 2. Энергетические распределения сил осцилляторов в окрестности дипольного резонанса в спектре а) поверхностно-легированного нанокристалла CdSe ($N = 98$), согласно разным моделям: приближения ПСФ с нелокальным обменом и одночастичное Хартри – Фока (красные жирные сплошные и черные точечные линии соответственно), а также двухуровневая модель (черная жирная штриховая линия); б) объемно-легированного нанокристалла CdSe ($N = 90$), полученные в разных приближениях: ПСФ с нелокальным и локальным обменными взаимодействиями (вертикальные красные и синие отрезки соответственно), одночастичное приближение Хартри – Фока (черные точечные вертикальные линии)

Заключение. Таким образом, можно сказать, что в оптическом спектре легированных нанокристаллов CdSe доминирует дипольная резонансная мода для обоих типов легирования. Характер ее определяется как количеством делокализованных носителей и геометрическими размерами системы, так и типом легирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Zhang H., Kulkarni V., Prodan E., Nordlander P., Govorov A. O. Theory of quantum plasmon resonances in doped semiconductor nanocrystals // *The Journal of Physical Chemistry. C.* – 2014. – Vol. 118. No. 29. – Pp. 16035–16042.
2. Brack M. The physics of simple metal clusters: Self-consistent jellium model and semiclassical approaches // *Reviews of Modern Physics.* – 1993. – Vol. 65. No. 3. – Pp. 677–732.
3. Guet C., Johnson W. R. Dipole excitations of closed-shell alkali-metal clusters // *Physical Review B.* – 1992. – Vol. 45. No. 19. – Pp. 11283–11287.
4. De Heer W. A. The physics of simple metal clusters: Experimental aspects and simple models // *Reviews of Modern Physics.* – 1993. – Vol. 65. No. 3. – Pp. 611–676.
5. Ипатов А. Н., Герчиков Л. Г. Вращательная дипольная плазмонная мода в наноразмерных полупроводниковых частицах // *Журнал экспериментальной и теоретической физики.* – 2021. – Т. 159. № 6. – С. 1047–1069.
6. Schimpf A. M., Thakkar N., Gunthardt C. E., Masiello D. J., Gamelin D. R. Charge-tunable quantum plasmons in colloidal semiconductor nanocrystals // *ACS Nano (The American Chemical Society).* – 2014. – Vol. 8. No. 1. – Pp. 1065–1072.
7. Schimpf A. M., Gunthardt C. E., Rinehart J. D., Mayer J. M., Gamelin D. R. Controlling carrier densities in photochemically reduced colloidal ZnO nanocrystals // *Journal of the American Chemical Society.* – 2013. – Vol. 135. No. 44. – Pp. 16569–16577.

РОСТ СЕРЕБРЯНЫХ НАНОЧАСТИЦ В ОБЪЕМЕ И НА ПОВЕРХНОСТИ СТЕКЛА

Введение. Интерес к серебряным наночастицам обусловлен возможностью их применения в спектроскопии гигантского комбинационного рассеяния (ГКР) [1]. Возбуждение плазмонного резонанса в наночастицах приводит к увеличению электрического поля вблизи частиц до 10^8 раз, что существенно повышает интенсивность рассеянного на молекулах вещества света. Это позволяет идентифицировать сверхмалые количества вещества и использовать ГКР-диагностику в биологии, медицине, экологическом мониторинге, системах безопасности [2]. К ГКР-подложкам предъявляются такие требования, как однородность структур, высокая воспроизводимость, большая площадь ГКР-активной области, низкая стоимость и длительный срок хранения. Хорошо известным способом изготовления ГКР-подложек является формирование nanoостровковых пленок серебра на поверхности стекла [3]. Этот способ позволяет получить подложки, отвечающие практически всем вышеперечисленным критериям, кроме длительного хранения. При хранении в нормальных условиях серебро окисляется и сульфидируется, что ухудшает качество подложек. Однако, если сформировать наночастицы не на поверхности, а в объеме образца, то наночастицы, находящиеся в толще стекла, могут храниться неограниченное время и быть использованы для ГКР-диагностики после стравливания приповерхностного слоя стекла. В задачи работы входило исследование влияния параметров процесса формирования наночастиц серебра посредством термической обработки стекла, содержащего ионы серебра, в восстановительной атмосфере на их рост в объеме и на поверхности стекла.

Материалы и методы. Ионы серебра вводились в стекло методом серебряно-натриевого ионного обмена. Методика заключается в замене ионов, содержащихся в матрице стекла, на ионы из внешнего источника, в нашем случае расплава $\text{NaNO}_3(95 \text{ мас.}\%)\text{AgNO}_3(5 \text{ мас.}\%)$, при температуре $325 \text{ }^\circ\text{C}$ в течение 20 минут. Следующим этапом проводилось восстановление ионов серебра посредством термической обработки образцов в водородной атмосфере в течение 15 минут. При такой обработке серебро переходит в нейтральное состояние и выпадает в осадок в виде наночастиц. Восстановление проводилось при различных температурах и потоке водорода для исследования влияния параметров процесса на формирование частиц в объеме и на поверхности. Использовавшиеся в эксперименте режимы приведены в табл. 1.

Табл. 1. Режимы обработки образцов

Температура T, $^\circ\text{C}$	250	250	350
Поток водорода I_{H_2} , у. е	1	1,5	1

Серебряные наночастицы демонстрируют выраженный плазмонный резонанс в видимой спектральной области, поэтому для их диагностики использовалась оптическая спектроскопия. Положение плазмонного пика в спектрах оптического поглощения позволяет оценить размер наночастиц, а амплитуда пика – их концентрацию. Для разделения вкладов

(*) К.В. Ненашева, n.kseniya2017@yandex.ru

объемных и поверхностных наночастиц в оптическое поглощение спектры регистрировались дважды: 1) от образца, содержащего как объемные, так и поверхностные наночастицы (полный спектр); 2) от образца, содержащего только объемные наночастицы, после механического удаления наночастиц с поверхности (объемный спектр). Таким образом, спектр поверхностных наночастиц был получен вычитанием объемного спектра из полного спектра. Характерный спектр поверхностных наночастиц представлен на рис.1а, объемных наночастиц – на рис.2а.

Полученные результаты. Объемные спектры (рис.2а, 3а) демонстрируют пик плазмонного резонанса на длине волны ~ 420 нм [4]. Согласно проведенным ранее экспериментам, спектр соответствует сферическим наночастицам с радиусом до нескольких десятков нм [5]. В тоже время, для всех исследованных образцов спектр поверхностных наночастиц имеет два пика, которые мы связали с дипольным и квадрупольным резонансами в полусферических наночастицах [6]. Для проверки этой гипотезы мы провели моделирование в пакете COMSOL® для полусферической наночастицы серебра радиусом 50 нм на поверхности стекла (внешняя среда – воздух). Результаты моделирования представлены на рис.1б. Видно, что расчетные положения пиков соответствуют эксперименту с хорошей точностью.

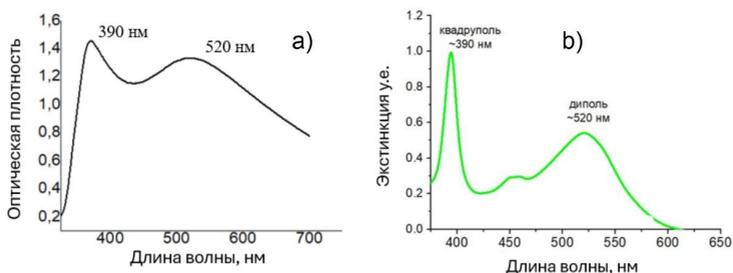


Рис. 1. Экспериментальный (а) и модельный (б) спектры наночастиц на поверхности стекла. Моделирование выполнено для полусферической частицы серебра радиусом 50 нм на поверхности стекла

Сравнение спектров от образцов, полученных при постоянном потоке водорода и различной температуре, показало, что амплитуда спектров как поверхностных, так и объемных наночастиц возрастает при несущественном смещении положений резонансов (рис. 2). Это свидетельствует о том, что увеличение температуры приводит к стимулированию роста наночастиц как на поверхности, так и в объеме образца.

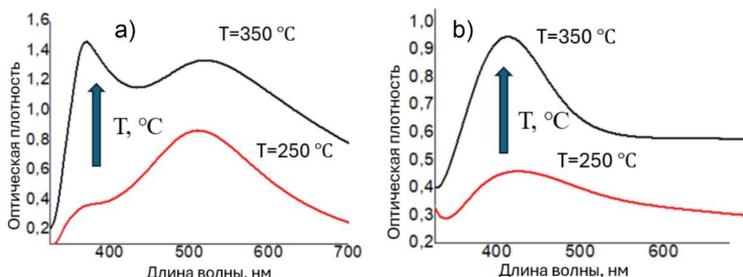


Рис. 2. Влияние температуры на формирование наночастиц в объеме (а) и на поверхности стекла (б)

Исследование формирования серебряных наночастиц при различных значениях потока водорода показало, что при увеличении потока водорода формирование частиц происходит преимущественно в объеме стекла (рис. 3). Это, вероятно, связано с более интенсивным проникновением водорода вглубь образца. Таким образом, если есть задача сформировать наночастицы преимущественно в объеме и использовать их как ГКР-подложки после сравливания приповерхностного слоя стекла, необходимо увеличивать поток водорода.

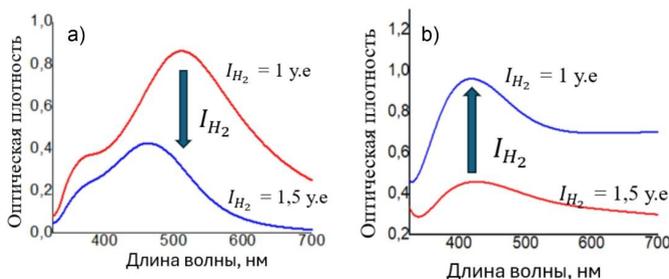


Рис. 3. Влияние потока водорода на формирование наночастиц в объеме (а) и на поверхности (б) стекла

Заключение. Таким образом, проведенное исследование показало, что при условиях, приведенных в табл. 1, в объеме образца формируются сферические наночастицы серебра радиусом до нескольких десятков нм, а на поверхности – полусферические наночастицы радиусом ~ 50 нм. При этом наночастицы на поверхности демонстрируют как дипольный, так и квадрупольный резонансы. Поиск режимов для преимущественного формирования наночастиц в объеме образца показал, что увеличение температуры при термообработке в водороде приводит к стимулированию роста наночастиц как на поверхности, так и в объеме. Увеличение же потока водорода приводит к преимущественному формированию наночастиц в объеме образца.

Авторы благодарны С.А. Щербак за проведение численных расчетов.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ, проект FSRM-2023-0009.

ЛИТЕРАТУРА

1. Jackson, J.B. Surface-enhanced Raman scattering on tunable plasmonic nanoparticle substrates / J.B. Jackson, N.J. Halas // Proc. Natl. Acad. Sci. – 2004 – V.101. – P.17930–17935
2. Ming Lia, Scott K Cushing, and Nianqiang Wu Plasmon-Enhanced Optical Sensors: A Review, Analyst. – 2015 – V.140. – P.386–406
3. Babich, E.; Kaasik, V.; Redkov, A.; Maurer, T.; Lipovskii, A. SERS-Active Pattern in Silver-Ion-Exchanged Glass Drawn by Infrared Nanosecond Laser. Nanomaterials. – 2020 – V.10. – P.1849
4. Skvortsov A., Babich E., Redkov A., Lipovskii A., Zhurikhina V. Stable in biocompatible buffers silver nanoisland films for SERS // Biosensors. – 2021. – V.11. – P.448.
5. S. Chervinskii, I. Reduto, A. Kamenskii, I. Mukhin and A. Lipovskii, 2D-patterning of self-assembled silver nanoisland films, Faraday Discuss. – 2016. – V.186. – P.107–121
6. Heisler F., Babich E., Scherbak S., Chervinskii S., Hasan M., Samusev A., Lipovskii A. Resonant Optical Properties of Single Out-Diffused Silver Nanoislands // The Journal of Physical Chemistry C. – 2015. – V. 119. – № 47. – P. 26692-26697

¹Академический университет им. Ж.И. Алферова, лаборатория оптики гетерогенных структур и оптических материалов^(*)

²Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, лаборатория многофункциональных стеклообразных материалов

ФОРМИРОВАНИЕ ЗАРЯДА МАКСВЕЛЛА-ВАГНЕРА В ИОНООБМЕННЫХ СТРУКТУРАХ НА ОСНОВЕ СТЕКОЛ

Введение. Натрий-калиевый ионный обмен традиционно используется для упрочнения натрий-силикатных стекол [1] и для формирования в стеклах оптических волноводов [2]. Для ионного обмена стекла помещаются в расплав нитрата калия, в результате чего вблизи их поверхности формируется градиентное распределение ионов калия. Такие структуры из-за различия подвижностей ионов натрия и калия способны накапливать заряд при приложении к ним постоянного электрического напряжения, в том числе при комнатной температуре, благодаря эффекту Максвелла-Вагнера и генерировать вторую оптическую гармонику (ГВГ) лазерного излучения за счет квадратичной оптической нелинейности, индуцированной в стекле высоким статическим электрическим полем этого заряда [3]. Проведение ионного обмена через маску, расположенную на поверхности стекла, позволяет обеспечить латеральное ограничение области с градиентом концентрации калия, что необходимо для использования таких структур в схемах интегральной фотоники.

В настоящей работе методом конечных элементов построена двумерная модель диффузии ионов в стекле при натрий-калиевом обмене через маску с учетом отличия подвижностей входящих в состав стекла ионов Na^+ и инвазивных ионов K^+ и представлены двумерные распределения концентраций рассматриваемых ионов и проводимости стекла. Также рассчитаны распределение накопленного заряда и электрического поля при приложении электрического напряжения к ионообменной структуре и рассмотрены особенности накопления заряда в зависимости от соотношения размеров используемого для подачи напряжения электрода и латеральных границ ионообменной области.

Моделирование. Численная модель была построена с помощью программного обеспечения COMSOL Multiphysics. На первом этапе решалась нестационарная двумерная задача дрейфа-диффузии ионов, объемный заряд при этом определялся разницей концентраций статичных «немостиковых» атомов кислорода, с которыми связываются подвижные катионы и которые формируют равномерный постоянный фоновый заряд, и суммарной концентрацией таких катионов. При моделировании использовались следующие параметры: температура 365 °С, коэффициент диффузии ионов натрия $D_{\text{Na}} = 3.2 \cdot 10^{-7} [\text{м}^2 \text{с}^{-1}] \cdot \exp(-0.91[\text{эВ}]/kT)$ [3], коэффициент диффузии ионов калия $D_{\text{K}} = 1.7 \cdot 10^{-8} [\text{м}^2 \text{с}^{-1}] \cdot \exp(-1.01[\text{эВ}]/kT)$ [4], подвижность и коэффициент диффузии связаны соотношением Эйнштейна с постоянной Хавена равной 0.5 [4], исходная концентрация ионов натрия в стекле $C_0 = 6.9 \cdot 10^{27} \text{ м}^{-3}$. Распределение концентраций ионов калия в результате диффузии в течение 24 ч через маску с размером отверстия 3 мкм показано в верхней части рис. 1а. Постоянное напряжение, приложенное к слоистой структуре из материалов, различающихся проводимостью и/или диэлектрической проницаемостью, приводит к образованию электрического заряда на границах раздела материалов и, соответственно, электрического поля в материалах. Это явление известно как эффект межфазной зарядки или эффект Максвелла-Вагнера [6]. Поскольку проводимость и диэлектрическая проницаемость

(*) О.С. Плешаков, olegushko1@gmail.com

зависят от состава материала, следует ожидать эффекта Максвелла-Вагнера и в градиентных структурах ввиду необходимости удовлетворения закону сохранения заряда.

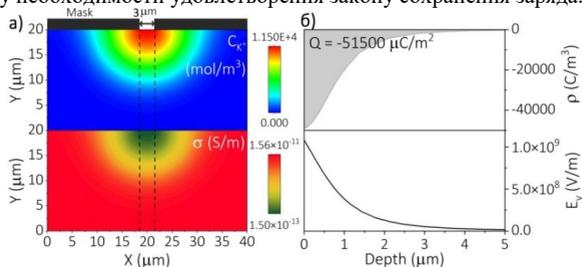


Рис. 1. а) Двумерный профиль концентрации ионов K^+ в стекле (вверху) и соответствующее концентрациям катионов распределение проводимости (внизу); б) распределение пространственного заряда (вверху) и электрического поля под анодом вдоль центрального сечения (внизу)

Далее моделировалось накопление заряда Максвелла-Вагнера при приложении постоянного напряжения (1300 В) к ионообменной стеклянной пластинке при комнатной температуре. При 300 К не происходит заметного движения ионов, что позволяет рассматривать полученные профили ионов как стационарные и рассчитать стационарное распределение проводимости ионообменного стекла $\sigma(x,y)$ как $\sigma(x,y) = e\mu_K C_K(x,y) + e\mu_{Na} C_{Na}(x,y)$, где подвижности берутся уже при комнатной температуре. Соответствующее концентрациям ионов распределение проводимости показано в нижней части рис. 1а.

Накопленный в течение 1600 с заряд и соответствующая ему вертикальная компонента электрического поля в центральном сечении под при латеральном размере анода 3 мкм продемонстрированы на рис. 1б. Показано, что величина электрического поля достигает 10^9 В·м⁻¹ и поле преимущественно сконцентрировано в низкопроводящей области, обогащенной ионами калия. Это ожидаемо, поскольку потенциал преимущественно спадает в областях с низкой проводимостью (высоким сопротивлением), обеспечивая там высокое электрическое поле. Электрическое поле такой величины способно обеспечить значительную генерацию второй оптической гармоники посредством эффекта EFISH (Electric-field-induced second harmonic – генерация второй гармоники, индуцированная электрическим полем) [3].

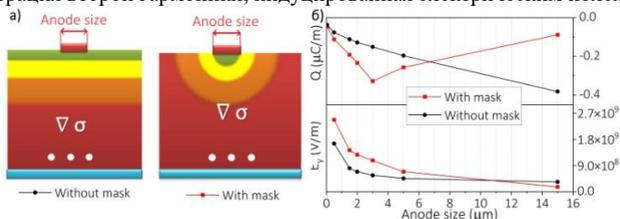


Рис. 2. а) Схема моделирования, показывающая распределения проводимости после диффузии с маской (вверху) и без маски (внизу), б) зависимость накопленного заряда (вверху) и электрического поля (внизу) от размера анода при отверстии маски 3 мкм (центр анода совпадает с центром маски)

Поскольку использование латерально ограниченных структур предполагает применение локализованных электродов, еще одним управляющим параметром является размер анода. Нами было проведено моделирование накопления заряда Максвелла-Вагнера и формирования электрического поля для структуры с двумерным распределением проводимости (см. рис. 1а), а также для структуры с проводимостью, соответствующей ионному обмену без маски, см. схемы рис. 2а. На рис. 2б приводятся результаты

моделирования заряда и поля для этих структур в зависимости от размера анода при времени накопления заряда 1600 с.

В структуре без маски при увеличении размера анода ожидаемо происходит увеличение накопленного заряда. В структуре с маской наибольший заряд накапливается при совпадении размера анода и отверстия маски. Стоит отметить, что уменьшение размера анода (2 мкм и меньше) приводит к одинаковому характеру увеличения поля в обоих случаях, что объясняется краевыми эффектами.

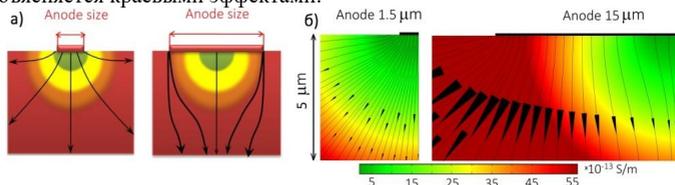


Рис. 3. а) Схематичное изображение линий тока при разных размерах анода относительно области с градиентом проводимости, б) расчетные линии тока при размерах анода 1,5 мкм и 15 мкм (картины представлены для половин длин анодов)

При сопоставимых размерах анода и отверстия в маске, т.е. с размером сформированной низкопроводящей области, электрический ток вынужден протекать через области с градиентом проводимости, максимально реализовывая эффект Максвелла-Вагнера, тогда как при большем размере анода ток будет обтекать области с низкой проводимостью, протекая по однородным высокопроводящим областям вне ионообменной области, как показано на рис. 3а. Это иллюстрируется расчетом на рис. 3б, где размер стрелок пропорционален плотности тока.

Заключение. При приложении напряжения к ионообменной стеклянной структуре в ней благодаря эффекту Максвелла-Вагнера создается достаточное для генерации второй оптической гармоники электрическое поле. Впервые показано, что при использовании анода, размер которого сопоставим с отверстием в диффузионной маске, достигается наибольшее накопление заряда, а также что превышение размером анода размера отверстия в маске приводит к минимизации эффекта Максвелла-Вагнера ввиду обтекания электрическим током градиентной области, где может накапливаться заряд.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках Госзадания FSRM-2023-0009.

ЛИТЕРАТУРА

1. Patschger M., Rüssel C. Strengthening of a soda-lime-silica glass by ion exchange using an adherent potassium salt coating //Glass Technology-European Journal of Glass Science and Technology Part A. – 2016. – Т. 57. – №. 1. – С. 6-14.
2. da Silva B. J. P. et al. Potassium source for ion-exchange glass waveguide fabrication //Applied optics. – 1997. – Т. 36. – №. 24. – С. 5949-5950.
3. Scherbak S. et al. DC Voltage Induces Quadratic Optical Nonlinearity in Ion-Exchanged Glasses at Room Temperature //Applied Sciences. – 2024. – Т. 14. – №. 6. – С. 2305.
4. Mehrer H. Diffusion and ion conduction in cation-conducting oxide glasses //Diffusion Foundations. – 2016. – Т. 6. – С. 59-106.
5. Bengtsson F. et al. Alkali ion diffusion and structure of chemically strengthened TiO₂ doped soda-lime silicate glass //Journal of Non-Crystalline Solids. – 2022. – Т. 586. – С. 121564.
6. Wagner K. W. Erklärung der dielektrischen nachwirkungsvorgänge auf grund maxwellischer vorstellungen //Archiv für Elektrotechnik. – 1914. – Т. 2. – №. 9. – С. 371-387.
7. de Chatellus H. G., Freysz E. Measurement of the third-order susceptibility of glasses by EFISH of femtosecond pulses //Optics express. – 2001. – Т. 9. – №. 11. – С. 586-591.

ПЛАЗМОННЫЙ РЕЗОНАНС УПОРЯДОЧЕННОЙ СИСТЕМЫ НАНОЧАСТИЦ ВИСМУТА В МАТРИЦЕ АРСЕНИДА ГАЛЛИЯ

Введение. Еще в древние времена были известны полезные свойства коллоидальных частиц металлов, позволяющие придать стеклам различные яркие цвета. Этот оптический эффект был изучен Фарадеем еще в 1857 году [1]. Любопытно то, что для описания этого явления, называемого локализованным плазмонным поверхностным резонансом, нет необходимости прибегать к уравнениям квантовой физики несмотря на то, что поверхностный плазмонный резонанс локализуется на масштабах порядка 10 нм, которые более свойственны для квантовых систем. Существование плазмонных резонансов было предсказано еще в начале двадцатого века [2], однако экспериментальные подтверждения были получены лишь недавно. Связано это с тем, что на момент открытия не существовало достаточно точных технологий для литографии и микроскопии, которые позволяли бы точно задавать и определять размеры плазмонных металлических частиц.

В настоящее время наноплазмоника привлекает огромный интерес исследователей по всему миру. Одна из причин этому – возможность преодолеть дифракционный предел, который ранее не позволял оптике быть применимой на пространственном масштабе от десятков до единиц нанометров. Длина волны видимого света составляет примерно 0.4 - 0.7 микрона. Однако, локализованный плазмонный резонанс, эффективно взаимодействующий со свободными фотонами, проявляется в частицах, размеры которых составляют единицы нанометров. Таким образом, наноплазмоника способна давать нам информацию о процессах, происходящих на наномасштабах при использовании чисто оптических методов. Наиболее распространенными материалами для плазмонных частиц являются золото, серебро, платина, медь и алюминий. В нашей работе показано, что наночастицы из висмута так же способны поддерживать плазмонный резонанс.

Эксперимент. В нашем исследовании мы изучили спектры отражения образца, содержащего в себе 24 слоя наночастиц полуметалла висмута в матрице полупроводника арсенида галлия.

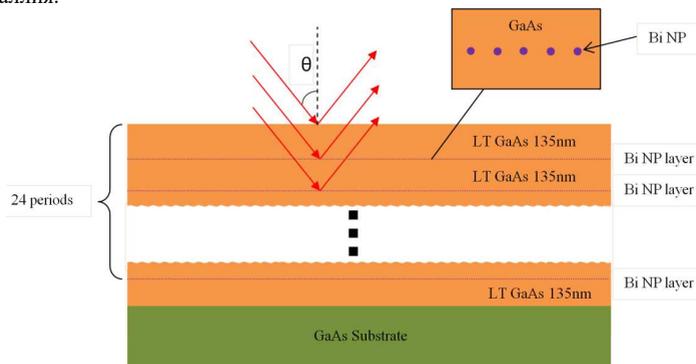


Рис.1. Схема строения исследуемого образца и оптический путь света при исследовании отражения (обозначен красными стрелками)

Исследованный образец был получен методом молекулярно-лучевой эпитаксии. Структура выращивалась на подложке арсенида галлия и представляет из себя 24 слоя, состоящих из висмутовых наночастиц в матрице арсенида галлия, чередующихся со слоями арсенида галлия, выращенного при температуре 200 °С. Для регистрации спектров отражения при комнатной температуре использовались спектрометры QE65 и NirQuest512. Для генерации зондирующего излучения использовался источник LS-1. Экспериментально изучены спектры поглощения и отражения света с р- и s-поляризацией при различных углах падения света. Схема поперечного сечения образца и геометрии эксперимента показаны на рис. 1.

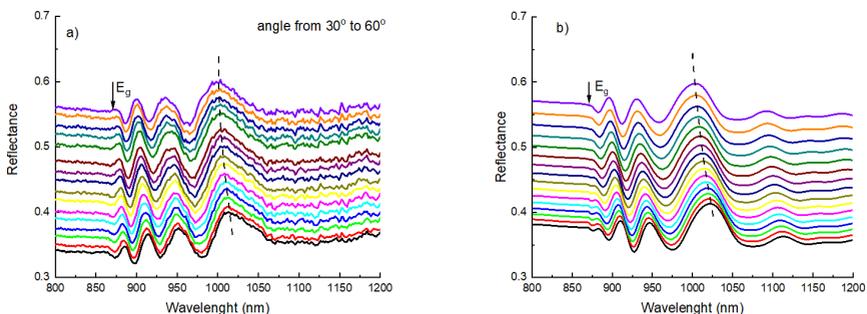


Рис.2. Экспериментальные (а) и расчетные (б) спектры отражения света от структуры, состоящей из наночастиц висмута в матрице арсенида галлия, при углах падения от 30° до 60°

Обсуждение результатов. На рис.2а представлены результаты экспериментальных измерений спектра отражения упорядоченной системы наночастиц висмута в матрице арсенида галлия, которые образуют брэгговскую структуру. В диапазоне длин волн до 871 нм спектры отражения от структуры не отличаются от спектров отражения от чистого арсенида галлия. То же можно сказать и про длины волн выше 1070 нм. В диапазоне между 871 нм и 1070 нм мы видим последовательность из нескольких пиков, которая образуется из-за дифракции света на системе наночастиц висмута в исследуемой структуре. Ограничение этого диапазона слева объясняется спецификой поглощения света в арсениде галлия. Как известно, ширина запрещенной зоны этого полупроводника при комнатной температуре равна 1.424 эВ, что соответствует длине волны 871 нм. Когда через арсенид галлия проходит излучение с энергией больше ширины его запрещенной зоны, оно поглощается крайне эффективно, из-за чего интенсивность излучения значительно снижается раньше, чем свет успевает достигнуть слоев, содержащих висмутовые частицы (Рис.1). Поэтому спектр отражения структуры в этом диапазоне аналогичен спектру отражения арсенида галлия. Ограничение дифракционной картины справа объясняется уменьшением эффективности отражения слоев наночастиц висмута в этом диапазоне. Механизм этого отражения мы отдельно обсудим ниже, а здесь приведем еще один довод в пользу того, что спектры отражения, полученные нами экспериментально, действительно объясняются возникновением в структуре брэгговской дифракции. Положения максимума отражения λ определяется углом падения света θ согласно закону Брэгга: $n\lambda = 2d \sin \theta$, где n – порядок дифракции, d – расстояние между слоями наночастиц. На Рис.2(а) мы видим, что положение максимума отражения действительно зависит от угла падения света, из чего можно сделать вывод, что исследуемая структура действительно является брэгговской.

Может возникнуть вопрос: какую роль в этом играет плазмонный резонанс? Чтобы ответить на этот вопрос, важно сказать, что брэгговские структуры часто используются в

качестве зеркал, отражающих лишь свет с определенной длиной волны. Такие зеркала создаются из чередующихся слоев диэлектриков с разными коэффициентами преломления. Металлы малопригодны для таких зеркал, потому что они непрозрачны в оптическом диапазоне. Механизм отражения в металлах устроен иначе, чем в диэлектриках.

Для описания отражения света сферической металлической частицей, находящейся внутри диэлектрика, используется величина, называемая поляризуемостью [3]: $\alpha = 4\pi a^3 \frac{\epsilon_m - \epsilon_d}{\epsilon_m + 2\epsilon_d}$. Эта величина определяет оптический отклик частицы при воздействии на нее электромагнитного излучения. Здесь a – радиус частицы, ϵ_m – диэлектрическая проницаемость металла, ϵ_d – диэлектрическая проницаемость диэлектрика. Из этой формулы видно, что наиболее эффективное взаимодействие частицы с электромагнитной волной будет происходить при длине волны падающего света, для которой выполняется условие $-\epsilon_m = 2\epsilon_d$. Это равенство можно назвать условием проявления локализованного поверхностного плазмонного резонанса для сферической частицы. Таким образом, сам механизм отражения света от металлических частиц основан на плазмонном взаимодействии.

На рис.2б приведены расчетные спектры отражения для исследуемой структуры. Здесь для диэлектрической проницаемости арсенида галлия ϵ_d используется модель Адачи [4]. Для проницаемости висмута ϵ_m использовались данные статьи Ушанова и др. [5]. Поскольку размер элементарной ячейки арсенида галлия известен, единственным подгоночным параметром является фактор заполнения слоев наночастицами висмута, то есть отношение радиуса частицы к размеру ячейки. Мы получили, что частица занимает примерно четвертую часть слоя, что является вполне допустимым соотношением в реальных системах. Расчет выполнен с помощью метода матриц переноса. Этот метод основан на использовании условий шивания решений на границах раздела двух сред. Эти условия могут быть записаны в виде матриц 2×2 для каждого интерфейса. Таким образом, при перемножении этих матриц в порядке расположения слоев можно получить показатель отражения для определенной длины волны. Повторяя эти расчеты для многих длин волн с некоторым шагом, получаем спектр отражения для нашей структуры. Как можно видеть на Рис.2, расчетная модель хорошо описывает эксперимент.

Выводы. Таким образом, в оптических спектрах обнаружены особенности, связанные с локализованным плазмонным резонансом в системе наночастиц Bi, встроенных в матрицу GaAs. Проведено численное моделирование оптических свойств структур. Определены параметры модели, адекватно описывающей экспериментальные данные. Показана возможность одновременной реализации брэгговского и плазмонного резонансов в периодической системе наночастиц Bi в области окна прозрачности полупроводника GaAs.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-22-20012, <https://rscf.ru/project/24-22-20012/>.

ЛИТЕРАТУРА

1. Faraday M. X. The Bakerian Lecture. – Experimental relations of gold (and other metals) to light //Philosophical transactions of the Royal Society of London. – 1857. – №. 147. – С. 145-181.
2. Maxwell-Garnett J. C. XII. Colours in metal glasses and in metallic films //Philosophical Transactions of the Royal Society of London. – 1904. – Т. 203. – №. 359-371. – С. 385-420.
3. Bohren C. F., Huffman D. R. Absorption and scattering of light by small particles. – John Wiley & Sons, 2008.
4. Adachi S. GaAs, AlAs, and $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$: Material parameters for use in research and device applications //Journal of applied physics. – 1985. – Т. 58. – №. 3. – С. R1-R29.
5. Ushanov V. I. et al. Plasmon Resonance in a System of Bi Nanoparticles Embedded into (Al, Ga) As Matrix //Nanomaterials. – 2024. – Т. 14. – №. 1. – С. 109.

ПОЛИНОМИАЛЬНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ПЛОТНОСТИ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ БОЛЬШИХ АМОРФНЫХ СИСТЕМ

Введение. В аморфных системах часто наблюдается явление, которое называется "бозонным пиком". В d -мерной системе оно проявляется в превышении низкочастотной плотности состояний над дебаевским вкладом $g(\omega) \sim \omega^{d-1}$. Данное превышение указывает на наличие нефононных вкладов, таких как квазилокальные колебания. Для определения такого превышения требуется точный расчет плотности состояний для малых частот. Как правило, эта задача решается путем диагонализации соответствующих матриц и получения всех их собственных значений, но зачастую такие системы обладают большим числом степеней свободы, что требует значительных вычислительных ресурсов. Однако существует метод, получивший название Kernel Polynomial Method (KPM), который позволяет определять плотность состояний, функцию Грина и другие наиболее значимые физические характеристики в виде разложения по ортогональным полиномам, не прибегая к поиску отдельных собственных значений и собственных векторов [1]. KPM позволяет анализировать системы с миллионами степеней свободы без использования суперкомпьютеров, и находит свое применение для многих современных приложений, включая твистронику [2], квантовый транспорт [3] и открытые системы [4].

Классически, в KPM используются полиномы Чебышева первого рода $T_n(x)$ [1]. Это семейство полиномов позволяет производить быстрый расчет наилучшей полиномиальной аппроксимации за счет использования свойств преобразования Фурье. Однако аппроксимация полиномами $T(x)$ имеет корневую расходимость вблизи краев исследуемого спектрального диапазона. Для многих систем такое поведение аппроксимации может быть нежелательно - например, оно может послужить препятствием к обнаружению нефононных вкладов в колебательные состояния, существенно искажив бозонный пик за счет низкочастотной расходимости. Чтобы преодолеть эту проблему, при применении KPM необходимо использовать семейство полиномов, обладающее таким же краевым поведением, как и исследуемая система. В данной работе описывается реализация KPM, основанная на двухпараметрическом семействе ортогональных полиномов Якоби $P_n^{(\alpha, \beta)}(x)$, которая позволяет находить полиномиальную аппроксимацию с произвольной степенной зависимостью на краях спектрального диапазона.

Для подавления осцилляций Гиббса при построении полиномиальной аппроксимации используются так называемые коэффициенты затухания. Свойства этих коэффициентов зависят от выбранного семейства полиномов и также влияют на спектральное разрешение метода. Качество коэффициентов затухания можно охарактеризовать через их спектральное разрешение, а также тем, могут ли они привести к появлению отрицательной плотности состояний при некоторых энергиях, что является нефизическим результатом. Для полиномов $T_n(x)$ известны оптимальные физически допустимые коэффициенты затухания — это так называемые коэффициенты Джексона [1]. Однако для других используемых в KPM полиномов аналогичных коэффициентов затухания не известно — как правило, используются эмпирически выбранные, неоптимальные, и не сохраняющие положительность коэффициенты.

(*)И.О. Райков, ioraiakov@gmail.com

Цель работы. Основной целью работы являлось нахождение для полиномов Якоби $P_n^{(\alpha,\beta)}(x)$ таких коэффициентов затухания g_n , которые сохраняют положительность плотности состояний и при этом ограничении обладают наилучшим возможным спектральным разрешением.

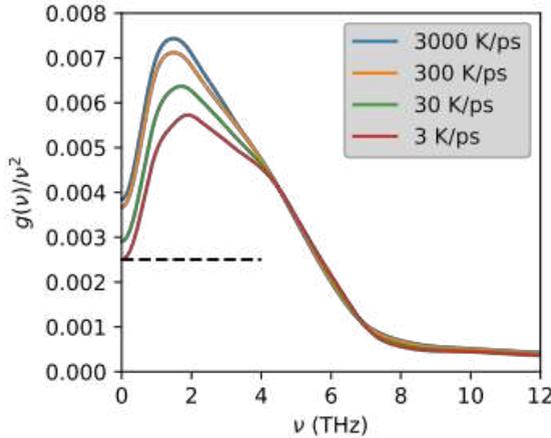


Рис.1. Приведенная плотность колебательных состояний малых колебаний решетки аморфного кремния, полученной из результатов симуляции охлаждения с разными скоростями (от 3 до 3000 К/пс). Пунктиром показан дебаевский вклад $g(v) \sim v^2$

Методы. Следуя работе [1], был произведен переход к полиномиальному ядру $K_N(x,y)$, свертка с которым эквивалентна применению коэффициентов g_n :

$$\rho_{KPM}(x) = w(x) \int K_N(x,y)\rho(y)dy, \quad K_N(x,y) = \sum \frac{g_n}{h_n^{(\alpha,\beta)}} P_n^{(\alpha,\beta)}(x)P_n^{(\alpha,\beta)}(y),$$

где $h_n^{(\alpha,\beta)}$ — нормировка полиномов Якоби. Тогда условие неотрицательности ρ_{KPM} сводится к неотрицательности ядра, $K_N(x,y) \geq 0$ для любых значений x, y на интервале от -1 до 1 . Спектральное разрешение определяется интегралом

$$Q = \iint (x-y)^2 K_N(x,y)w(x)w(y)dx dy,$$

который требуется минимизировать при условии положительности ядра. Можно показать, что

$$Q = const \times (g_0 - g_1).$$

Так как $g_0=1$ для нормировки ρ_{KPM} , достаточно максимизировать g_1 при условиях $g_0=1$ и положительности ядра.

Для этого были использованы свойства полиномов Якоби [5, 6], а также теорема Гаспера об интегральном представлении произведения полиномов Якоби [5, 7; Теорема 2]. Последняя позволяет для большинства α, β получить представление ядра $K_N(x,y)$ в виде интеграла

$$K_N(x,y) = \int K_N(z,1)W(x,y,z)w(z)dz,$$

где $W(x,y,z)$ — неотрицательная функция. Таким образом, положительность ядра $K_N(x,y)$ на всей области эквивалентна положительности его края $K_N(x) \equiv K_N(x,1)$. При этом коэффициенты выражаются как

$$g_n = \int K_N(x) \frac{P_n^{(\alpha,\beta)}(x)}{P_n^{(\alpha,\beta)}(1)} w(x) dx.$$

Тем самым задача сводится к проблеме Чебышева о максимизации интегралов от неотрицательных полиномов [6; 8], которая подлежит точному решению. В зависимости от четности N оптимальное ядро записывается как:

$$K_{2M-1}(x) = C_M^{(\alpha,\beta)} \left(\frac{P_M^{(\alpha,\beta)}(x)}{x - \xi_M^{(\alpha,\beta)}} \right)^2, K_{2M}(x) = (1+x) C_M^{(\alpha,\beta+1)} \left(\frac{P_M^{(\alpha,\beta+1)}(x)}{x - \xi_M^{(\alpha,\beta+1)}} \right)^2,$$

где $\xi_M^{(\alpha,\beta)}$ — наибольший корень полинома $P_M^{(\alpha,\beta)}(x)$, $C_M^{(\alpha,\beta)}$ — нормировка.

Результаты. Были получены формулы оптимальных полиномиальных ядер и интегральное представление оптимальных коэффициентов для четных и нечетных порядков аппроксимации. Интеграл для g_n может быть рассчитан с произвольной точностью с помощью квадратуры Гаусса-Якоби. Кроме того, были исследованы асимптотические поведения коэффициентов затухания и точности аппроксимации, и приведены примеры получающихся ядер для конкретных значений α и β , а также примеры аппроксимации для конкретных систем.

Разработанный метод применен для анализа низкочастотных колебательных возбуждений в аморфном кремнии и других неупорядоченных системах. Методами молекулярной динамики была произведена симуляция быстрого охлаждения кремния из расплава. Из конечной конфигурации была получена динамическая матрица малых колебаний, для расчета плотности состояний которой был использован КРМ с $\alpha=\beta=1/2$, что является наилучшим выбором для трехмерных колебательных систем. На Рис. 1 показана полученная приведенная плотность колебательных состояний аморфного кремния. В ней наблюдается бозонный пик — превышение над дебаевским вкладом, связанное с наличием квазилокальных мод.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 22-72-10083.

ЛИТЕРАТУРА

1. Weiße A., Wellin G., Alvermann A., Fehske H. The kernel polynomial method // *Reviews of Modern Physics.* – 2006. – Vol. 78. – No. 1. – P. 275-306.
2. Carr S., Massatt D., Fang S., Cazeaux P., Luskin M., Kaxiras E. Twistronics: Manipulating the electronic properties of two-dimensional layered structures through their twist angle // *Physical Review B.* – 2017. – Vol. 95. – Twistronics. – No. 7. – P. 075420.
3. Bertini B., Heidrich-Meisner F., Karrasch C., Prosen T., Steinigeweg R., Žnidarič M. Finite-temperature transport in one-dimensional quantum lattice models // *Reviews of Modern Physics.* – 2021. – Vol. 93. – No. 2. – P. 025003.
4. Alvermann A., Fehske H. Chebyshev approach to quantum systems coupled to a bath // *Physical Review B.* – 2008. – Vol. 77. – No. 4. – P. 045125.
5. Gasper G. Banach algebras for Jacobi series and positivity of a kernel // *Annals of Mathematics.* – 1972. – Vol. 95. – No. 2. – P. 261-280.
6. Szegő G. *Orthogonal polynomials.* – American Mathematical Soc., 1939. – 432 p.
7. Gasper G. *Positivity and special functions / Theory and Application of Special Functions / ed. R.A. Askey.* – Academic Press, 1975. – P. 375-433.
8. Иванов В.И. Задача Чебышева о моментах неотрицательных многочленов // *Математические заметки.* – 2021. – Т. 110. – № 6. – С. 875-890.

ЗАГЛУБЛЕНИЕ ИОНООБМЕННЫХ ОБЛАСТЕЙ СТЕКЛА ПРИ ПОЛЯРИЗАЦИИ В ТЛЕЮЩЕМ РАЗРЯДЕ

Введение. Широко распространенным методом модификации приповерхностной области щелочесодержащих стекол является ионный обмен одновалентных катионов между расплавом соли и погруженным в него стеклом. При этом вблизи поверхности стекла формируется область с повышенной концентрацией инвазивных катионов и отличными от объема физическими свойствами. В случае увеличения показателя преломления такая область может представлять собой градиентный оптический волновод. Однако рассеяние светового излучения на шероховатостях поверхности стекла увеличивает оптические потери в таких волноводах, а несимметричное распределение в них поля основной моды снижает эффективность их сопряжения с оптическим волокном. Обе проблемы могут быть сняты заглублением (смещением вглубь стекла) ионообменной области. Авторами предложено использование для этой цели поляризации стекла в тлеющем разряде [1].

Материалы и методы. Эксперименты проводились с использованием пластинок натрий-кальций-силикатного стекла Menzel, состав которого приведен в табл. 1, толщиной 1 мм.

Табл. 1. Состав используемого стекла (в ат. долях), пересчитанный исходя из данных [2]

Si	O	Na	K	Ca	Mg	Al	Fe	S
0.2477	0.6008	0.0951	0.0053	0.0235	0.0220	0.0049	0.0001	0.0008

Вначале проводился обмен ионов Na^+ из стекла на ионы K^+ из расплава KNO_3 при температуре 365°C в течение 6 часов. Далее образец был поляризован в воздушном тлеющем разряде при температуре 250°C и напряжении 2.3 кВ. В качестве анода использовалась кремниевая пластина, отстоящая от поверхности стекла на расстояние 200 мкм, а в качестве катода – плотно прижатая алюминиевая фольга. При подаче напряжения в воздушном зазоре между стеклом и анодом зажигается плазма, и в стекло на вакансии, освободившиеся в результате дрейфа Na^+ и K^+ к катоду, заходят ионы $\text{H}^+/\text{H}_3\text{O}^+$, рождающиеся при разложении паров воды [3].

Измерения профилей концентраций основных элементов проводились на торце образцов с помощью энергодисперсионного рентгеновского спектрометра (ЭДС) Oxford Ultima, являющегося приставкой к растровому электронному микроскопу Zeiss Supra 25. При измерениях ускоряющее напряжение составляло 15 кВ.

Результаты и обсуждение. На рис. 1а представлены профили концентраций одновалентных и двухвалентных ионов, измеренные в исходном стекле. Как и ожидалось, они постоянны. В ионообменном стекле – рис. 1б – от поверхности вглубь стекла практически симметрично убывает концентрация калия и растет концентрация натрия, что свидетельствует об успешном обмене катионов натрия и калия между стеклом и расплавом KNO_3 . При этом концентрации магния и кальция остались на прежнем уровне, что говорит об их неучастии в процессе ионного обмена ввиду их существенно меньшей подвижности.

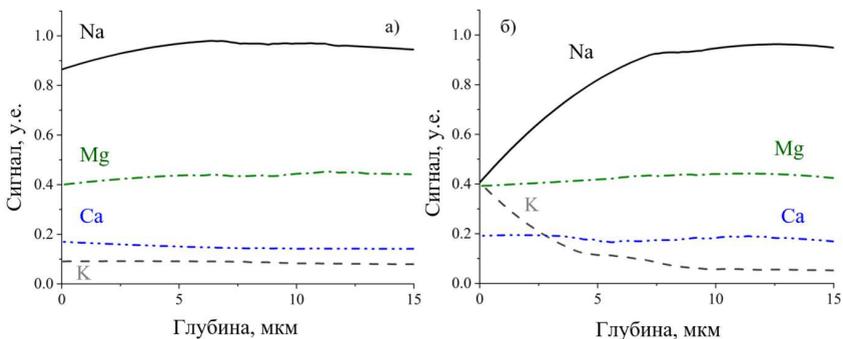


Рис. 1. Профили концентраций металлов в стекле до (а) и после (б) ионного обмена

Профили концентраций в образце исходного стекла после поляризации представлены на рис. 2а. Видно, что концентрации кальция и магния практически постоянны по всей глубине стекла, т.е. в процессе поляризации они также не участвуют. Наблюдается отчетливый пик концентрации калия на глубине около 8 мкм перед областью с высокой концентрацией натрия. Т.е. калий накапливается между областью, содержащей водород, профиль которого, как легкого элемента, не регистрируется вследствие ограничений метода ЭДС, и не затронутой поляризацией областью стекла. Схожие профили концентраций наблюдались и в других работах по поляризации стекла [5]. Ширина пика концентрации калия составляет примерно 0.5 мкм. Учитывая характерное увеличение показателя преломления обогащенной калием области на ~ 0.01 [4], мы можем сделать вывод, что размер этой области в данном случае недостаточен для локализации в ней светового излучения.

На рис. 2б представлены профили концентраций для образца ионообменного стекла после поляризации. Как и в предыдущем случае, наблюдается пик калия. Однако по сравнению с поляризованным исходным стеклом ширина пика калия значительно увеличилась, с ~ 0.5 до ~ 3.5 мкм. Это увеличение обусловлено обогащением приповерхностной области стекла калием при ионном обмене.

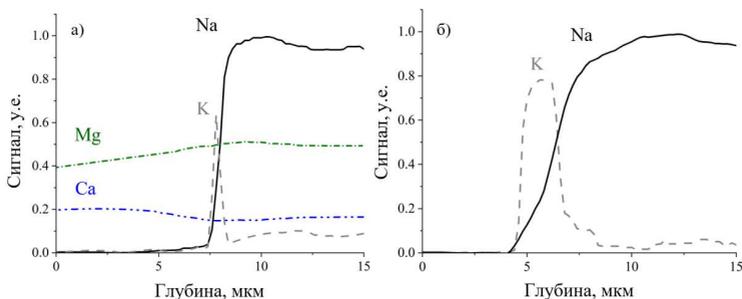


Рис. 2. Профили концентраций после поляризации в исходном (а) и ионообменном (б) стеклах

Формирование обогащенной калием области и ее способность поддерживать волноводное распространение света были исследованы посредством численного моделирования в среде Comsol. На рис. 3а штриховыми линиями отмечены рассчитанные границы обогащенной калием области в поляризованном ионообменном стекле. Расчеты проводились на основе модели Нернста-Планка для уравнений дрейфа-диффузии и

уравнения Пуассона. Расчетные положения этих границ хорошо соотносятся с экспериментом – см. рис. 2а. Здесь же представлен профиль показателя преломления стекла вблизи поверхности: 1.48 соответствует обогащенной водородом области, где нет ни калия, ни натрия [6]; 1.52 – область с повышенной концентрацией калия; 1.51 – коэффициент преломления исходного стекла.

На рис. 3б представлены рассчитанные на основе уравнений Максвелла распределения интенсивности излучения ТЕ поляризации с длиной волны 633 нм в структуре, показанной на рис. 3(а). Видно, что обогащенная калием область может поддерживать две волноводные моды. Необходимо отметить, что излучение хорошо локализовано, электрическое поле на поверхности стекла отсутствует, а его распределение достаточно симметрично. Это позволяет ожидать низкие потери света при его распространении в такой планарной структуре и высокую эффективность стыковки с оптическим волокном при формировании канального оптического волновода.

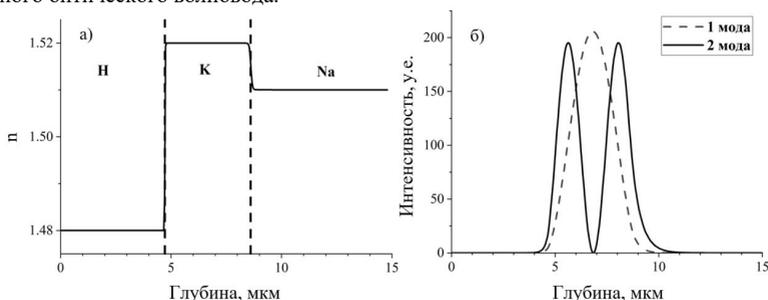


Рис. 3. Расчетные границы обогащенной калием области (пунктир) и соответствующий профиль показателя преломления (сплошная линия) (а); расчетное распределение интенсивности первой и второй ТЕ-мод локализованного в этой области излучения с длиной волны 633 нм (б)

Заключение. Таким образом, с помощью ионного обмена и поляризации в тлеющем разряде нами сформирована в стекле заглабленная область с повышенной концентрацией калия и, соответственно, показателем преломления. В соответствии с результатами моделирования, такая область является заглабленным оптическим волноводом, поддерживающим распространение двух ТЕ мод световой волны с длиной волны 633 нм.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках Госзадания FSRM-2023-0009.

ЛИТЕРАТУРА

1. Scherbak S.A. et al. Poling of Glasses Using Resistive Barrier Discharge Plasma // *Materials*. – 2022. – Vol. 15. – № 23. – P. 8620.
2. Производитель и дистрибьютер лабораторного оборудования Agar Scientific. [Электронный ресурс]. Режим доступа – <https://www.agarscientific.com/high-quality-microscope-slides> (дата обращения: 25.03.2024).
3. Lepiński C.M. et al. Electric field distribution and near-surface modifications in soda-lime glass submitted to a dc potential // *J Non Cryst Solids*. – 1993. – Vol. 159. – № 3. – P. 204–212.
4. Аксенов Е.Т., Есепкина Н.А., Липовский А.А. Исследование планарных оптических волноводов в стекле, образованных диффузией ионов K^+ // *Письма в ЖТФ*. – 1978. – Том 4. – № 22. – С. 1389–1392.
5. Scherbak S.A. et al. SEM-visualization of a spatial charge and a giant potassium peak in a corona-poled glass // *Journal of Physics: Condensed Matter*. – 2021. – Vol. 33. – № 23. – P. 235702.
6. Oven R. Measurement of the refractive index of electrically poled soda-lime glass layers using leaky modes // *Appl Opt*. – 2016. – Vol. 55. – № 32. – P. 9123.

ОПТИМИЗАЦИЯ РОСТОВЫХ ПРОЦЕССОВ КРИСТАЛЛОВ И ТОНКИХ ПЛЕНОК С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

Введение. Разработка технологии синтеза новых перспективных полупроводников [1] высокого кристаллического совершенства невозможна без глубокого понимания всех процессов, происходящих при синтезе. Вместе с тем, несмотря на развитый теоретический задел по росту кристаллов, теория позволяет описать лишь ограниченный набор поверхностных явлений и механизмов роста, и во многих случаях весьма неточна. Кроме того, она требует знания многих материальных констант, которые трудно определить, особенно для новых, перспективных материалов. Однако, постоянный рост вычислительных мощностей позволяет решить эту задачу численно. Цель настоящей работы - разработка нового генеративного подхода к описанию роста кристаллов во всем диапазоне ростовых режимов и ростовых условий. Подход основан на генерации больших данных об эпитаксиальном росте кристалла и его свойствах при тех или иных параметрах синтеза с помощью атомистически-точных моделей (Монте-Карло, молекулярная динамика), и последующем обобщении этих данных различными методами машинного обучения (ML), включая символьную регрессию. Выявленные с помощью ML функциональные связи между условиями синтеза и характеристиками процесса (скорость роста, шероховатость поверхности), позволят более точно и гибко выбирать оптимальные условия синтеза в реакторе.

Методы и методология. Для генерации больших данных о процессе роста кристалла и свойствах его поверхности при различных ростовых условиях используется программный пакет [2], который реализует высокопроизводительный метод Монте-Карло, совмещенный с элементами клеточных автоматов [3] на простом кубическом кристалле Косселя. Вычислительные операции реализуются на графическом ускорителе (GPU), что обеспечивает значительное сокращение времени выполнения за счет параллельной обработки данных. Это позволяет эффективно проводить серии численных экспериментов по моделированию ростовых процессов в разнообразных условиях и детализировано анализировать динамику изменений поверхности.

В упрощенной атомистической модели, которая использовалась в настоящей работе для верификации генеративного подхода, имеются следующие параметры: поток атомов на поверхность (J), вероятность десорбции (d), и кинетический барьер Швобеля (Es), вследствие которого возникает множество необычных ростовых режимов и неустойчивостей на поверхности кристалла. Таким образом в модели атомы осаждаются, диффундируют, встраиваются в кристалл, а также могут испариться с поверхности. Используя эту модель и GPU сервер, было проведено 1000 численных ростовых экспериментов при случайном сочетании параметров (J, d, Es). В рамках экспериментов наблюдались совершенно различные режимы роста кристалла от послынного и до нуклеации. После процедуры моделирования была получена таблица (табл. 1), в которой всем исходным сочетаниям параметров соответствуют вычисленные скорость роста и шероховатость поверхности. Рис. 1 иллюстрирует зависимость скорости роста кристалла (G) и шероховатости поверхности (R)

(*) Н.С. Урсуленко, nikita100_81@mail.ru

от потока (J) и барьера Швобеля (Es , цветовая кодировка). Данные для удобства были нормированы на диапазон $[0,1]$.

Табл. 1. Пример значений параметров моделирования и полученные результаты

Поток (J)	Барьер Швобеля (Es)	Вероятность десорбции (d)	Скорость роста (G)	Шероховатость (R)
0.0104	0.699596	0.000030	0.025236	3.899435
0.0112	0.009807	0.000034	0.033782	3.910246
...

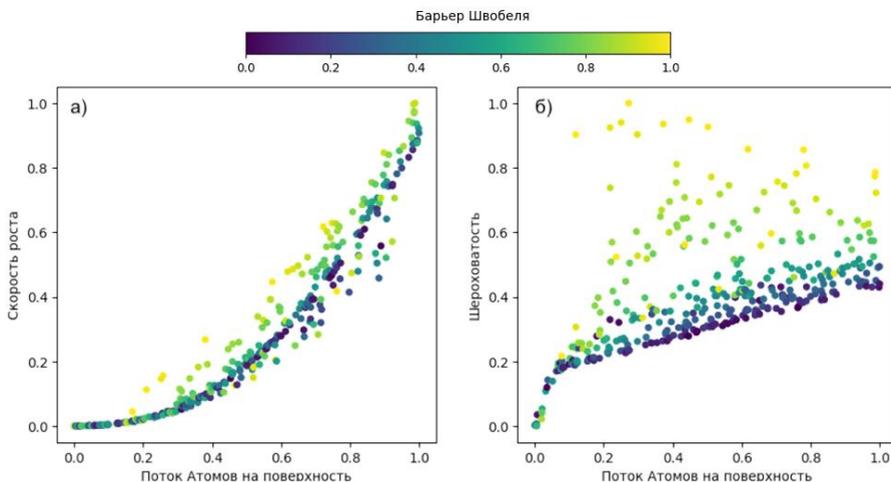


Рис. 1. а) Зависимость конечной скорости роста кристалла (G) от параметра потока J (ось X) и барьера Швобеля Es ; б) зависимость шероховатости поверхности (R) от параметров J и Es

Затем к полученной таблице с данными был применен метод символьной регрессии. Для этого набор данных был разбит на обучающую (70%) и тестовую (30%) выборки. На обучающей выборке был осуществлен подбор оптимальных гиперпараметров модели символьной регрессии [4] с помощью метода поиска по сетке (GridSearch) [5]. Модель символьной регрессии позволила получить серию аналитических выражений, которые описывают функциональную связь между входными параметрами (J, d, Es) и выходными G и R с максимальной точностью и наименьшим средним абсолютным отклонением (CAO) предсказания от данных тестовой выборки.

Результаты. Найденные с помощью алгоритма символьной регрессии оптимальные выражения, описывающие полученный набор данных, выглядят следующим образом:

$$G = 0.9J^2 + J \left((Es^4 + \exp(-1/J) \cdot \exp(Jd))(0.1J - 0.2)(d(d - 0.09) - 0.7)(\exp(d) + 1.9) - 0.1 \right) \quad (1)$$

$$R = 8.7Es^2 (Es(Es - 0.9) + J) \exp(-4.5d^2(0.5J - d)^2) \exp(-(J + 0.9)^2) + 0.3J + 0.2 \quad (2)$$

Рис. 2 сочетает численные данные и предсказания модели по выражению (1), отображая зависимость шероховатости R от J и $\log(d)$ при фиксированных Es : 0.05 и 0.98 (рис. 2а), соответственно, в виде двух поверхностей. Хорошо видно, что изображенные поверхности проходят через точки, цвет которых соответствует фиксированным значениям Es (см. цветовую шкалу), что подтверждает выводы с рис. 1 о влиянии Es на шероховатость. CAO составляет 4.78% во всем диапазоне условий, что подтверждает корректное описание

для разных E_s . Вычисление скорости роста для произвольной комбинации условий по формуле занимает 2 мкс, что в 20 млн. раз быстрее, чем методом Монте-Карло, обеспечивая эффективность оптимизации ростовых реакторов.

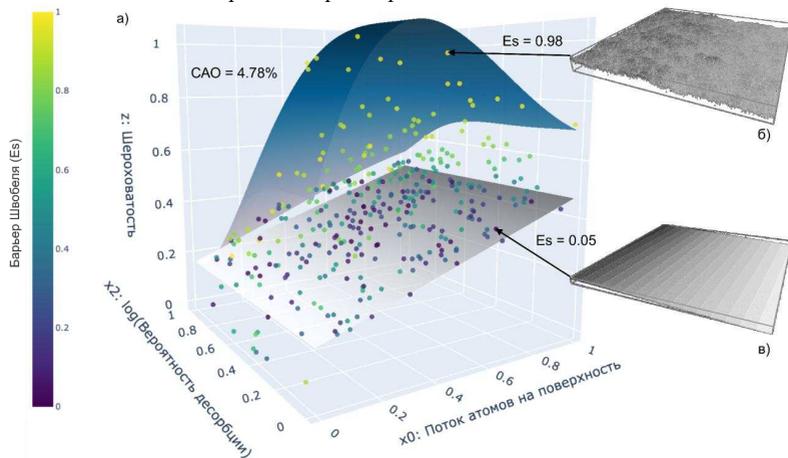


Рис. 2. а) Интерполяционная модель шероховатости поверхности R на основе синтетической базы данных; б) морфология кристалла с высокой шероховатостью при высоких значениях барьера Швобеля E_s ; в) морфология с низкой шероховатостью при низких значениях E_s

Выводы. В работе показано, что предлагаемый генеративный подход совместно с применением методом машинного обучения (символьной регрессии), позволяет создавать эффективные и точные цифровые библиотеки, позволяющие предсказывать свойства растущего кристалла: скорость роста, шероховатость (и любые другие, которые позволяет вычислить атомистическая модель-генератор) во всем диапазоне ростовых режимов и условий с атомистической точностью за наносекунды. Подобные библиотеки, созданные единожды для того или иного материала или ростового процесса, могут быть использованы для конечно-элементной оптимизации процесса синтеза кристалла в реакторе, что открывает новые перспективы для создания нового эффективного оборудования для синтеза.

ЛИТЕРАТУРА

1. Grabińska K., Kucharski R., Woćkowski M. Challenges and prospects of ammonothermal GaN crystal growth and substrate fabrication / SPIE OPTO. Proceedings SPIE 12886, Gallium Nitride Materials and Devices XIX. – San Francisco, 2024. – P. 1-16.
2. Пат. № 2022666873 Российская Федерация, Программа для моделирования роста и морфологии поверхности кристаллов / А. В. Редьков; заяв. и патентообл. А. В. Редьков. — 2022666178; заявл. 30.08.2022; опубл. 08.09.2022, Бюл. № 9. — 4 с.
3. Załuska-Kotur M., Popova H., Tonchev V. Step bunches, nanowires and other vicinal “Creatures”— Ehrlich–Schwoebel effect by cellular automata // Crystals. – 2021. – Vol. 11 (9). – P. 1135.
4. Interpretable Machine Learning for Science with PySR and SymbolicRegression.jl. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://arxiv.org/pdf/2305.01582.pdf> (дата обращения: 25.03.2024).
5. Астапов Р.Л., Мухамадеева Р.М. Автоматизация подбора параметров машинного обучения и обучение модели машинного обучения // Актуальные научные исследования в современном мире. – 2021. – № 5-2 (73). – С. 34-37.

К.А. Чудаков¹, Д.М. Бельтюкова², В.П. Белик², О.С. Васютинский²
¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)
²Физико-технический институт им. Иоффе

ГЕНЕРАЦИЯ СИНГЛЕТНОГО КИСЛОРОДА ФОТОСЕНСИБИЛИЗАТОРОМ РАДАХЛОРИН В PBS В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Введение. Одним из нехирургических методов лечения онкологических заболеваний является фотодинамическая терапия (ФДТ). Принцип действия ФДТ состоит в следующем: в организм пациента вводится фотосенсибилизатор (ФС), большая часть которого накапливается в раковых клетках, затем пораженная область облучается лазером с длиной волны соответствующей полосе поглощения ФС, которое переводит молекулы ФС в возбужденное триплетное состояние. Эти молекулы ФС при столкновении с кислородом в основном триплетном состоянии переводят его в возбужденное синглетное состояние. Полученный таким образом синглетный кислород (СК) инициирует гибель клетки [1].

В настоящее время одним из широко применяемых ФС в клинической практике в России является ФС хлоринового ряда Радахлорин (Радафарма, Россия) [2]. Данный ФС в своем составе содержит сумму натриевых солей хлорина еб (~80%), пурпурина 5 (~15%), хлорина рб (~5%). Он имеет несколько основных полос поглощения с максимумами 405 нм, 510 нм и 660 нм, максимумы которых могут сдвигаться в зависимости от типа растворителя или pH среды [3]. Максимум флуоресценции приходится примерно на 665 нм с длинным крылом в ИК область спектра. Наиболее интенсивной полосой поглощения является полоса в синей области спектра, однако для медицинской практики используется полоса 660 нм из-за большей проницаемости биологических тканей в этом диапазоне [4]. Ранее было показано, что фотофизические свойства Радахлорина мало зависят от длины волны возбуждения, поэтому выбор длины волны возбуждения в условиях эксперимента *in vitro* определяется удобством для экспериментатора [5].

Все исследования по фотофизическим свойствам ФС и его способности генерировать СК в основном проводились либо при комнатной температуре в растворах, либо в условиях инкубатора при температуре 37°C в клеточной среде. При этом первичные знания, полученные в растворах при комнатной температуре, по аналогии переносятся в клеточные структуры без каких-либо корректировок на изменение температуры.

Цель работы – исследование параметров генерации СК в растворе ФС Радахлорин в PBS (натрий-фосфатный буфер) в диапазоне температур 10-40°C. PBS был выбран по причине стабильности и нейтральности его pH.

Методика исследований. Для изучения зависимости от температуры был собран термостат для кюветы на основе элемента Пельтье. Термостат с кюветой ставился вблизи входной щели монохроматора МДР-12 (решетка 600 штр/мм). Возбуждение ФС производилось импульсным лазером с длиной волны 405нм, длительностью импульса 100 нс и частотой 100кГц в плоскости, перпендикулярной входной щели монохроматора. Регистрация фосфоресценции СК производилась ИК ФЭУ (Hamamatsu, H10330B-45), подключенным к модулю время-корреляционной системы счета фотонов (TCSPC) PicoHarp300 (PicoQuant). Время-разрешенные кривые детектировались на длине волны 1276±2 нм. ФС Радахлорин растворялся в буфере PBS до концентрации 35 мкг/мл.

(*) К.А. Чудаков, chudakov.ka@edu.spbstu.ru

Результаты. На рис. 1 представлены типичные время-разрешенные сигналы СК для разных температур. Видно, что при понижении температуры раствора относительно комнатной температуры уменьшается интенсивность сигнала СК, когда как при увеличении температуры сильных изменений в интенсивности сигнала не происходит. Данные сигналы были аппроксимированы по формуле:

$$I = \frac{A}{\tau_1 - \tau_2} \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) + C,$$

где A – константа пропорциональная интенсивности сигнала, τ_1, τ_2 – времена генерации и затухания сигнала, C – константа уровня шумов.

В результате аппроксимации были получены времена генерации и затухания СК, представленные на рис.2. Видно, что при понижении температуры относительно комнатной растут одновременно времена генерации и затухания, однако при нагреве времена практически не меняются в пределах погрешности.

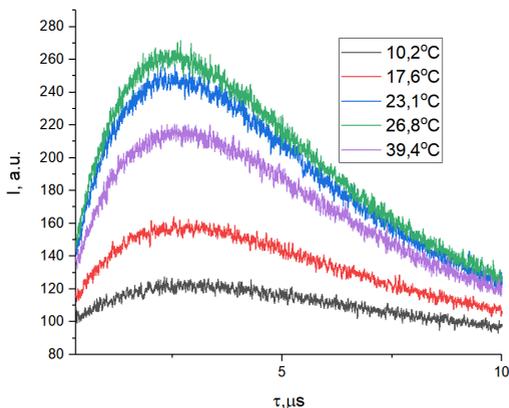


Рис. 1. Время-разрешенные кривые СК при различных температурах

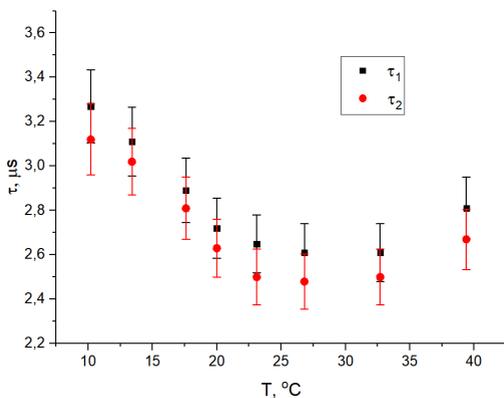


Рис. 2. Зависимость времени генерации и затухания синглетного кислорода от температуры

Выводы. При уменьшении температуры падает интенсивность сигнал флуоресценции СК, тогда как при нагреве сильных изменений в интенсивности сигнала не наблюдается. При уменьшении температуры растет время генерации и спада сигнала СК. При росте температуры относительно комнатной заметных изменений времен не происходит. Таким образом, можно заключить, что данные по генерации СК, полученные при комнатной температуре выше 20°C можно считать идентичными тем, что получены при температуре 36-37°C.

ЛИТЕРАТУРА

1. Слесаревская М. Н., Соколов А. В. Фотодинамическая терапия: основные принципы и механизмы действия // Урологические ведомости. – 2012. – Т. 2. – №. 3. – С. 24-28.
2. Фармацевтическая компания РАДА-ФАРМА [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.radapharma.ru/> (дата обращения: 25.03.2024)
3. Vargas F., Diaz Y., Yartsev V., Marciano A., and Lappa A., Photophysical properties of novel PDT photosensitizer Radachlorin in different media, *Ciencia*. 2004. V. 12. N. 1. P. 70-77.
4. Зимняков Д. А., Тучин В. В. Оптическая томография тканей // Квантовая электроника. – 2002. – Т. 32. – №. 10. – С. 849-867
5. Бельтюкова Д. М. и др. Люминесценция водного раствора фотосенсибилизатора Радахлорин при возбуждении в полосах 405 и 605 nm // Оптика и спектроскопия. – 2018. – Т. 124. – №. 1. – С. 51-55.

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЙРОСЕТЕВОГО МЕТОДА**

Введение. Достаточно распространенной задачей управления является задача стабилизации неустойчивых систем из-за их повсеместного распространения. В данной работе предлагается рассмотреть способ решения поставленной задачи на примере обратного маятника с помощью нейросетевого подхода. Интересующий нас объект описывается автономной системой обыкновенных дифференциальных уравнений. Если положение равновесия устойчиво, то при малом отклонении система возвращается в него самостоятельно. Если неустойчиво, то в систему приходится вводить управление u таким образом, чтобы система при отклонении от положения равновесия возвращалась в него, используя ограниченное управления $|u_i| \leq 1, i = 1, \dots, n$, возвращающего систему к состоянию равновесия из некоторой точки за минимальное время. В данной работе рассматривается использование двух методов для решения поставленной задачи [1].

Метод линеаризации работает только для точек, которые попадают в определенные области окрестности начала координат. В зависимости от положения точки, выбирается знак управления:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = \sin x + u \end{cases}$$

Проводим линеаризующую замену, заменяя синус аргументом $\sin x = x$, и рассматриваем две системы, описывающие два шага с управлением $u = \pm 1$, тогда получим систему, которая решается аналитически:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = x + 1 \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = x - 1 \end{cases};$$

Исходя из этого и систем, которые являются решениями дифференциальных уравнений, мы можем найти время действия каждого из управлений:

$$t_1 = \ln \frac{1 - (x_0 - 1)^2 + y_0^2 - \sqrt{((x_0 - 1)^2 - y_0^2 - 9)((x_0 - 1)^2 - y_0^2 - 1)}}{4(x_0 + y_0 - 1)}; \quad t_2 = \ln \frac{1}{x_1 + y_1 + 1};$$

Второй подход заключается в решении начальной системы с помощью неявного метода Эйлера. Движение точки на первом и втором шаге со временем t и τ соответственно мы будем описывать уравнениями:

$$\begin{cases} x_1 = x_0 + t y_1 \\ y_1 = y_0 + t(\sin x_1 + u) \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = x_1 + \tau y_2 \\ y_2 = y_1 + \tau(\sin x_2 - u) \end{cases}$$

Исходя из того, что $u = -\text{sign}(x_0)$ и конечные координаты должны быть равны 0:

$$t = 0.5\sqrt{y_0^2 + 4|x|} - y_0 u, \quad \tau = 0.5\sqrt{y_0^2 + 4|x|} + y_0 u.$$

Вычислительные эксперименты. Для апробации представленных выше методов было проведено две серии вычислительных экспериментов. В первой серии производилось до 20 двухшаговых этапов применения метода Эйлера со 100 случайных равномерно распределенных начальных точек $-3 < x_0, y_0 < 3$. Аналогичные действия были проведены со 100 случайными точками с применением метода линеаризации. Удачными считались точки, для которых во время n этапов выполнялось условие $x_0^2 + y_0^2 < \varepsilon$ для $\varepsilon = 0.01$. После выполнения данного условия осуществлялся переход к новой точке.

Легко заметить, что метод Эйлера эффективен в более широкой области. Метод линейризации успешно работает для точек, находящихся вблизи начала координат. Но так как переход от линейризованной системы к изначальной не является полностью равносильным, точка может выйти за пределы полосы, где данный метод уже нельзя применить. Следовательно, целесообразно делать шаги с помощью метода Эйлера до тех пор, пока не вернемся обратно в область применения линейризации. Для выбора оптимального метода на каждом шаге строится и обучается нейронная сеть.

Для построения управляющей функции применяем нейронную сеть с одним скрытым слоем вида $u_N(x, y) = c_0 + \sum_{i=1}^N c_i v(x, y; a_i)$ [3]. Мы исследовали два типа базисных функций. Первую базисную функцию типа персептрон берем в виде $v(x, y, \mathbf{a}_i) = \text{Tanh}(a_i(x - b_i))\text{Tanh}(d_i(y - e_i))$. Вторую - типа RBF - в виде $v(x, y, \mathbf{a}_i) = \text{Exp}(-a_i(x - b_i)^2 - d_i(y - e_i)^2)$. Веса сети $\{a_i, b_i, c_i, d_i, e_i\}$ подбираем с помощью минимизации квадратичного функционала ошибки $\sum_{j=1}^M (u_n(x_j, y_j) - u_j)^2$. Здесь x_j, y_j пробегает упомянутые выше 100 случайных начальных точек для метода линейризации, $u_j = 1$ для удачных точек и $u_j = -1$ для неудачных.

Во второй серии вычислительные эксперименты проводились в три этапа. На первом этапе запускался метод линейризации из 100 случайных точек, равномерно распределенных в той же области для ограничения числа шагов $n = 10, 20, 50$ и $\varepsilon = 0.1, 0.01$. На втором этапе, как выше было описано, была обучена сеть типа персептрон и RBF из 5, 10 и 20 нейронов.

На третьем этапе из 100 случайных точек, равномерно распределенных в той же области, запускался комбинированный метод, который состоял в следующем. На каждом шаге проверялся выход нейронной сети. Если выход нейросети больше 0, то применялись два подшага по методу линейризации. Если меньше нуля, то делалось два подшага по методу Эйлера и так на каждом этапе (рис. 1).

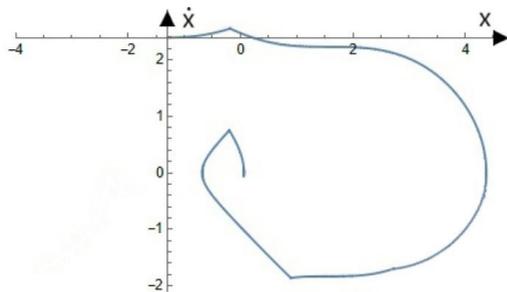


Рис. 1. Процесс перевода точки комбинированным нейросетевых методом в окрестность нуля

По полученным данным можно сделать вывод, что на долю успеха выхода нейронной сети существенно влияет количество нейронов и количество шагов применения описываемых методов при обучении. При увеличении количества шагов в большинстве случаев наблюдался рост доли успешных точек. Нейронная сеть, которая обучалась на данных с более высокой точностью, как правило, имеет большую долю успешного выхода. Это можно объяснить тем, что множество для обучения нейронной сети $\varepsilon = 0.1$ содержало точки, которые не попадали в окрестность с точностью $\varepsilon = 0.01$. Доля успешных выходов у персептрона превосходит долю успешных выводов у RBF на всех этапах обучения. Самые успешные показатели по доле успешных точек показал персептрон с количеством нейронов $n = 10$ с обеими среднеквадратичными ошибками $\varepsilon = 0.01$ и 0.1 . Но учитывая ресурсоемкость обучения с точки зрения доли числа успешных исходов, оптимальным следует признать

персептрон из 5 нейронов, ограничением шагов 20 и точностью на первом этапе 0.1. Наименее всего выход RBF сети удачен при малом количестве нейронов. При большем количестве нейронов RBF-сеть становится более успешным и справляется с приведением точки в окрестность гораздо быстрее, чем персептрон. При увеличении нейронов обе разновидности нейросетей демонстрируют лучшие показатели по времени успешного выхода. Самые успешные показатели по времени продемонстрировал RBF с максимальным количеством нейронов.

Исходя из сравнительного анализа, можно сделать вывод, что RBF-сеть более эффективна при большем количестве нейронов, что показало быстрое время приведения в окрестность большинства точек. Персептрон уступает RBF по времени, но превосходит в доле успешных точек на всех этапах обучения при разных ограничениях, особенно при малом числе нейронов, что делает ее более эффективной в условиях ограниченных ресурсов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д.А. Тархов, М.Д. Закирова, Д.А. Лавыгин, О.А. Скрипкин. Применение различных численных методов для стабилизации обратного маятника // Неделя науки ФизМех. Сборник материалов Всероссийской научной конференции. Санкт-Петербург, 2023. С. 381-383.
2. Д.А. Тархов, А.Д. Суббота, И.Ю. Суриков Применение приближенных многослойных методов решения дифференциальных уравнений к задаче стабилизации перевернутого маятника // Неделя науки СПбПУ. Материалы научной конференции с международным участием. 2017. С. 63-65.
3. А.Н. Васильев, Д.А. Тархов. Нейросетевое моделирование. Принципы. Алгоритмы. Приложения, СПб.: Изд-во Политехн. Ун-та, 2009.

УДК 004.942

А.В. Ащеулов, В.В. Паламарчук, Д.А. Тархов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ЗАДАЧА ПОСТРОЕНИЯ НЕЙРОСЕТЕВОЙ МОДЕЛИ РАЗВОДНОГО МОСТА

Нейросетевое моделирование [1] применяется в сферах промышленности, инноваций, финансов и др. [2-4]. Актуальной является построение нейросетевой модели моста, которая позволяет провести достаточно точный анализ поведения мостовых конструкций при динамическом воздействии на них. Разводной мост является сложным динамическим объектом, позволяющий быстроходным судам преодолевать водные преграды в зависимости от ветра, осадков, динамической нагрузки и др. Целью данной работы является построение нейросетевой модели моста. Задачей работы является применение общих методов построения нейросетевой модели по дифференциальным уравнениям математических моделей моста и сигналам, получаемых с датчиков.

Сложность и оригинальность задачи заключается в согласовании нейронных моделей отдельных блоков моста. В данный момент существует общепризнанный подход в моделировании типовых механизмов, таких как двигатели, предохранительные клапаны, насосные станции, клапаны давления и подпитки [4], однако в условиях высокого уровня неопределенности крупного технического объекта требуются новые решения, которые бы дополняли классические методы.

Разводной мост представляет собой сложную техническую конструкцию, обладающую уникальными характеристиками [5]. Они предназначены для пересечения водных преград и прохода судов в местах с интенсивным морским или речным трафиком. Компонентами разводного моста являются электродвигатель (Д), клапан давления (КД), клапан подпитки

^(*) В.В. Паламарчук, palamarchuk.vv@edu.spbstu.ru

(КП), насос с регулятором (Рн и Н), нерегулируемый насос управления (Ну), гидрораспределитель с регулятором (Г/р и Р_{Г/р}), трубопровод (Т_{р1}, Т_{р2}, Т_{р3}, Т_{р4}), предохранительные клапаны (КП1 и КП2), гидроцилиндр (ГЦ), разводной пролет (Р Пр). Классическая блок-схема изображена на рис. 1.

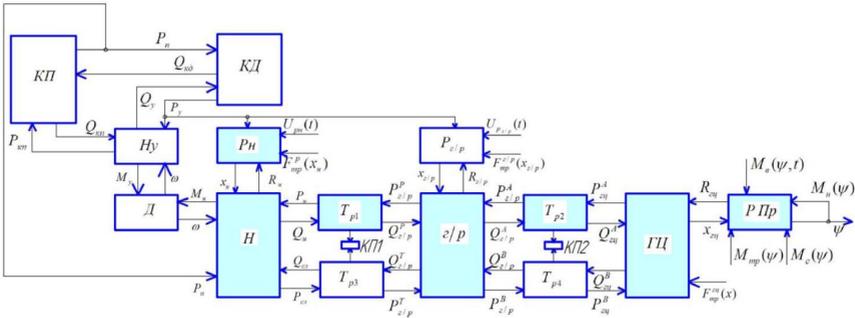


Рис. 1. Классическая блок-схема моста

Для отдельных блоков выписаны модели в виде дифференциальных уравнений. Они представляют собой уравнения динамики и уравнения гидрогазодинамики (например, уравнение Бернулли для определения скорости потока жидкости в трубе, второй закон Ньютона для определения вязкости жидкости, закон Гука для определения силы упругости пружины и т.д.).

Для решения дифференциальных уравнений применяется общий метод построения нейросетевой модели [6].

На вход нейронной сети подается набор сигналов, полученных с датчиков (входной слой сети). Скрытые слои отвечают за обработку сигналов и передачу на выходной слой. На выходе сети должна получиться функция, описывающая динамику движения моста для дальнейшего решения задачи управления.

Построение любой системы управления может быть формализовано как набор действий по достижению некоторых целей. Иерархическая система управления предполагает иерархию целей. Изменение параметров системы и формирование управляющих воздействий может быть реализовано с помощью выбранных алгоритмов оптимизации.

Формализуем вышесказанное. Обозначим вход (управление) на блоке с номером k через \mathbf{u}_k , состояние \mathbf{x}_k , выход (измеряемые параметры) \mathbf{y}_k . При этом надо учесть, что динамика блока зависит не только от переменных в данном блоке, но и от переменных вышестоящих блоков и нижестоящих блоков. С одной стороны, оно зависит от управляющих воздействий с вышестоящих уровней \mathbf{v}_k . С другой стороны, от результатов работы и состояния нижних уровней, которые мы обозначим вектором \mathbf{z}_k . Тогда динамика объекта с учетом управления может быть представлена в виде задачи Коши для системы дифференциальных уравнений:

$$\dot{\mathbf{x}}_k = \mathbf{F}_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{z}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{v}_k, t), \mathbf{x}_k(0) = \mathbf{x}_{k,0} \quad (1)$$

Результат измерений можно описать равенством вида $\mathbf{y}_k = \mathbf{G}_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{z}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{v}_k, t)$

Задача состоит в нахождении оптимальных управляющих воздействий $\mathbf{u}_k(\mathbf{y}_k, \mathbf{v}_k, t)$ на данном уровне и оптимальных управляющих воздействий на уровни, лежащие вниз по иерархии, вектор таких воздействий обозначим $\tilde{\mathbf{v}}_k(\mathbf{y}_k, \mathbf{z}_k, t)$.

Оптимальность понимается как нахождения фронта Парето для минимизации каждой компоненты векторного функционала $\mathbf{H}_k(\mathbf{y}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{v}_k, t)$.

Сформулированная выше математическая модель может считаться цифровым двойником объекта управления на каждом уровне, но работа с ним приводит к существенным трудностям. Применение традиционного подхода приводит к необходимости постоянного численного решения задачи (1) с одновременной оптимизацией функционала $\mathbf{H}_k(\mathbf{y}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{v}_k, t)$. При этом надо иметь в виду возможность уточнения функций \mathbf{F}_k и \mathbf{G}_k по результатам наблюдений за объектом. Такой подход требует нерационально больших вычислительных ресурсов. Мы предлагаем перейти от системы (1) к функциональной модели, которую можно использовать для решения задачи оптимизации. Он состоит в переходе от уравнения (1) к зависимости в виде функции $\mathbf{x}_k = \mathbf{X}_k(\mathbf{z}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{v}_k, t)$. Эта модель должна достаточно точно соответствовать уравнению (1), начальному условию (1) и результатам измерений. Соответствие результатам измерений может быть охарактеризовано функционалом

$$J_1 = \sum_{j=1}^N \left\| \mathbf{y}_k(t_j) - \mathbf{G}_k(\mathbf{X}_k(t_j), \mathbf{z}_k(t_j), \mathbf{u}_k(t_j), \mathbf{v}_k(t_j), t_j) \right\|^2,$$

где $\mathbf{X}_k(t_k) = \mathbf{X}_k(\mathbf{z}_k(t_k), \mathbf{u}_k(t_k), \mathbf{v}_k(t_k), t_k)$.

Соответствие начальному условию может быть охарактеризовано функционалом

$$J_2 = \left\| \mathbf{X}_k(0) - \mathbf{x}_{k,0} \right\|^2, \text{ где } \mathbf{X}_k(0) = \mathbf{X}_k(\mathbf{z}_k(0), \mathbf{u}_k(0), \mathbf{v}_k(0), 0).$$

Соответствие дифференциальному уравнению может быть охарактеризовано функционалом $J_3 = \sum_{j=1}^N \left\| \dot{\mathbf{X}}_k(t_j) - \mathbf{F}_k(\mathbf{X}_k(t_j), \mathbf{z}_k(t_j), \mathbf{u}_k(t_j), \mathbf{v}_k(t_j), t_j) \right\|^2$.

Так как предполагается параллельное функционирование всех уровней иерархии, алгоритмы оптимизации на различных уровнях должны функционировать параллельно. При этом критерии на нижнем уровне $\mathbf{H}_k(\mathbf{y}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{v}_k, t)$ могут меняться в соответствии с изменениями на верхних уровнях, что характеризуется присутствием вектора \mathbf{V}_k .

ЛИТЕРАТУРА

1. Васильев А. Н. Нейросетевое моделирование. Принципы. Алгоритмы. Приложения/ А.Н. Васильев, Д.А. Тархов. - СПб.: Изд-во Политехн. ун-таСПбГПУ, 2009. - 528 с.
2. Lazovskaya T., Malykhina G., Tarkhov D. Physics-based neural network methods for solving parameterized singular perturbation problem // *Computation*. – 2021. - Vol. 97. - № 9. – P. 1-26.
3. Васильев А. Н., Гороховская В. А., Корчагин А. П., Лазовская Т. В., Тархов Д. А., Чернуха Д. А. Исследование прогностических возможностей многослойной нейроморфной модели, управляемой данными, на примере осциллятора Дуффинга // *Современные информационные технологии и ИТ-образование* – 2021. – Т. 17. - № 3. – P. 625-632.
3. Lazovskaya, T.; Malykhina, G.; Tarkhov, D. Construction of an Individual Model of the Deflection of a PVC-Specimen Based on a Differential Equation and Measurement Data // *In Proceedings of the 2020 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon)*. - 2020, Vladivostok, Russia, 6–9 October 2020. - Vol. 663. - № 23. – P. 1-18.
4. Ащеулов А.В. Гидравлические приводы разводных мостов раскрывающегося типа: состояние вопроса, основы расчета и конструирования / А. В. Ащеулов, А. А. Белов, В. И. Ванинов. - СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2004 - 144 с.
5. Негомедзянова А. А. О конструкции разводных мостов / А. А. Негомедзянова, И. Г. Овчинников // *Вестник евразийской науки*. — 2023. — Т. 15. — № 2. — P. 1-9.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ СОСТАВНЫХ БЛОКОВ СЛОЖНЫХ
ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЙРОСЕТЕВОГО ПОДХОДА

Введение. В последние годы нейронные сети широко используются в разных сферах инженерной направленности. Применение нейросетевых методов может быть особенно полезно для моделирования сложных динамических систем, состоящих из множества механизмов и блоков. В данной работе нейросетевой подход применяется к модели асинхронного электродвигателя АИР56А2, который может являться частью комплексной системы, например, такой как разводной мост. Моделирование электродвигателя представляет научный интерес для исследования с помощью нейронных сетей благодаря своему включению во множество динамических систем и процессов.

Цель работы. Исследование эффективности применения многослойных нейросетевых методов на примере электродвигателя.

Рассмотрим дифференциальное уравнение, описывающее динамику электродвигателя, входящего в состав гидропривода разводного моста [1]:

$$J\dot{\omega} = M_{\phi} - (M_n + M_y), \quad (1)$$

где J – приведенный момент инерции вращающихся масс электродвигателя, муфты и насосов; M_{ϕ} – движущий крутящий момент электродвигателя; M_n, M_y – крутящие моменты на валах насоса и насоса управления, соединенные с двигателем. В данной работе они принимаются за константы.

За начальные условия принимается, что при $t=0$ $\omega = \omega_0$, где ω_0 – угловая скорость двигателя, равная минимальному значению устойчивой скорости при запуске.

Первый шаг включает в себя аппроксимацию механической характеристики двигателя. Механической характеристикой электродвигателя называется зависимость его частоты вращения от развиваемого им момента. Обычно для ее аппроксимации выбирается парабола с неизвестными коэффициентами:

$$M_{\phi} = a\omega^2 + b\omega + c, \quad \omega_1 < \omega < \omega_2.$$

Для проведения численного эксперимента были использованы экспериментальные значения движущего момента от частоты вращения для двигателя модели АИР56А2. Для вычисления коэффициентов был использован статистический метод МНК (метод наименьших квадратов). По результатам вычислений было показано, что аппроксимация параболой не позволяет точно описать поведение кривой механической характеристики [2].

Механическая характеристика электродвигателя, входящая в правую часть дифференциального уравнения, более точно приближается с помощью нейросетевой аппроксимации. В рассматриваемой нами постановке задачи оптимально оказалось использовать нейронную сеть типа персептрон с одним скрытым слоем [3,4]. Таким образом, в качестве нейросетевой аппроксимации кривой функции механической характеристики мы получим функцию вида:

$$U_2(\omega) = \sum_{i=1}^n c_i \tanh(a_i(\omega - b_i)),$$

^(*) М.Д. Закирова, maria.za.04@mail.ru

полученную в результате обучения нейронной сети типа персептрон с одним скрытым слоем с количеством нейронов $n = 2$ (рис.1).

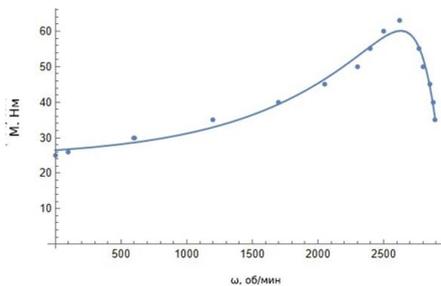


Рис. 1. Нейросетевая аппроксимация механической характеристики электродвигателя

Данная функция подставляется в правую часть дифференциального уравнения (1).

Для построения функционального решения дифференциального уравнения были использованы многослойные функциональные приближения на основе численных методов [5,6]. В результате получается многослойная нейросетевая модель без применения трудоемкой процедуры обучения. В данной работе сравниваются четыре модели. На первом слое используются явные методы, такие как метод Хойна и метод Эйлера. На остальных слоях – методы, в которых строится зависимость решения от решений в предыдущих точках - метод Штермера и метод Нистрема (рис. 2). Решение уравнения сравнивалось со встроенным решением пакета Математика. Если ошибка модели превышала заданное значение h , то формирование модели перезапускалось.

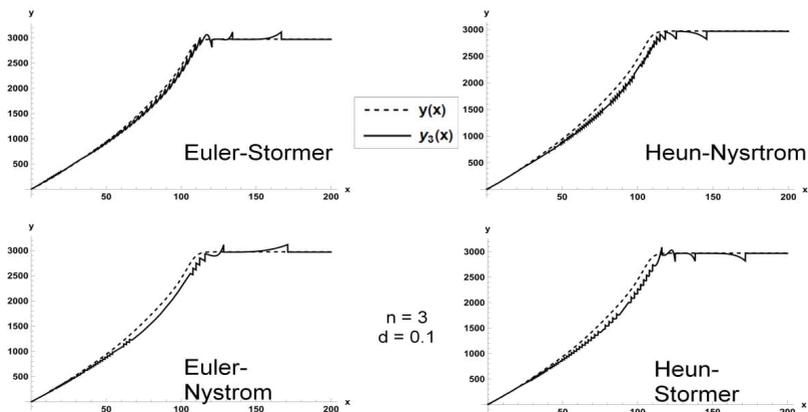


Рис. 2. Результаты решения дифференциального уравнения с нейросетевой функцией с помощью многослойных нейросетевых методов с количеством слоев $n = 3$ и предельной ошибкой прогноза $h = 0.05$

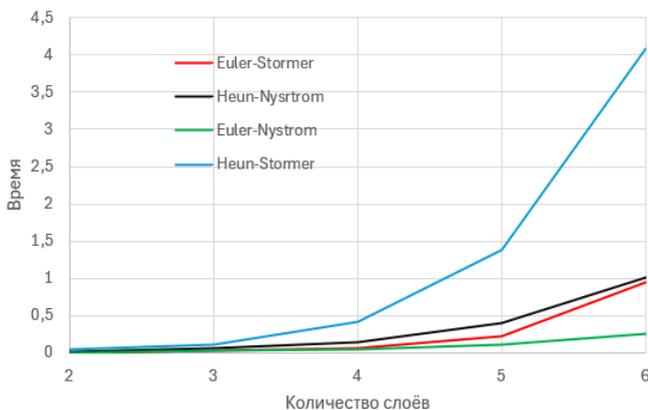


Рис. 3. Сравнение многослойных нейросетевых методов

При сравнении моделей рассматривалось время вычислений в зависимости от количества слоёв. Меньше всего времени понадобилось для вычисления с применением исправленного метода Эйлера на первом слое и метода Нистрема на остальных. Самой медленной является модель с применением метода Хойна на первом слое и Штермера на остальных (рис. 3).

ЛИТЕРАТУРА

1. Ащеулов А.В., Белов А.А., Ванинов В.И. Гидравлические приводы разводных мостов раскрывающегося типа. Состояние вопроса, основы расчета и конструирования.- СПб: Изд-во СПбГПУ, 2004.- 82 с.
2. Zakirova Maria Denisovna et al. Аппроксимация нелинейной зависимости механической характеристики электродвигателя с помощью нейросетевого метода. Современные информационные технологии и ИТ-образование, [S.l.], v. 20, n. 2, July 2024. ISSN 2411-1473.
3. Гафаров Ф.М., Галимянов А.Ф. Искусственные нейронные сети и приложения: учеб. пособие. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2018. – 121 с.
4. Васильев А.Н., Тархов Д.А. Нейросетевое моделирование. Принципы. Алгоритмы. Приложения. - СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2009. - 328 с
5. Lazovskaya, T.; Tarkhov, D. Multilayer neural network models based on grid methods. InIOP Conference Series: Materials Science and Engineering; IOP Publishing: Bristol, UK, 2016;https://doi.org/10.1088/1757-899X/158/1/012061.
6. Васильев А. Н., Гороховская В. А., Корчагин А. П., Лазовская Т. В., Тархов Д. А., Чернуха Д. А. Исследование прогностических возможностей многослойной нейроморфной модели, управляемой данными, на примере осциллятора Дуффинга // Современные информационные технологии и ИТ-образование – 2021. – Т. 17. - № 3. – Р. 625-632.

ПРИМЕР СВЕРХПРОГНОСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МЕТОДА ЭЙЛЕРА

Введение. В настоящее время для предсказания свойств и поведения реального объекта широко используются математические модели, обычно имеющие вид системы дифференциальных уравнений с дополнительными условиями (начальными, граничными). Однако, в процессе функционирования свойства объекта могут изменяться, в связи с этим возникает вопрос о соответствующем изменении математической модели, описывающей объект. В данной работе приведен пример применения метода, способной преодолеть эту проблему. В основе метода лежит многослойная модель, построенная на основе применения формул классических численных методов к интервалу переменной длины [1,2].

Цель работы. Демонстрация сверхпрогностических свойств нашей непрерывной модификации метода Эйлера в результате его применения к решению дифференциального уравнения, описывающего объект.

Предположим, что некоторый объект промоделирован задачей Коши:

$$y' = ay, \quad y(0) = 1 \quad (1)$$

Пусть эта модель не точная, на самом деле объект ведет себя в соответствии с моделью:

$$y' = by, \quad y(0) = 1 \quad (2)$$

Обычной является ситуация, в которой относительно модели (2) знаем только несколько точек наблюдений. Предположим, что, помимо уравнения и начального условия (1) вместо (2), мы имеем единственную дополнительную точку (3)

$$y(1) = e^b \quad (3)$$

Очевидно, что подбором параметра в (1) можно получить точное решение, проходящее через эту точку. Усложним задачу, считая, что у нас нет иной информации кроме противоречивых условий (1) и (3), т.е. мы не можем считать, что наш объект удовлетворяет уравнению (1), но с другим параметром.

Применим к (1) непрерывную модификацию явного метода Эйлера

$$y_{k+1}(x) = y_k(x) + ah(x)y_k(x)$$

Если стартовая точка x_0 , то $h(x) = \frac{x-x_0}{n}$, где n – число шагов метода.

В качестве искомого приближенного решения используем $y_n(x) = (1 + ah(x))^n y_0$. Из условия $y_n(0) = 1$ получаем $y_0 = (1 + ah(0))^{-n}$, откуда выводим выражение для $y_n(x)$

$$y_n(x) = \left(\frac{1+ah(x)}{1+ah(0)}\right)^n \quad (4)$$

x_0 найдем из условия (3) $\left(\frac{1+ah(1)}{1+ah(0)}\right)^n = e^b$. Заметим, что $h(0) = -\frac{x_0}{n}$, $h(1) = \frac{1-x_0}{n}$, откуда $\frac{\frac{a}{1-\frac{ax_0}{n}}}{1-\frac{ax_0}{n}} = e^{\frac{b}{n}} - 1$. Подставляя это выражение в (4), получаем $y_n(x) = \left(1 + \frac{\frac{ax}{1-\frac{ax_0}{n}}}{1-\frac{ax_0}{n}}\right)^n = (1 + (e^{b/n} - 1)x)^n \rightarrow e^{bx}$.

Заметим, что $x_0 = \frac{n}{a} - \frac{1}{e^{b/n} - 1} \sim n\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) \rightarrow \infty$. При этом размер шага метода не стремится к 0.

Отдельного рассмотрения требуют случаи $a = 0$ и $b = 0$. При $a = 0$ $y_{k+1}(x) = y_k(x)$, откуда $y_n(x) = y_0$, т.е. мы не получаем никакого решения, кроме константы. При $b = 0$ мы должны получить $\left(1 + \frac{a}{n-ax_0}\right)^n = 1$, что невозможно достичь никаким выбором x_0 . Однако,

^(*)В.Ю. Кожевникова, kozhevnikova.vyu@edu.spbstu.ru

при $a \neq 0$ можно выбрать x_0 так, чтобы $(1 + \frac{a}{n-ax_0})^n \rightarrow 1$, например, $x_0 = n^2$. При этом $y_n(x) = (1 + \frac{ax}{n-an^2})^n \rightarrow 1$.

Применим к (1) неявный метод Эйлера $y_{k+1}(x) = y_k(x) + ah(x)y_{k+1}(x)$, откуда

$$y_{k+1}(x) = \frac{y_k(x)}{1-ah(x)}$$

В качестве искомого приближенного решения используем $y_n(x) = (1 - ah(x))^{-n}y_0$. Из условия $y_n(0) = 1$ получаем $y_0 = (1 - ah(0))^{-n}$, откуда

$$y_n(x) = (\frac{1-ah(0)}{1-ah(x)})^n \quad (5)$$

x_0 найдем из условия (3) $(\frac{1-ah(0)}{1-ah(1)})^n = e^b$, откуда $\frac{a}{1+\frac{ax_0}{n}} = 1 - e^{-\frac{b}{n}}$. Подставляя это выражение в (5), получаем $y_n(x) = (1 - \frac{\frac{ax}{n}}{1+\frac{ax_0}{n}})^n = (1 - (1 - e^{-b/n})x)^n \rightarrow e^{bx}$.

Заметим, что $x_0 = \frac{e^{b/n}}{e^{b/n}-1} - \frac{n}{a} \sim n(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}) \rightarrow \infty$. При этом размер шага метода не стремится к 0.

Случай $a = 0$ и $b = 0$ рассматриваются аналогично явному методу Эйлера.

Представим точное решение задачи (1) и приближенные решения на графике (рис. 1).

Можно заметить, что приближенные решения отклоняются от точного в разные стороны. Возникает предположение о том, что полусумма данных приближенных решений окажется существенно более точной. Проверочный расчет это подтверждает (рис. 2).

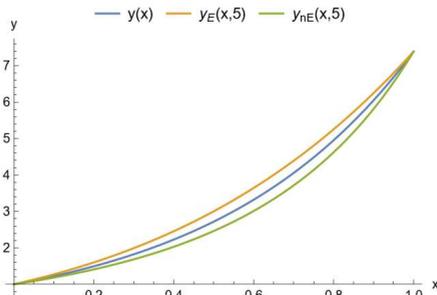


Рис. 1. Графики точного решения задачи (1) и приближенных решений, полученных с помощью 5 шагов явного и неявного метода Эйлера

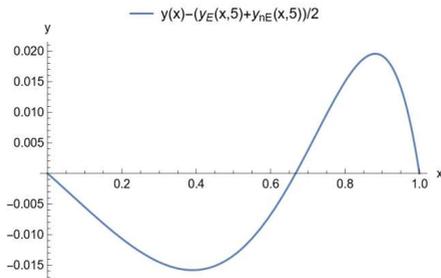


Рис. 2. График разности точного решения задачи (1) и полусуммы приближенных решений, полученных с помощью 5 шагов явного и неявного метода Эйлера

Для того чтобы подтвердить общность этого результата, изучим асимптотику найденных приближенных решений с точностью $1/n^2$.

Для явного метода Эйлера $y_n(x) = (1 + (e^{b/n} - 1)x)^n = e^{n \ln(1 + (e^{b/n} - 1)x)} \cong e^{n((e^{b/n} - 1)x - (e^{b/n} - 1)^2 x^2 / 2 + (e^{b/n} - 1)^3 x^3 / 3)}$

$$\cong e^{n\left(\frac{b}{n} + \frac{b^2}{2n^2} + \frac{b^3}{6n^3}\right)x - \frac{b^2}{2n^2}x^2 + \frac{b^3}{3n^3}x^3} = e^{bx} \frac{b^2}{2n}(x-x^2) \frac{b^3}{6n^2}(x-3x^2+2x^3)$$

Для неявного метода Эйлера аналогичные выкладки дают $y_n(x) \cong e^{bx} e^{-\frac{b^2}{2n}(x-x^2)} e^{\frac{b^3}{6n^2}(x-3x^2+2x^3)}$

Таким образом, для явного метода Эйлера и для неявного метода Эйлера ошибка имеет порядок $1/n$, а для их полусуммы $1/n^2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lazovskaya T., Tarkhov D. Multilayer neural network models, based on grid methods // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2016. С. 012061.
2. Tarkhov D., Vasilyev A. Semi-empirical Neural Network Modeling and Digital Twins Development Academic Press, Elsevier, 2019 288pp. <https://www.elsevier.com/books/semi-empirical-neural-network-modeling-and-digital-twins-development/tarkhov/978-0-12-815651-3>

УДК 004.032.26+519.63

А.П. Корчагин, Д.А. Чернуха, А.В. Ащеулов, Д.А. Тархов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ПОЛУЧЕНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ДИНАМИЧЕСКИМИ ПАРАМЕТРАМИ С ПОМОЩЬЮ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ НА ПРИМЕРЕ МОДЕЛИ КЛАПАНА ПОДПИТКИ

Введение. Современный подход к моделированию сложных объектов зачастую включает в себя использование нейронных сетей. Нейронные сети, являясь передовым методом для решения инженерных задач, способны обрабатывать большие объемы информации, поступающие от систем датчиков, выявлять и аппроксимировать нелинейные зависимости и участвовать в решении задач управления в связи с возможностью адаптировать решение к быстро изменяющимся условиям. В данной работе рассматривается возможность применения данного метода на примере широко распространенного механизма - клапана подпитки, который является составной частью многих, в том числе сложных, инженерных систем. В гидротехнических системах, где происходят быстрые изменения давления, необходимость в оперативном реагировании и устойчивом поддержании заданного уровня давления среды в гидроприводе возлагается именно на клапан подпитки.

Для получения приближенного функционального решения нелинейной системы дифференциальных уравнений, описывающих модель клапана подпитки, предлагается использовать известные формулы численных методов, применяемых к интервалу времени переменной длины. Коэффициенты уравнения в общем случае являются функциями времени и физические величины, в них входящие, в реальном объекте могут определяться системой датчиков. Величины, которые выступают в качестве неизвестных – перемещение запорного органа клапана подпитки и расход рабочей жидкости, являются ключевыми параметрами при решении задачи управления эффективным уровнем давления в системе. В качестве метода

^(*) А.П. Корчагин, alexandr.korchagin16@gmail.com

аппроксимации реальных данных используется многослойная нейронная сеть типа персептрон.

Целью работы является получение и сравнение функциональных решений системы дифференциальных уравнений многослойными методами.

Математическая модель. В данной работе рассматривалась модель клапана подпитки, описываемая уравнениями [1]:

$$\begin{cases} m\ddot{z} = S(P_{\text{п}} - P_{\text{кп}})\varphi - h\dot{z} - r \cdot \operatorname{sgn} \dot{z} - C(z_0 + z) \\ \dot{Q} = \mu \cdot \pi d \cdot z \cdot \frac{P_{\text{п}} - P_{\text{кп}}}{\rho l} \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - Q \sqrt{\frac{|P_{\text{п}} - P_{\text{кп}}| \cdot \zeta}{2\rho l^2}}, \#(1) \\ \dot{z} = \frac{Q}{S} \end{cases}$$

где μ – коэффициент расхода клапана; d – диаметр запорного органа; z – перемещение запорного органа; θ – угол конуса запорного органа; ρ – плотность рабочей жидкости; φ – коэффициент гидродинамической силы клапана; ζ – коэффициент гидравлического сопротивления; l – длина столба жидкости клапана; S – рабочие площадки клапана подпитки со стороны входа и выхода; h – коэффициент вязкого трения; r – сила сухого трения; C – жесткость пружины клапана; z_0 – предварительное поджатие пружины; m – приведенная масса запорного органа; $P_{\text{п}}$ – давление подпитки; $P_{\text{кп}}$ – давление на выходе клапана подпитки;

Упростим систему (1) до одного дифференциального уравнения. Подставляя второе и третье уравнение системы в первое, выражаем перемещение запорного органа z и подставляем его во второе уравнение.

$$\dot{Q} = \mu \cdot \pi d \cdot \frac{P_{\text{п}} - P_{\text{кп}}}{\rho l} \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \left[\frac{S \cdot (P_{\text{п}} - P_{\text{кп}}) \cdot \varphi - \frac{h}{S} \cdot Q - \frac{r}{S} - C \cdot z_0 + \frac{m}{S} Q \sqrt{\frac{|P_{\text{п}} - P_{\text{кп}}| \cdot \zeta}{2\rho l^2}}}{C + \frac{m}{S} \mu \cdot \pi d \cdot \frac{P_{\text{п}} - P_{\text{кп}}}{\rho l} \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right] - Q \sqrt{\frac{|P_{\text{п}} - P_{\text{кп}}| \cdot \zeta}{2\rho l^2}}, \#(2)$$

Методы исследования. В качестве объекта исследования был выбран клапан подпитки ALMD Alimat, входное давление которого является постоянным для поддержания определенного давления на выходе. Для выражения выходного давления клапана через его расход была применена нейросетевая аппроксимация данных, полученных из паспорта изделия [2,3]. Результат аппроксимации представлен на рис. 1.

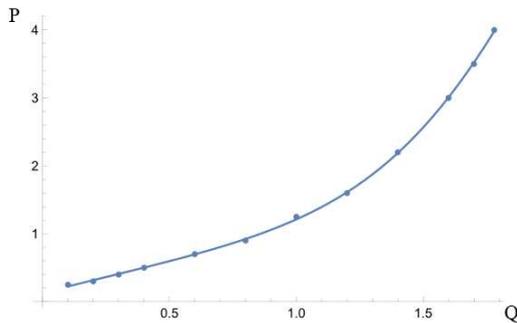


Рис. 1. Нейросетевая аппроксимация производительности клапана подпитки

Применение персептрона с одним слоем, включающим два нейрона, позволило получить аппроксимацию в виде суммы гиперболических тангенсов.

$$P(Q) = P_{\text{кп}}(Q) = \sum_{i=1}^2 c_i \tanh(a_i(Q - b_i)), \#(3)$$

Решение дифференциального уравнения относительно расхода клапана (2) строится с помощью многослойных функциональных приближений на основе численных методов. Суть подхода заключается в применении известных рекуррентных формул численного интегрирования дифференциальных уравнений к интервалу с переменным верхним пределом. В результате получается приближенное решение в виде функции от этого верхнего предела [3,4].

В данной работе рассматривались четыре многослойные модели: с использованием явного метода на первом шаге (Исправленный метод Эйлера, метод Хойна), а на остальных – методы с памятью, в которых строится зависимость решения от решений в нескольких предыдущих точках (Метод Штермера, метод Нистрема).

Результаты. В ходе работы были построены решения дифференциального уравнения многослойными методами при различных количествах слоев ($n = 1,2,3$) при шаге дискретизации $d=0.1$. Результаты использования многослойных моделей сравниваются с встроенным в математический пакет численным решением дифференциального уравнения с зависимостью выходного давления, полученной аппроксимацией сплайном. Решения выбранными методами продемонстрированы на рис. 2. По результатам построения решений самой точной оказалась модель, использующая метод Эйлера на первом шаге и метод Штермера на остальных, при всех рассмотренных случаях.

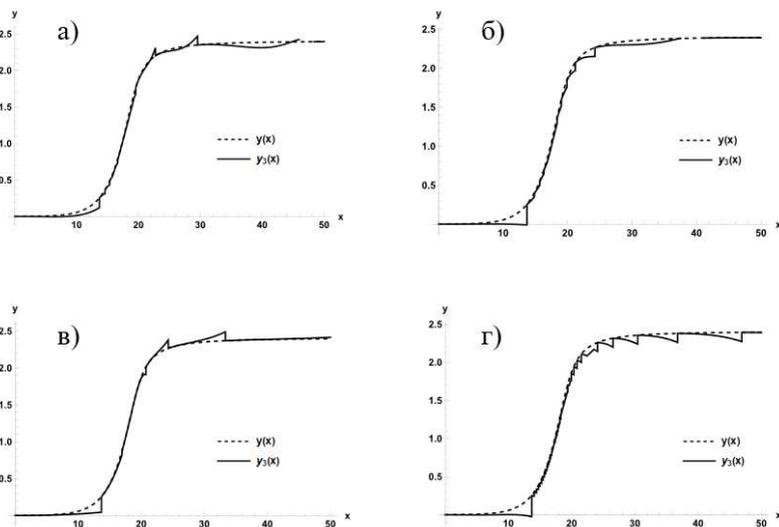


Рис. 2. Решение многослойным методом а)Эйлер–Штермер; б)Хойн–Нистрем; в)Эйлер–Нистрем; г)Хойн–Штермер с количеством слоев $n = 3$ и шагом дискретизации $d=0.1$

Заключение. В результате работы была проведена нейросетевая аппроксимация производительности (выходное давление – расход) клапана подпитки, используемая при решении дифференциального уравнения многослойными методами. Было рассмотрено 4 многослойных метода, проведено их сравнение на точность построения решения, а также выявлен лучший из них. Получено функциональное решение, которое является более удобным для дальнейших манипуляций в более сложных гидротехнических системах, описанных дифференциальными уравнениями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ащеулов А.В. Гидравлические приводы разводных мостов раскрывающегося типа. Состояние вопроса, основы расчета и конструирования / А.В. Ащеулов, А.А.Белов, В.И. Ванинов; Под общ. ред. А.В. Ащеулова.- СПб: Изд-во СПбГПУ, 2004.
2. Васильев А. Н. Нейросетевое моделирование. Принципы. Алгоритмы. Приложения / А.Н. Васильев, Д.А. Тархов. - СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2009. - 528 с.
3. Zakirova Maria Denisovna et al. Аппроксимация нелинейной зависимости механической характеристики электродвигателя с помощью нейросетевого метода. Современные информационные технологии и ИТ-образование, [S.l.], v. 20, n. 2, July 2024. ISSN 2411-1473.
4. Васильев А. Н., Гороховская В. А., Корчагин А. П., Лазовская Т. В., Тархов Д. А., Чернуха Д. А. Исследование прогностических возможностей многослойной нейроморфной модели, управляемой данными, на примере осциллятора Дуффинга // Современные информационные технологии и ИТ-образование, v. 17, n. 3, p. 625-632, 2021.

УДК 51-74

Т.В. Лазовская, В.В. Паламарчук, Е.М. Разумов, Д.А. Тархов, М.А. Чистякова
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

СРАВНЕНИЕ НЕЙРОСЕТЕВЫХ И ОСНОВАННЫХ НА АНАЛИТИЧЕСКОЙ МОДИФИКАЦИИ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ МОДЕЛЕЙ НА ПРИМЕРЕ АНАЛИЗА НЕЛИНЕЙНОГО ИЗГИБА КОНСОЛЬНОГО СТЕРЖНЯ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Математические модели позволяют исследовать многие физические процессы, объекты и их поведение. Одними из инструментов, описывающих большое количество физических явлений, являются дифференциальные уравнения. Они хорошо применимы к идеальным объектам, но в условиях реальной жизни каждый образец имеет уникальные параметры, влияющие на его поведение. Задача данной работы – применить для исследования поведения конкретного образца нейросетевую модель, а также новые модели, основанные на нашей аналитической модификации численных методов, и сравнить эти модели.

Для исследования был взят следующий физический процесс: нелинейный прогиб консольного стержня под действием распределенной нагрузки и сосредоточенной силы переменной величины на его конце. Для работы были полученные экспериментальные данные: производилось реальное нагружение консольно закрепленной полый трубки, снимались координаты, характеризующие положение точек стержня в зависимости от приложенной нагрузки. Положение трубки фиксировалось с помощью фотоаппарата. Данные, полученные из эксперимента, представляли собой 16 пар чисел (координат) для каждого приложенного веса. Для работы было выбрано 10 различных весов.

^(*) М.А. Чистякова, chistyakova.ma@edu.spbstu.ru

В качестве математической модели было выбрано дифференциальное уравнение большого прогиба стержня под действием распределенной нагрузки и сосредоточенной силы в проекцию на касательную к линии большого прогиба [1]. После преобразований оно было сведено к виду:

$$\frac{d^2\theta}{dz^2} = a(\mu - z) \cos \theta,$$

где θ – угол наклона касательной, z – безразмерная натуральная координата направления, a – параметр, характеризующий жесткость, μ – коэффициент, характеризующий нагрузку.

На первом этапе работы было построено несколько типов приближенных нейросетевых решений поставленной задачи. В качестве одного из них была взята нейронная сеть вида:

$$\theta = C_0 + \sum_{i=1}^n C_i \varphi_i(z),$$

с базисной функцией вида $\varphi_i(z) = th(a_i(z - \hat{z}_i))$. Веса этой сети подбираются, минимизируя соответствующий функционал ошибки при фиксированном значении параметра μ . Пробные точки z_j подбираются с помощью равномерного распределения внутри единичного промежутка через 5 шагов процесса нелинейной оптимизации. В работе было рассмотрено две модели этого типа – с 5 и 15 базисными функциями.

На втором этапе работы было построено и протестировано несколько новых моделей на основе аналитической модификации численных методов [2,3]. Первая модель была получена двукратным применением непрерывного метода Эйлера к дифференциальному уравнению, описывающему изгиб. Первый шаг метода Эйлера (примененного к уравнению, записанному в виде системы) запишется в виде:

$$\begin{cases} \theta_1 = \theta_0 + \frac{z}{2} v_0 \\ v_1 = v_0 + a \left(\mu - \frac{z}{2} \right) \cos \theta_0 \end{cases}.$$

На втором шаге и с использованием граничных условий получим выражение, имеющее вид:

$$\theta_2 = \theta_0 + a \cos \theta_0 \left(\frac{z\mu}{4} - \frac{\mu}{2} - \frac{z^2}{8} + \frac{3}{8} \right) z.$$

После введения нескольких обозначений получаем хорошо известную задачу линейной регрессии.

Вторая модель была получена применением на первом шаге исправленного метода Эйлера:

$$\begin{cases} \theta_1 = \theta_0 + \frac{z}{2} v_0 + \frac{z^2}{8} a \mu \cos \theta_0 \\ v_1 = v_0 - \frac{z^2}{8} a (\cos \theta_0 + \mu v_0 \sin \theta_0) \end{cases}.$$

На втором шаге применяем метод средней точки. С использованием начальных условий, получаем выражение, имеющее следующий вид:

$$\theta_2 = \theta_0 + \frac{a}{8} (\cos \theta_0 + \mu v_0 \sin \theta_0) z (3 - z^2).$$

Введя обозначения, получаем задачу линейной регрессии.

Сравнивать методы можно по нескольким аспектам. Наиболее очевидные из них – точность (определяемая среднеквадратичным отклонением), трудоемкость (определяемая временем, затрачиваемым на выполнение программы) и стабильность.

Все четыре способа (нейросетевая модель с 5 и 15 базисными функциями и две модели на основе модификаций численных методов) дают достаточно точное приближение – порядок отклонения составляет 10^{-2} . Из табл. 1 видно, что наиболее точными оказались вторая модель на основе модификаций численных методов и нейросетевая модель с 5 базисными функциями. Средние значения их среднеквадратичного отклонения составили 0,011375 и 0,011416. Наименее точен из всех представленных методов нейросетевой метод с 15 базисными функциями, что говорит о недостаточном обучении.

Табл. 1. Средние значения среднеквадратичных отклонений для приложенных весов, полученные с использованием четырех моделей

Вес, г	Нейросетевой метод, 5 функций	Нейросетевой метод, 15 функций	Модификация численных методов 1	Модификация численных методов 2
380	0,00655	0,010529	0,010213	0,007349
428	0,011824	0,014244	0,011875	0,009971
513	0,005263	0,015002	0,007613	0,005603
878	0,009863	0,017472	0,012381	0,010813
1183	0,015046	0,024153	0,015339	0,014667
1364	0,010711	0,023196	0,013299	0,011170
1729	0,013708	0,019235	0,015158	0,013276
1884	0,01426	0,017859	0,013071	0,013258
2064	0,007535	0,02072	0,010767	0,008258
3700	0,019403	0,02101	0,019914	0,019389
Среднее	0,011416	0,018342	0,012963	0,011375

Время, затрачиваемое на работу программ с нейросетевыми моделями, было значительно больше, чем на работу модификации численных методов. На одну итерацию (из 600) в программе с нейросетевым методом с 5 базисными функциями требовалось в среднем 1,2 с; на одну итерацию (из 300) для метода с 15 функциями требовалось около 15 секунд. Результат при работе программ с моделями, основанными на модификации численных методов, получался практически мгновенно.

Нейросетевые методы, как это свойственно нейронным сетям, достаточно нестабильны. В среднем в результате 5 запусков одной и той же программы один из них расходился. Значения среднеквадратичных отклонений в безошибочных запусках отличаются от усредненного на 10^{-3} . Модели, полученные на основе модификации численных методов, проще, чем нейросетевые, поэтому они стабильнее. Результат получается мгновенно, среднеквадратичное отклонение от запуска к запуску не отличается.

В дальнейшем планируется проверить возможность адаптации построенных сетей при изменении нагрузки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Захаров Ю.В., Охоткин К.Г., Скоробогатов А.Д. Нелинейный изгиб консоли распределенной нагрузкой // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета имени академика М.Ф.Решетнева. – 2006. – № 4(11). – с. 21 – 24.
2. Tarkhov, D., Vasilyev, A., Semi-Empirical Neural Network Modeling and Digital Twins Development. – Academic Press: Cambridge, MA, USA, 2020. – 288 p.
3. Lazovskaya T., Tarkhov D. В Multilayer neural network models, based on grid methods / IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, volume 158, 11th International Conference on "Mesh methods for boundary-value problems and applications" 20–25 October 2016, Kazan, Russia. – IOP Publishing. – <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/158/1/012061>

ПРОЯВЛЕНИЕ ЭФФЕКТА НЕЛИНЕЙНОЙ СУПРАТРАНСМИССИИ В БИАТОМНОМ МОДЕЛЬНОМ КРИСТАЛЛЕ СТЕХИОМЕТРИИ АЗВ

Нелинейные дискретные структуры представляют собой комплексные физические феномены, которые возникают в результате взаимодействия частиц в системе и ее геометрических свойств. Это взаимодействие порождает синергетические эффекты, включающие в себя явления локализации и транспортировки энергии, в том числе через механизм нелинейной супратрансмиссии (НСТ). Данный эффект, впервые представленный в работе в 2002 году [1], характеризуется передачей энергии на частотах, отличных от спектральных характеристик самой системы. Исследования, проведенные в области графена [2], также показывают, что порог НСТ может быть необязательным и приводить к явлению инфратрансмиссии. Механизм НСТ обусловлен нелинейностью взаимодействием атомов и проявляется в различных физических системах, включая механические, теоретические, а также компьютерные (физические) модели.

Основное внимание в научных исследованиях сосредоточено на области математической физики, в частности на точных решениях дифференциальных уравнений, таких как уравнение Шредингера. Это приводит к усложнению моделей физических систем и затруднению их аналитического анализа и прогнозирования явлений нелинейной супратрансмиссии (НСТ). Однако, новые исследования [3, 4] представляют асимптотические подходы, которые позволяют определить порог НСТ в неинтегрируемых системах и изучить свойства супратрансмиссии и солитонов. Другие работы, например, [5], предлагают методы для создания и анализа динамики оптических солитонов. В работе [6] был впервые продемонстрирован порог сверхпропускания для дискретного уравнения Шредингера, описывающего массивы оптических волноводов. Возможное применение НСТ также рассматривается с практической точки зрения, включая идею создания теплового насоса, предложенную в [7]. Недавние исследования также выявляют возможность создания устройств генерации солитонов. Общий вектор исследований свидетельствует о растущем интересе и практической значимости эффекта НСТ.

Молекулярная динамика представляет собой мощный инструмент в достижении целей физических исследований. Этот метод доказал свою эффективность и надежность в анализе вопросов, связанных с локализацией энергии в различных системах. Применение молекулярной динамики позволяет детально исследовать многочисленные нелинейные эффекты в реалистичных физических структурах, включая кристаллические решетки металлов и сплавов. В данном исследовании рассматривается потенциал, полученный с помощью метода погруженного атома. При заданных потенциалах полная энергия E кристалла может быть выражена следующим образом:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i,j, i \neq j} \Phi_{ij}(r_{ij}) + \sum_i F_i(\rho_i) \quad (1)$$

где Φ_{ij} представляет собой взаимную энергию между атомами i и j , отделенными друг от друга расстоянием r_{ij} , F_i – это энергия внедрения, связанная с атомом i , находящимся в локальной окрестности с электронной плотностью ρ_i . Плотность электронов может быть вычислена с использованием формулы $\rho_i = \sum_{j \neq i} f_j(r_{ij})$, где $f_j(r_{ij})$ – плотность электронов в

^(*) А.С. Кочкин, andre211@mail.ru

области атома i , находящегося на расстоянии r_{ij} от атома j . В исследовании использовался потенциал ЕАМ для Pt_3Al , разработанный согласно методике Чжоу [8].

Компьютерные эксперименты проводились по методике, описанной в работах [9, 10]. Проведем анализ нелинейного эффекта супратрансмиссии в зависимости от ориентации кристаллической решетки. Модели кристаллов были представлены в виде вытянутых параллелепипедов вдоль осей x и y , с размерами до 100 \AA и вдоль оси z – до $3,5 \cdot 10^3 \text{ \AA}$. В ходе моделирования расчетная область была разделена на сегменты: первая часть включала атомные слои с гармоническими колебаниями, в то время как остальная часть использовалась для анализа распространения энергии. Были проведены расчеты для исследования частот в запрещенном спектре от 5,9 до 8,5 ТГц, при изменении амплитуды. Процедуры минимизации и релаксации модели проводились для уменьшения начальных напряжений, а моделирование с изменением частот и амплитуд осуществлялось для различных направлений при начальной температуре 0 К и давлении 0 бар с использованием шага интегрирования 0,3 фс с ансамблем NVE. Расчеты были выполнены с использованием программного пакета LAMMPS.

Инициирование нелинейной супратрансмиссии (НСТ) в стандартной гармонической возбужденной поверхности кристалла связано с возникновением высокоамплитудных нелинейных мод в области, подверженной воздействию возбуждения. Предыдущие исследования [1, 9, 11-13] подчеркивают важность анизотропии кристаллической структуры для параметров этих возбужденных мод. Например, установлено, что для кристалла стехиометрии A_3B благоприятные структурные ориентации (100) способствуют существованию дискретных бризеров, особенно под воздействием внешнего возбуждения, что способствует инициации НСТ.

Исследования показали, что нелинейные моды активно возбуждаются при ориентациях кристалла (100), (110) и (111) на частотах, близких к оптической ветви, соответствующей частотам бризеров в диапазоне 7,84-8,31 ТГц [9]. Подробный анализ распространения волн вдоль плоскости (111) показывает неравномерное распределение энергии между подрешетками, вызванное различием массы компонентов сплава. Волновые профили в подрешетках оказываются различными, с волной в подрешетке Al , предшествующей волне в подрешетке Pt из-за возбуждения дискретными бризерами вблизи зоны удара. Локализация энергии на атомах в дискретных бризерах, состоящих из легких атомов, таких как Al , приводит к передаче энергии в подрешетку Al и затем к передаче атомам Pt .

Обнаружено, что наиболее эффективными для передачи энергии в механизме нелинейной супратрансмиссии (НСТ) являются кристаллографические направления с наибольшей плотностью упаковки. Важность кристаллографических рядов, состоящих из двух типов атомов и окруженных однотипными рядами, подтверждается. Особенно высокую эффективность в этом отношении демонстрирует плоскость (110). В то время как плоскость (111) проявляет меньшую интенсивность из-за смещения атомов в подрешетках. Направление вдоль плоскости (100) порождает волны с более низкой интенсивностью, но включает в себя большее количество атомов. Профили волн НСТ изменяются в зависимости от направлений, однако была выявлена общая функция, описывающая все плоскости волнового движения. Полученные результаты согласуются с предыдущими исследованиями для кристалла Pt_3Al , что подчеркивает значимость кристаллической анизотропии и может способствовать разработке новых технологий в областях связи, хранения данных и усиления сигналов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Geniet F., Leon J. Energy transmission in the forbidden band gap of a nonlinear chain // Physical Review Letters. – 2002. – Vol. 89, no. 13. – 134102. – P. 1341021-1341024.

2. Evazzade I., Lobzenko I.P., Korznikova E.A., Ovid'ko I.A., Roknabadi M.R., Dmitriev S.V. Energy transfer in strained graphene assisted by discrete breathers excited by external ac driving // *Physical Review B*. – 2017. – V. 95, no. 3. – P. 035423.
3. Anghel-Vasilescu P., Dorignac J., Geniet F., Leon J., Taki M. Nonlinear supratransmission in multicomponent systems // *Physical Review Letters*. – 2010. – Vol. 105, no. 7. – 074101.
4. Anghel-Vasilescu P., Dorignac J., Geniet F., Leon J., Taki A. Generation and dynamics of quadratic birefringent spatial gap solitons // *Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics*. – 2011. – Vol. 834. – 043836.
5. Yu G., Wang X., Tao Z. Resonant emission of solitons from impurity-induced localized waves in nonlinear lattices // *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*. – 2011. – Vol. 83, no. 2. – 026605.
6. Togueu Motcheyo A.B., Tchingang Tchameu J.D., Siewe Siewe M., Tchawoua C. Homoclinic nonlinear band gap transmission threshold in discrete optical waveguide arrays // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. – 2017. – Vol. 50. – P. 29-34.
7. Ai B.-Q., He D., Hu B. Heat conduction in driven Frenkel-Kontorova lattices: Thermal pumping and resonance // *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*. – 2010. – Vol. 81, no. 031124.
8. Zhou X.W., Johnson R.A., Wadley H.N.G. Misfit-energy-increasing dislocations in vapor-deposited CoFe/NiFe multilayers // *Physical Review B*. 2004. V. 69. P. 144113.
9. Zakharov P.V., Dmitriev S.V., Korznikova E.A. Molecular dynamic analysis of energy transport in a Pt3Al crystal under the impact in the spectrum gap frequency // *Letters on Materials*. – 2021. – Vol. 11, no. 3. – P. 338-344.
10. Fu C.L., Yoo M.H. Electronic structure and mechanical behavior of transition-metal aluminides: a first-principles total-energy investigation // *Materials Chemistry Physics*. 1992. V. 32. P. 25-36.
11. Caputo J.-G., Leon J. Spire Nonlinear energy transmission in the gap // *Phys. Lett. A*. – 2001. – Vol. 283. – P. 129-135.
12. Zakharov P. V. The effect of nonlinear supratransmission in discrete structures: a review // *Computer Research and Modeling*. – 2023. – Vol. 15. – № 3. – P. 599-617.
13. Zakharov P. V., Korznikova E. A., Izosimov A. A., Kochkin A. S. The Influence of Crystal Anisotropy on the Characteristics of Solitary Waves in the Nonlinear Supratransmission Effect: Molecular Dynamic Modeling // *Computation*. – 2023. – Vol. 11. – № 10. – P. 193.

УДК 519.816

М.И. Дмитриев, В.О. Кузнецова, В.В. Гарбарук

Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I^(*)

ОЦЕНКА РИСКОВ КОЛЛЕКТИВНЫХ РЕШЕНИЙ

В процессе управления каждое решение может иметь как положительные, так и отрицательные последствия для предприятия. Сложность объектов управления, а также изменяющиеся внешние условия, не позволяют определенно предсказать эффективность реализации выбранных мероприятий. В этой ситуации процесс принятия решения сопряжен с определенным риском [1, 2]. В качестве числовой характеристики риска можно принять вероятность того, что принятое решение приведет к негативным (т.е. не согласующимся с поставленной с целью) последствиям [3].

Компетентность лица, принимающего решение (ЛПР), определяется вероятностью p принятия им правильного решения. Величину p можно оценить статистически по ранее принятым решениям. Тогда $(1 - p)$ – это риск ошибки ЛПР. Иногда решение принимается по результатам голосования на совещании группы специалистов, которые называют научно-

^(*) В.В. Гарбарук, garbaruk@pgups.ru

техническим советом, экспертной группой, медицинским консилиумом и т.п. В данной работе оценивается риск подобного коллективного решения.

Рассмотрим простейшую схему принятия коллективного решения на совещании: в голосовании участвует нечетное число участников n , каждый участник обязательно голосует и принимает правильное решение с вероятностью p . Коллективное решение считается принятым, если за него проголосовало большинство голосующих. Величина $m = (n - 1)/2$ задает максимальное количество участников совещания, которые могут проголосовать правильно, но при этом будет принято неверное коллективное решение. При сделанных предположениях процесс принятия решений укладывается в схему Бернулли [4].

Пусть P – вероятность принятия правильного коллективного решения. Количественной оценкой риска неверного коллективного решения будет сумма вероятностей всех случаев, когда верно голосуют не более участников совещания.

$$1 - P = \sum_{k=0}^m C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, \quad (1)$$

где C_n^k – число сочетаний из n по k .

Из формулы (1) следует, что принятие правильного решения на совещании зависит как от уровня компетентности p членов совещания, так и от численности группы n .

Табл. 1. Оценка риска коллективного решения при различных значениях p и n

$p \backslash n$	3	5	7	9	11	13
0,55	0,430	0,410	0,390	0,380	0,370	0,360
0,6	0,360	0,320	0,290	0,270	0,250	0,230
0,65	0,280	0,240	0,200	0,170	0,150	0,130
0,7	0,220	0,160	0,130	0,099	0,078	0,062
0,75	0,160	0,100	0,071	0,049	0,034	0,024
0,8	0,110	0,058	0,033	0,020	0,012	0,007
0,85	0,061	0,027	0,010	0,006	0,003	0,001

В табл. 1 показаны вероятности ошибочного решения, вычисленные по формуле (1) при различных значениях p и n . Снижение значения коллективного риска достигается как увеличением количества голосующих n , так и увеличением вероятности p принятия членами совета правильного решения, т.е. повышением уровня их компетентности.

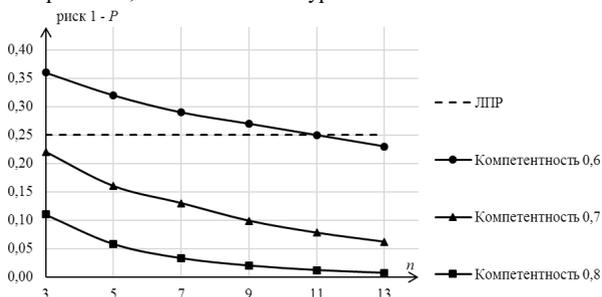


Рис. 1. Влияние количества голосующих n на коллективный риск

Выгодно ли ЛПР передавать право принятия решения коллективному органу? Если вероятность правильного решения руководителя не превышает уровень компетентности голосующих, то коллективное решение всегда лучше единоличного. Если руководитель

лучше знает возможные последствия ошибочного решения, т. е. уровень его компетентности выше, чем у других участников совещания, то следует учесть количество голосующих. Пусть руководитель (ЛПР) в среднем принимает неверные решения в одном случае из четырех. Риск его ошибочного решения равен 0,25, уровень компетентности $p_0 = 0,75$. На рис. 1 пунктирная линия соответствует вероятности ошибки ЛПР, сплошные линии показывают риски коллективных решений при разном количестве голосующих. До значения аргумента $n = 11$ кривая, соответствующая уровню компетентности $p = 0,6$, расположена выше пунктирной линии. Это означает, что риск единоличного решения меньше коллективного. Для того чтобы коллективное решение при уровне компетентности голосующих 0,6 стало предпочтительней мнения ЛПР, в совещании должно участвовать более одиннадцати человек.

ЛИТЕРАТУРА

1. Антонов Г.Д., Тумин О.П., Иванова В.М. Управление рисками организации: Учебник. – М., Изд-во Инфра-М, 2023. – 159 с.
2. Демин Г.А. Методы принятия управленческих решений: учеб. пособие. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.psu.ru/files/docs/science/books/uchebnie-posobiya/demin-metody-prinyatiya-upravlencheskikh-reshenij.pdf> (дата обращения: 08.02.2024).
3. Слесарев, Д.Ю. Оценка риска и теория принятия решений: учебное. пособие. – Тольятти, Изд-во ТГУ, 2012. – 83 с.
4. Силкина Г.Ю. Теория принятия решений и управление рисками. Модели конфликтов, неопределенности, риска: Учебное пособие. – СПб, Изд-во СПбГПУ, 2003. – 74 с.
5. Мурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов. – Изд.12-е. – Москва, Изд-во Юрайт, 2024. – 479 с.

УДК 539.219

Е.А. Майфот, А.С. Нарсеев, П.В. Захаров
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

МОЛЕКУЛЯРНО-ДИНАМИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛАВЛЕНИЯ НАНОЧАСТИЦ ИНТЕРМЕТАЛЛИДА NI-AL

Активное применение аддитивных технологий в науке и технике привело к лавинообразному росту исследований в этой области, в том числе в порошковой металлургии. Механизмы плавления и спекания наночастиц подверглись пристальному исследованию. Несмотря на это, имеется еще множество фундаментальных вопросов, связанных с влиянием размера наночастиц, ролью анизотропии кристаллов и дефектов в них на процессы плавления и спекания.

В качестве объектов чаще при исследовании температур плавления наночастиц выступают наночастицы следующих видов: ядро-оболочка и не имеющие упорядоченной кристаллической структуры, либо насыщенные дефектами [1-4]. Такие модели наночастиц приближены к реальным и во многом обеспечивают надлежащее соответствие экспериментальным данным. В тоже время с фундаментальной точки зрения важным являются процессы, происходящие при формировании таких частиц, а без изучения изменений структуры идеальных кристаллов такие механизмы не раскрыть.

В работе методом молекулярной динамики исследуются особенности плавления наночастиц интерметаллического соединения Ni-Al с идеальными кристаллическими

^(*) Е.А. Майфот, k.mayfot@mail.ru

решетками. Основное внимание уделено размерному фактору наночастиц, выраженному через число координационных сфер. Размер наночастиц варьировался от 10 до 40 координационных сфер, что составило от 137 до 1363 атомов в частице (рис. 1). Для частиц менее 600-700 атомов сложно говорить в принципе о температуре плавления [5], однако, ввиду идеальной кристаллической решетки, имеет смысл отследить тенденцию и для таких малых размеров кристаллов.

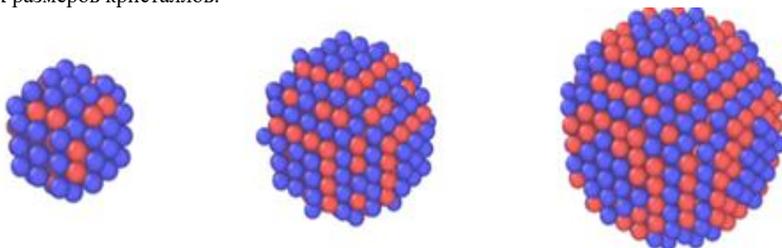


Рис. 1. Модели наночастиц NiAl с идеальными кристаллическими решетками, содержащих 137 и 1363 атомов

Для создания модели использовался программный продукт LAMMPS [6], позволяющий проводить моделирование процессов плавления в рамках базовых своих функций. Создавалась идеальная кристаллическая структура в форме параллелепипеда для структуры NiAl с кубической структурой *mp-1487*. Далее из структуры вырезалась частица сферической формы, более подробно процесс создания таких частиц в LAMMPS описан в работе [7].

Для описания межатомного взаимодействия применялся потенциал, полученный методом погруженного атома. Такие потенциалы позволяют учесть поверхностные эффекты и корректно описать процессы в широком диапазоне температур. Полная энергия E кристалла может быть выражена как $E = \frac{1}{2} \sum_{i,j,i \neq j} \varphi_{ij}(r_{ij}) + \sum_i F_i(\rho_i)$, где φ_{ij} представляет парную энергию между атомами i и j , отделенными друг от друга расстоянием r_{ij} , а F_i – энергия вложения, связанная с вложенным атомом i в локальном местоположении с электронной плотностью ρ_i . Электронную плотность можно рассчитать по формуле $\rho_i = \sum_{j,j \neq i} f_j(r_{ij})$, где $f_j(r_{ij})$ – электронная плотность на участке атома i , находящегося на расстоянии r_{ij} от атома j [9].

Процесс плавления наночастиц осуществлялся в рамках ансамбля *nve*. На каждом этапе происходил контроль и фиксация термодинамических параметров системы. Традиционно температура плавления определяется по скачкообразному изменению внутренней энергии. Этот метод хорошо работает в макромасштабах и сходится с теоретическими расчетами и экспериментальными. В свою очередь, при существенном вкладе поверхности в эти процессы мы наблюдаем некоторое размытие температуры фазового перехода, как обсуждалось, например, в работах [10-14]. Ширина размытия уменьшается с увеличением размеров наночастиц, что свидетельствует о стремлении температуры плавления наночастиц к температуре плавления макромасштабных образцов. В данном случае мы определяли температуру плавления как температуру, соответствующую середине температурной области фазового перехода (рис. 2). Важно отметить, что для начального этапа нагрева наночастиц на графиках рис. 2 видно, что происходит первоначальная просадка по энергии, это вызвано перераспределением атомов вдоль поверхности частиц. Чем меньше частица, тем более заметен данный эффект. Так же на это влияет начальная конфигурация атомов на поверхности.

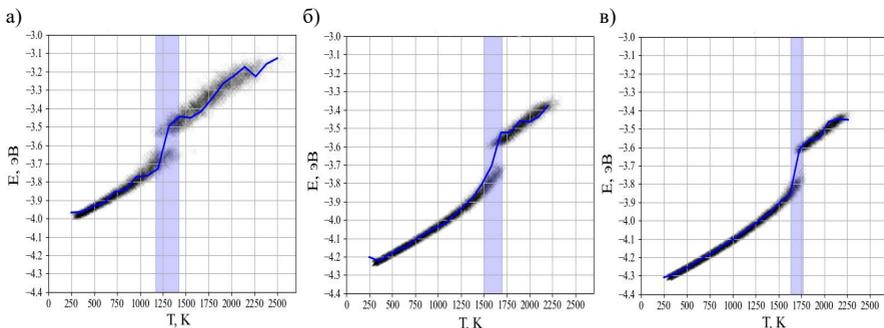


Рис. 2. Зависимость энергии, приходящейся на атом от температуры:

- а) наночастица 10 координационных сфер, б) наночастица 25 координационных сфер, в) наночастица 40 координационных сфер

Температура плавления алюмината никеля по справочным данным оценивается в 1900 К [15]. Полученные нами значения несколько ниже ввиду влияния размерного фактора наночастиц. Продемонстрировано, что с увеличением размера наночастиц растет температура плавления: от 1280 до 1700 К. Тем самым в зависимости от размеров наночастиц необходимо подбирать температурный режим при их спекании. Ввиду сложности определения температуры плавления наночастиц, предложен подход, позволяющий говорить о средней температуре плавления и оценить другие термодинамические параметры системы в процессе разрушения кристаллических решеток. Показано, что температура плавления существенно зависит от размеров наночастицы, а также от конфигурации поверхностей наночастиц. Впервые обсуждается связь температуры плавления с числом координационных сфер, а не, как обычно, с радиусом наночастиц или числом атомов в них. Результаты работы будут полезны при фундаментальных исследованиях процессов спекания металлических наночастиц и разработке технологических процессов.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках программы стратегического академического лидерства «Приоритет 2030» (Договор 075-15-2024-201 от 06.02.2024).

ЛИТЕРАТУРА

- Buzea C, Pacheco II, Robbie K. Nanomaterials and nanoparticles: sources and toxicity// Biointerphases. —2007. —Vol.2(4).
- Чепкасов И.В., Гафнер Ю.Я., Высотин М.А., Редель Л.В. Исследование процессов плавления наночастиц Pt–Pd различного типа // Физика твердого тела. – 2017. – Т. 59. – № 10. – С. 2050-2055.
- Delogu F. Demixing phenomena in NiAl nanometre-sized particles//J of Inst Physics Nanotechnology. —2007. —Vol.18(6).
- Samsonov V.M., Talyzin I.V., Puytov V.V., Vasilyev S.A., Romanov A.A., Alymov M.I. When mechanisms of coalescence and sintering at the nanoscale fundamentally differ: Molecular dynamics study // J. Chem. Phys. — 2022. — Vol. 156. — P. 214-302.
- Соколов, Д.Н. Изучение термодинамических и структурных характеристик наночастиц металлов в процессах плавления и кристаллизации: теория и компьютерное моделирование: дис. канд. физ.-мат. наук: специальность: 01.04.07 — Физика конденсированного состояния. –Тверь: «ТвГУ», 2016. – 239 с
- Buzea C, Pacheco II, Robbie K. Nanomaterials and nanoparticles: sources and toxicity // Biointerphases. —2007. — Vol.2(4).

7. LAMMPS Molecular Dynamics Simulator [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://lammmps.sandia.gov/> (дата обращения: 28.02.2024).
8. Нарсеев А.С. Построение 3d-моделей наночастиц AlNi // 3D технологии в решении научно-практических задач: сборник статей Всероссийской научно-практической конференции. – Красноярск, 2023. – С. 162-165.
9. Stukowski A. Visualization and analysis of atomistic simulation data with OVITO - the Open Visualization Tool Modelling Simul // Mater. Sci. Eng. – 2010. – Vol. 18.
10. Zhou X. W., R.A. Johnson, Wadley H. N. G. Physical Review B. – 2004. – Vol. 69.
11. Poletaev G.M., Gafner Y.Y., Gafner S.L., Sannikov A.V., Zorya I.V. Molecular dynamics study of the formation of a nanocrystalline structure during crystallization and devitrification of nickel nanoparticles Letters on Materials. – 2023. – Vol. 13(4). – P. 420–425.
12. Poletaev G.M., Gafner Y.Y., Gafner S.L. Molecular dynamics study of melting, crystallization and devitrification of nickel nanoparticles// Letters on Materials. – 2023. – Vol.13(4). – P. 298–303.
13. Poletaev G.M., Rakitin R.Y., Kovalenko V.V. Molecular Dynamics Simulation of Interdiffusion at the Initial Stage of High-Temperature Synthesis at the Dissolution of a Ni Nanoparticle in an Aluminum// Matrix Technical Physics. – 2023. – Vol. 68(10) – P. 346–350.
14. Samsonov V.M. Embedding functions for Pt and Pd: recalculation and verification on properties of bulk phases, Pt, Pd, and Pt-Pd nanoparticles // Applied Physics A. – 2022. – Vol. 128. – P. 826.
15. Никольский Б.П. Справочник химика. Изд. 2-е.– М.: Химия, 1966. — 1072 с.

УДК 550.34

У.И. Янковская

Алтайский государственный медицинский университет, Россия^(*)

Алтайский государственный технический университет имени Ползунова, Россия

ВЛИЯНИЕ ОРИЕНТАЦИИ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК В КОМПОЗИТЕ В УСЛОВИЯХ РАСТЯГИВАЮЩЕЙ НАГРУЗКИ: МОЛЕКУЛЯРНО-ДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Углеродные нанотрубки (УНТ) обладают исключительными механическими и физическими свойствами. По имеющимся экспериментальным данным известно, что пространственное расположение углеродных нанотрубок оказывает существенное влияние на прочность и ударную вязкость композитов [1-3].

Основываясь на имеющихся данных [4], была разработана модель, которая позволила исследовать механические свойства УНТ. Пространственное положение и ориентация УНТ представлены на примере однонаправленного армированного элемента композита Ni3Al, подвергающегося растягивающей нагрузке вдоль направления (001). Для достижения оптимального эффекта от армирования изучается влияние угла наклона УНТ в зависимости от оси механической нагрузки. Были рассмотрены два положения: угол наклона УНТ 0° и 90°. На рис. 1 приведена модель поликристалла Ni3Al с внедренной УНТ.

Модель представляет собой поликристалл с цилиндрическим отверстием во всю длину и внедренной УНТ. Взаимодействие между УНТ и металлической матрицей определяется силами Ван-дер-Ваальса. Моделирование проводилось методом молекулярной динамики для оценки механических свойств композита, армированного УНТ на основе RVE.

В данной работе рассматривалось влияние ориентации углеродной нанотрубки на механические свойства. Кривые деформации-напряжения при одноосном растяжении показаны на рис. 2 для различных ориентаций и сопоставлены с кривой неармированного поликристалла.

^(*) У.И. Янковская, zalaevau@gmail.com

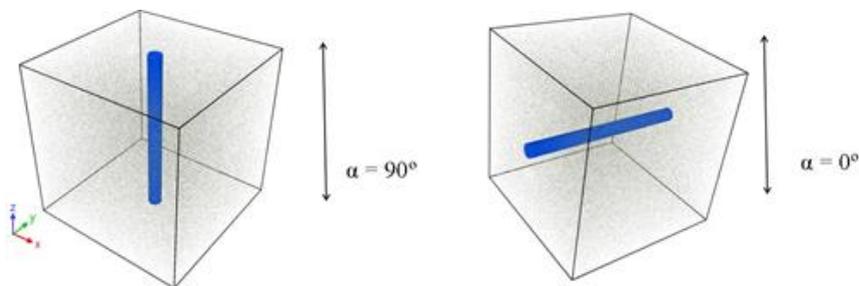


Рис. 1. Модель композита Ni3Al с различной ориентацией внедренной УНТ

Отмечено, что наибольший эффект от армирования углеродной нанотрубкой достигается при угле ориентации равном 90° (параллельно оси нагрузки). Было получено, что модуль Юнга композита является самым высоким при УНТ ориентированной параллельно направлению растягивающей нагрузки, разница составляла около 30%. Что касается предела прочности, то, как видно из рисунка2, он выше при ориентации УНТ вдоль оси растяжения.

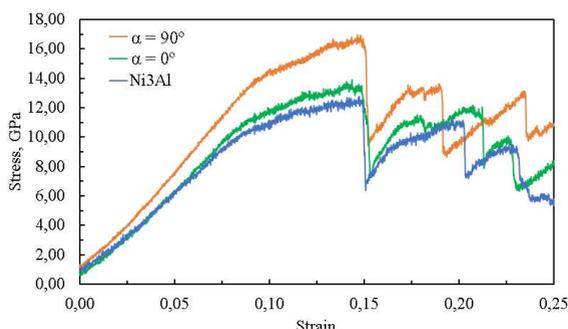


Рис. 2. Кривые напряжение-деформация для композита с различным углом α ориентации УНТ и «чистого» поликристалла

Результаты проведенного моделирования показывают, что такие механические свойства как модуль Юнга и предел прочности композита имеют наибольшие значения, когда УНТ ориентирована параллельно направлению оси нагрузки. В работе показана важность оптимизации пространственного положения и ориентации УНТ для повышения механических свойств композита Ni3Al.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 23-12-00126. Часть результатов работы была получена с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого. (www.scc.spbstu.ru).

ЛИТЕРАТУРА

1. Wagner H.D., Ajayan P., Schulte K. Nanocomposite toughness from a pull-out mechanism // Compos. Sci. Technol. – 2013. –Vol. 83. – pp. 27–31.

2. Shtein M., Nativ R., Lachman N., Wagner H.D., Regev O. Fracture behavior of nanotube–polymer composites: Insights on surface roughness and failure mechanism // *Compos. Sci. Technol.*- 2013. – Vol. 87. – pp. 157–163.
3. Wicks S.S., de Villoria R.G., Wardle B.L. Interlaminar and intralaminar reinforcement of composite laminates with aligned carbon nanotubes // *Compos. Sci. Technol.*- 2010. – Vol. 70. – pp. 20–28.
4. Янковская У.И., Старостенков М.Д., Маркидонов А.В., Захаров П.В. Повышение прочностных характеристик поликристалла Ni3Al путем армирования УНТ: молекулярно-динамическое моделирование // *Физика и технология перспективных материалов–2023*. - 2023. - с. 418-419.

УДК 51-73

Д.В. Бутусов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ОДИН МЕТОД КВАДРАТИЧНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ И ЕГО СРАВНЕНИЕ С ДРУГИМИ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫМИ МЕТОДАМИ НА ПРИМЕРЕ ФИЗИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

При проведении экспериментов часто приходится иметь дело с дискретным набором входных данных, на основании которых требуется построить зависимость одной величины от другой или же найти значение, лежащее в рассматриваемом интервале, но не совпадающее ни с одним из исходных значений. Для этого широко используются методы интерполяции, заключающиеся в построении приближенной функции, проходящей через узлы интерполирования [1]. Среди множества методов интерполяции можно выделить три, пожалуй, самых известных, это линейная интерполяция [2], полином Лагранжа и полином Ньютона. Существенный недостаток последних двух методов заключается в трудоемкости построения самих интерполянтов и их громоздкости, а при большом количестве узлов интерполирования эти способы требуют тяжелых вычислений и немалых временных затрат. В различных случаях эти методы могут давать различные погрешности [3], поэтому определить наиболее удобный и точный можно лишь зная конкретные условия интерполирования. Поэтому предлагается рассмотреть еще один способ.

Суть предлагаемого метода заключается в том, чтобы попарно соединить узлы интерполяции фрагментами специально подобранных квадратичных функций (не следует путать предлагаемый метод с квадратичной интерполяцией, так как при помощи последней находятся уравнения парабол, соединяющих сразу по три узла).

Пусть нам необходимо восстановить некоторую функцию $f(x)$ по имеющимся значениям $x_i, y_i, i = 0, n$. Разумеется, мы предполагаем, что эта функция непрерывно дифференцируема на заданном отрезке $[a, b]$ (рис.1).

Рассмотрим участок 0-2. Точка 1 либо создает выпуклость, либо лежит на прямой, соединяющей точки 0 и 2. Тогда производная в точке 1 примерно равна угловому коэффициенту прямой 0-2, а именно

$$f'(x) \approx \frac{y_2 - y_0}{x_2 - x_0} \quad (1),$$

аналогично для других точек вплоть до n-1, так как в точках 0 и n производная в рамках этого способа не находится.

^(*)Д.В. Бутусов, danib2020@icloud.com

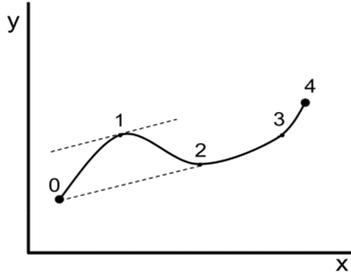


Рис. 1

Таким образом, мы получаем дискретный набор примерных значений производных $f'(x_i)$, $i = \overline{1, n-1}$. Теперь применим линейную интерполяцию к этим значениям производных. Тогда примерное значение производной функции $f(x)$ на участке $[x_i; x_{i+1}]$ будет задаваться следующим выражением:

$$f'(x) \approx \frac{f'(x_{i+1}) - f'(x_i)}{x_{i+1} - x_i} x + b \quad (2),$$

где b – некоторая постоянная, которую можно определить из условия

$$\frac{f'(x_{i+1}) - f'(x_i)}{x_{i+1} - x_i} x_i + b = f'(x_i)$$

Тогда сама функция примерно равна одной из первообразных производной. Чтобы найти эту первообразную, проинтегрируем $f'(x)$:

$$f(x) \approx \int \left(\frac{f'(x_{i+1}) - f'(x_i)}{x_{i+1} - x_i} x + b \right) dx = ax^2 + bx + C \text{ на } [x_i; x_{i+1}] \quad (3),$$

где $a = \frac{f'(x_{i+1}) - f'(x_i)}{2(x_{i+1} - x_i)}$, C – некоторая константа.

Теперь найдем константы C_i и C_{i+1} из условий:

$$ax_i^2 + bx_i + C_i = y_i \quad \text{и} \quad ax_{i+1}^2 + bx_{i+1} + C_{i+1} = y_{i+1}$$

Здесь не случайно константы обозначены по-разному, ведь в общем случае они различны. Если все же $C_i = C_{i+1}$, интерполирующая функция для данного участка $[x_i; x_{i+1}]$ уже построена. Если же эти константы отличаются, необходимо найти такую линейную функцию $\varphi(x) = qx + p$, которая исправит неточность, вызванную приближенным нахождением производной. Постоянные q и p найдем из условий:

$$qx_i + p = C_i \quad \text{и} \quad qx_{i+1} + p = C_{i+1}$$

Таким образом, получаем интерполирующую функцию для $[x_i; x_{i+1}]$:

$$f(x) \approx ax^2 + bx + \varphi(x) = ax^2 + x(b + q) + p \quad (4)$$

Стоит отметить, что существенным недостатком данного метода является сокращение интервала интерполирования, если изначально мы имели значения на промежутке $[x_0; x_n]$, то в результате получили набор интерполирующих функций лишь для $[x_1; x_{n-1}]$, однако на этом промежутке данный метод позволяет находить значения функции с довольно небольшой погрешностью.

Сравним наш метод с другими методами интерполяции на примере физической задачи. Рассмотрим центробежный регулятор. Из условия равновесия несложно получить зависимость высоты подъема h шариков регулятора от угловой скорости ω :

$$h = l - \frac{g}{\omega^2} \quad (5)$$

Положим длину стержней (на которых закреплены шарики) l равной 1 м, а ускорение свободного падения $g = 9,8 \text{ м/с}^2$. Тогда для семи (исходных) значений угловой скорости $\omega_i = 3 + i$ (рад/с), $i = \overline{1,7}$ получим соответствующие значения $h_1 = 0,39 \text{ м}$, $h_2 = 0,61 \text{ м}$, $h_3 = 0,73 \text{ м}$, $h_4 = 0,80 \text{ м}$, $h_5 = 0,85 \text{ м}$, $h_6 = 0,88 \text{ м}$, $h_7 = 0,90 \text{ м}$. Теперь возьмем несколько промежуточных значений $\omega'_1 = 5,5 \text{ рад/с}$; $\omega'_2 = 7,2 \text{ рад/с}$ и сравним результаты вычислений высоты подъема h по формуле (5): $h'_1 = 0,676 \text{ м}$; $h'_2 = 0,811 \text{ м}$, с приближенными значениями, полученными с помощью интерполяции.

Сначала воспользуемся линейной интерполяцией, получим для участков $[\omega_i; \omega_{i+1}]$ выражения $h \approx a_i \omega + b_i$, $i = \overline{1,7}$. a_i и b_i найдем из условий

$$\frac{h - h_i}{\omega - \omega_i} = \frac{h_{i+1} - h_i}{\omega_{i+1} - \omega_i}$$

Тогда получим для участка $[\omega_2; \omega_3]$: $h \approx 0,12\omega + 0,01 \Rightarrow h'_1 = 0,67 \text{ м}$. Аналогично получим $h'_2 = 0,81 \text{ м}$. Тогда относительные погрешности $\delta h'_1 = 0,9\%$ и $\delta h'_2 = 0,1\%$.

Теперь составим первый полином Ньютона [4]:

$P_7(\omega) = a_1 + a_2(\omega - \omega_1) + a_3(\omega - \omega_1)(\omega - \omega_2) + \dots + a_7(\omega - \omega_1) \dots (\omega - \omega_6)$, где a_i найдем из условий $P_7(\omega_i) = h_i$. Затем подставим в полученное выражение ω'_1 и в ходе громоздких вычислений получим $h'_1 = 0,679 \text{ м}$. Аналогичным образом составим второй полином:

$$P_7(\omega) = a_1 + a_2(\omega - \omega_7) + a_3(\omega - \omega_7)(\omega - \omega_6) + \dots + a_7(\omega - \omega_7) \dots (\omega - \omega_2)$$

Найдем $h'_2 = 0,812 \text{ м}$, тогда относительные погрешности $\delta h'_1 = 0,4\%$ и $\delta h'_2 = 0,1\%$.

И, наконец, воспользуемся вышеизложенным методом. Согласно (1), производные $h'(\omega_2) = 0,17 \text{ м} \cdot \text{с}$, $h'(\omega_3) = 0,095 \text{ м} \cdot \text{с}$, $h'(\omega_4) = 0,06 \text{ м} \cdot \text{с}$, $h'(\omega_5) = 0,04 \text{ м} \cdot \text{с}$. Тогда получим линейную интерполяцию примерной производной высоты по угловой скорости:

$$h' \approx -0,075\omega + 0,545 \text{ для } \omega \in [\omega_2; \omega_3] \Rightarrow h = -0,0375\omega^2 + 0,545\omega + C$$

$$C_1 \neq C_2 \Rightarrow \varphi(\omega) = -0,0125 - 1,115 \Rightarrow h \approx -0,0375\omega^2 + 0,5325\omega - 1,115.$$

Получаем $h'_1 = 0,679 \text{ м}$, аналогично находим $h'_2 = 0,812 \text{ м}$. Таким образом, $\delta h'_1 = 0,4\%$ и $\delta h'_2 = 0,1\%$.

Мы видим, что предложенный способ в данном случае точнее линейной интерполяции и сопоставим с куда более трудоемким построением полиномов Ньютона.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шарый С.П. Курс вычислительных методов – Н.: Новосибирский государственный университет, 2023. – 699 с.
2. Томский политехнический университет. [электронный ресурс].– Режим доступа: <https://portal.tpu.ru/> (дата обращения: 27.02.2024).
3. Знаменский С.В. Численная оценка точности интерполяции несложных элементарных функций / Институт программных систем имени А.К. Айламазяна РАН.-Ярославская область, 2018. – С.69-92.
4. Даугавет И.К. Введение в теорию приближения функций – Л.: Ленинградский университет, 1977. – 184 с.

АНАЛИЗ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ СИММЕТРИЧНОГО ВОЛЧКА
С УЧЕТОМ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

При решении ряда задач, связанных с запуском различных ракет с подвижных объектов, подъемом подводных аппаратов, а также использованием крутящего момента в работах, касающихся бурения, обработки алмазов и геологической разведки полезных ископаемых, необходимо учитывать ряд новых обстоятельств, влияющих на траекторию движения волчка. Одним из них является магнитное поле Земли и различных объектов, которые могут быть размещены рядом. Современная классическая теория описания траектории движения волчка имеет ряд недостатков, которые не позволяют учесть некоторые физические явления, в том числе магнитное поле, что вносит погрешность при сопоставлении теоретических моделей и экспериментальных данных и создает проблемы для практического использования в расчетах различных устройств. Поэтому нами предлагается следующая модель для анализа траектории волчка в декартовой системе координат. На рис. 1 представлен внешний вид волчка с системой координат и системой действующих сил, моментов и магнитного поля.

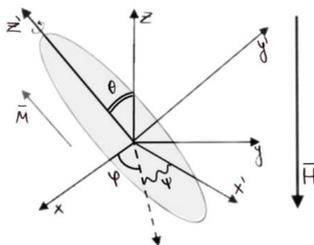


Рис. 1. Модель волчка с углами и направлением вращения с ориентацией магнитного поля

Наша модель в рамках классической теории описывается тремя координатами центра инерции волчка и углами Эйлера (φ, ψ, θ) , определяющими ориентацию осей движущейся системы координат относительно неподвижной системы. Обобщенный потенциал U системы зарядов во внешнем поле представляется в следующем виде [3]:

$$U = - \sum_{i=1}^N \frac{e_i}{c} A_i \dot{r}_i + \sum_{i=1}^N e_i \varphi_i$$

Для предлагаемой нами модели:

$$U = - \frac{1}{2c} \sum_{i=1}^N e_i \left[\overline{H \times r_i} \right] \dot{r}_i$$

Функция Лагранжа для описания механического движения выражается в следующем виде [1]:

^(*) С.А. Климова, sonaklimova30@gmail.com

$$E = L = \frac{I_x}{2} \left(\dot{\varphi}^2 \sin^2 \theta + \dot{\theta}^2 \right) + \frac{I_z}{2} \left(\dot{\varphi} \cos \theta + \dot{\psi} \right)^2 - \frac{eH}{2Mc} \left((I_x \sin^2 \theta + I_z \cos^2 \theta) \dot{\varphi} + I_z \dot{\psi} \cos \theta \right),$$

где

$$I = \begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix} - \text{тензор инерции, для симметричного волчка выполнено } I_y = I_z.$$

Получим в результате преобразований систему уравнений:

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = 2 \left| \frac{eH}{2mc} \right| \sin^2 \left(\frac{I_z}{2I_x} \dot{\psi}_n t \right) \\ \dot{\theta} = \left| \frac{eH}{2mc} \right| \sin \theta_n \sin^2 \left(\frac{I_z}{I_x} \dot{\psi}_n t \right) \\ \dot{\psi} = \dot{\psi}_n \left(1 - \frac{|eH|}{mc \dot{\psi}_n} \cos \theta_n \sin^2 \left(\frac{I_z}{2I_x} \dot{\psi}_n t \right) \right) \end{cases}$$

Таким образом, ось симметрии заряженного волчка прецессирует вокруг направления \vec{H} с частотой $\omega = \frac{eH}{2mc}$, а нутирует с частотой ψ_0 . Далее при рассмотрении волчка в однородном магнитном поле $\vec{H} \parallel \vec{M}$ используем выражение [2], считая, что взаимное положение отдельных моментов в магнитном поле остается неизменным:

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = [\vec{M} \times \gamma \vec{H}_0]$$

Представим движение \vec{M} в системе, вращающейся относительно лабораторной с частотой $\vec{\Omega}$, в следующем виде:

$$\frac{d\vec{F}}{dt} = \vec{V} + [\vec{\Omega} \times \vec{F}]$$

Переходя во вращающуюся систему координат, получим:

$$\begin{cases} \left[\vec{M} \times \gamma \left(\vec{H}_0 + \frac{\vec{\Omega}}{\gamma} \right) \right] \Rightarrow \vec{M} \text{ неподвижен} \\ \vec{\Omega} = -\gamma \vec{H}_0 = \vec{\omega}_L \end{cases}$$

$$\vec{H}_{эфф} = \vec{H}_0 + \frac{\vec{\omega}}{\gamma} + \vec{H}_g$$

То есть \vec{M} прецессирует относительно $\vec{H}_{эфф}$, в лабораторной системе координат \vec{M} вращается относительно \vec{H}_0 с ларморовской частотой $\vec{\omega}_L = \frac{e\vec{H}}{2mc}$. При добавлении поля H_g , будет наблюдаться “опрокидывание” магнитного момента. При рассмотрении нестационарного магнитного поля $H_z(t)$, используя методы теории возмущения, все силы и явления, которые могут оказывать существенное влияние на волчок, будут учтены.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. – М.: Серия “Теоретическая физика”, том 1. 1973 г., 364 с.
2. Leshe A. Nuclear induction. Veb Deutscher Verlag Der Wissenschaften, Berlin, 1963. 646 p.
3. Голдстейн Г., Классическая механика.: Пер. с англ. – М.: Наука, 1975. – 407с.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЙТРАЛИЗАЦИИ МОДЕЛЬНОГО
ХИМИЧЕСКОГО ВЕЩЕСТВА С ПОМОЩЬЮ
УЛЬТРАДИСПЕРСНОГО АЭРОЗОЛЯ ДИОКСИДА ТИТАНА

Введение. Для экстренной очистки воздуха от опасных газовых выбросов может быть использован специально распыленный в воздухе аэрозоль адсорбента. Возможность фотокаталитического окисления дополнительно повышает эффективность такого способа нейтрализации опасных химических веществ. Известным веществом с фотокаталитическими и адсорбционными свойствами является диоксид титана [1].

Для реализации метода объемной аварийной очистки воздуха авторы предлагают в месте локализации опасного вещества мгновенно распылить адсорбирующий ультрадисперсный аэрозоль с помощью энергии ВЭМ [2]. В таком способе распыления агломераты частиц дробятся; это приводит к уменьшению размеров частиц, увеличению их удельной поверхности, что повышает эффективность адсорбции [3].

Цель работы – экспериментально исследовать возможности быстрой очистки воздуха от паров модельного вещества с помощью ультрадисперсного аэрозоля диоксида титана.

Материалы и методы. В ходе эксперимента при влажности $37 \pm 3\%$ и температуре $T = 23^\circ\text{C}$ в испытательную камеру объемом 1 м^3 вводился 90 мкл ацетона на разогретую до 100°C поверхность магнитной мешалки. Маленькими порциями в течение 1 минуты ацетон вводился и испарялся, создавая начальную концентрацию паров на уровне $\approx 280 \text{ ppm}$. Концентрация паров измерялась с помощью Фурье-спектрометра Инфралом ФТ-801.

На 30-ой минуте эксперимента включается генератор аэрозоля [2] для распыления 1,5 грамм нанопорошка TiO_2 , Ag-TiO_2 различной морфологии. Генератор работает 10 минут, после чего его отключают. Второй эксперимент проводился аналогично первому, но с использованием УФ-лампы (длина волны 390 нм). Контрольный эксперимент проведен без распыления порошков.

В качестве сравнительного параметра введем относительное снижение концентрации паров ацетона в воздухе:

$$C = (C_n - C_0) / C_0,$$

где C_n – абсолютная концентрация ацетона в эксперименте с n -ым образцом порошка, C_0 – абсолютная концентрация паров ацетона в эксперименте без распыления порошка.

Результаты и обсуждение. На рис. 1 показано относительное снижение концентрации паров ацетона в зависимости от времени. Снижение заметное, особенно для порошка Ag-TiO_2 (сферы) с УФ-облучением. Стоит отметить, что и без УФ-облучения частицы поглощают пары ацетона, особенно в первые 60 минут эксперимента.

На рис. 2а показано относительное снижение концентрации ацетона во времени в среднем по всем порошкам – с УФ-облучением и без него. С УФ-облучением наблюдается небольшое увеличение эффекта снижения концентрации паров. На рис. 2б приведена гистограмма среднего по времени относительного снижения концентрации для разных порошков – с УФ-облучением и без него. УФ-облучение положительно влияет на снижение концентрации паров ацетона, особенно для порошка Ag-TiO_2 (сферы). С порошком TiO_2 в среднем имеется снижение эффекта нейтрализации паров с применением УФ-облучения, хотя в пределах погрешности.

^(*)О.Б. Кудряшова, olgakudr@inbox.ru

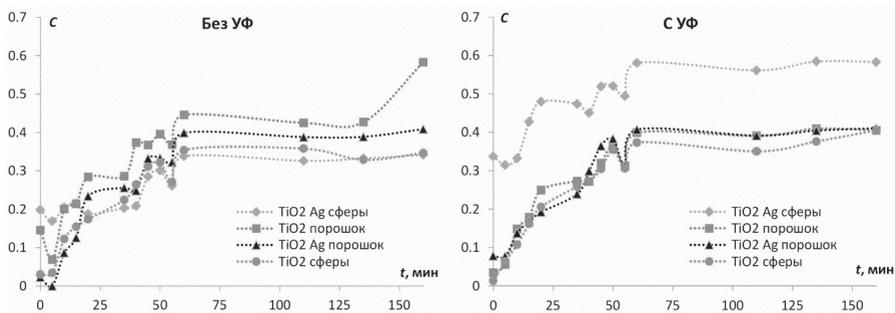


Рис. 1. Динамика относительного снижения концентрации паров ацетона

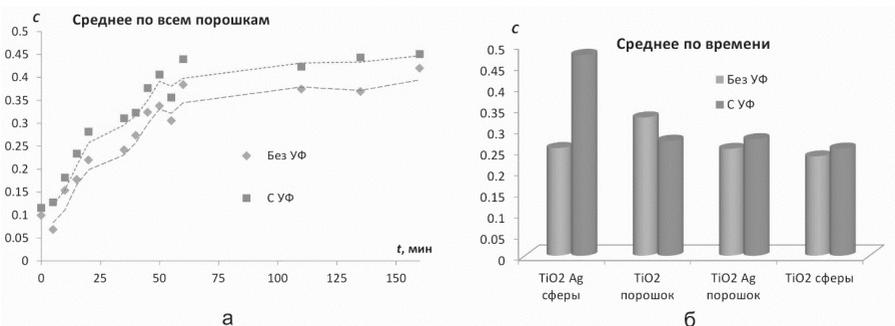


Рис. 2. а) Относительное снижение концентрации паров ацетона в среднем для всех порошков; б) среднее по времени относительное снижение концентрации паров ацетона для разных порошков

Выводы. Показано, что применение распыленных порошков оксида титана для нейтрализации паров ацетона имеет заметный эффект (до 50 % снижения концентрации), даже без применения ультрафиолета. В этом случае частицы аэрозоля выступают как адсорбенты. Особенно существенный фотокаталитический эффект (при освещении ультрафиолетом) дал аэрозоль $\text{TiO}_2 + \text{Ag}$ (сферические частицы).

Результаты эксперимента послужат разработке и совершенствованию метода аэрозольной нейтрализации опасных газовых выбросов.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 22-69-00108, <https://rscf.ru/project/22-69-00108/>

ЛИТЕРАТУРА

1. Ren H., Koshy P., Chen W.-F., Qi S., Sorrell C.C. Photocatalytic materials and technologies for air purification // J. Hazard. Mater. – 2017. – Vol. 325. – P. 340–366.
2. Kudryashova O. B., Stepkina M. Y., Korovina N. V., Antonnikova A. A., Muravlev E. V., Pavlenko A. A. Atomization of nanopowders for adsorption of toxic substances // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2015. – Vol.88. – № 4. – P. 833-838.
3. Martyanov I.N., Klabunde K.J. Photocatalytic oxidation of gaseous 2-chloroethyl ethyl sulfide over TiO_2 // Environmental Science & Technology. – 2003. – Vol. 37. – P. 3448–3453.

ОПЕРАТОРЫ ДОНКИНА ПЕРВОГО ПОРЯДКА С КОЭФФИЦИЕНТАМИ
В ВИДЕ ЛИНЕЙНЫХ ИЛИ КВАДРАТИЧНЫХ ФОРМ

В математической и теоретической физике важную роль играют гармонические функции, заданные на гладких многообразиях или в областях евклидовых и псевдоевклидовых пространств. Гармонические функции с заданным свойством однородности играют важную роль в моделях конформной теории поля, а также в моделях теорий поля со скрытой симметрией. Простейший пример полевого уравнения в скалярных теориях поля – уравнение Лапласа. Важно, чтобы решение этого уравнения обладало дополнительным условием – условием однородности скалярного поля: $u(\lambda \cdot x) = \lambda^q \cdot u(x), x \in \mathbf{R}^n, \lambda \in \mathbf{R}, \lambda \neq 0, q \in \mathbf{Z}$.

Одним из преобразований, позволяющим получить «новую» однородную гармоническую функцию из исходной, является, в частности, операция дифференцирования не выше второго порядка, заданная в пространстве однородных гармонических функций степени q . Обозначим указанное пространство $\mathbf{H}^{(q)}(\Omega)$.

Таким образом, $\mathbf{H}^{(q)}(\Omega) = \{u \in C^2(\Omega) : \Delta u = 0, u(\lambda x) = \lambda^q u(x), x \in \Omega\}$. Произвольный линейный дифференциальный оператор порядка m в $\mathbf{H}^{(q)}(\Omega)$ имеет вид:

$$L = \sum_{|\alpha| \leq m} l_\alpha(x) D^\alpha, \quad (1)$$

где l_α – коэффициенты, линейные или квадратичные формы от $x = (x_1, \dots, x_n) \in \Omega \subset \mathbf{R}^n$,

$$D^\alpha := \frac{\partial^{|\alpha|}}{\partial x_1^{\alpha_1} \dots \partial x_n^{\alpha_n}}, \quad \alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n) \text{ – мультииндекс, } |\alpha| = \alpha_1 + \dots + \alpha_n.$$

В работах [1-4] авторами были предприняты попытки изучить действие линейных дифференциальных операторов первого и второго порядка вида (1) в пространстве $\mathbf{H}^{(q)}(\Omega)$ и построить дифференциальные операторы, позволяющие не выводить гармонические функции из $\mathbf{H}^{(q)}(\Omega)$. Такие дифференциальные операторы являются *операторами Донкина* [1-2]. Однако, в указанных работах систематического описания таких операторов не приведено.

Цель данной работы – построить операторы Донкина в пространствах однородных гармонических функций, заданных на областях в \mathbf{R}^n и классифицировать их действие в указанном пространстве с помощью теории представлений алгебр Ли. Введем дифференциальные операторы Донкина следующим образом: как линейные дифференциальные операторы не выше порядка m : $\mathcal{D}: \mathbf{H}^{(q)}(\Omega) \rightarrow \mathbf{H}^{(p)}(\Omega)$, где $p = q + s, s \in \mathbf{Z}$. В работе рассматриваются операторы Донкина, действующие на $\Omega \subset \mathbf{R}^3$, не выше второго порядка, заданные в стандартном базисе линейных дифференциальных операторов $\{\partial_k\}$ в виде (1). Их можно разбить на три набора в соответствии с действием в пространствах $\mathbf{H}^{(q)}(\Omega)$. Первый набор – действуют в пространстве $\mathbf{H}^{(q)}(\Omega)$:

^(*) Е.В. Рунев, jr_2010@mail.ru

$$\mathfrak{D}_0 = \mathbf{I}, \quad \mathfrak{D}_4 = x_1 \partial_1 + x_2 \partial_2 + x_3 \partial_3, \quad \mathfrak{D}_5 = x_2 \partial_1 - x_1 \partial_2, \quad \mathfrak{D}_6 = x_3 \partial_1 - x_1 \partial_3, \\ \mathfrak{D}_7 = x_3 \partial_2 - x_2 \partial_3;$$

Второй набор – действие $\mathbf{H}^{(q)}(\Omega) \rightarrow \mathbf{H}^{(q+1)}(\Omega)$:

$$\mathfrak{D}_1 = x_1 \mathbf{I} + (x_1^2 - x_2^2 - x_3^2) \partial_1 + 2x_1 x_2 \partial_2 + 2x_1 x_3 \partial_3, \\ \mathfrak{D}_2 = x_2 \mathbf{I} + (x_2^2 - x_1^2 - x_3^2) \partial_2 + 2x_1 x_2 \partial_1 + 2x_2 x_3 \partial_3, \\ \mathfrak{D}_3 = x_3 \mathbf{I} + (x_3^2 - x_1^2 - x_2^2) \partial_3 + 2x_1 x_3 \partial_1 + 2x_2 x_3 \partial_2;$$

третий набор – действие $\mathbf{H}^{(q)}(\Omega) \rightarrow \mathbf{H}^{(q-1)}(\Omega)$: $\mathfrak{D}_8 = \partial_1, \mathfrak{D}_9 = \partial_2, \mathfrak{D}_{10} = \partial_3$.

Рассмотрим в качестве примера действие оператора \mathfrak{D}_5 на $u \in \mathbf{H}^{(2)}(\mathbf{R}^3)$: $u(x) = \alpha x_1^2 + \beta x_2^2 + \gamma x_3^2$, при $\forall \alpha, \beta, \gamma \in \mathbf{R}: \alpha + \beta + \gamma = 0$, где $(\mathfrak{D}_5 \circ u)(x) = 2\alpha x_1 x_2 - 2\beta x_1 x_2 -$ функция из $\mathbf{H}^{(2)}(\mathbf{R}^3)$.

Линейные оболочки указанных наборов операторов совпадают с алгебрами Ли, где в качестве скобки Ли выступает коммутатор операторов; их классификация такова:

- 1) $\text{Lin} \{\mathfrak{D}_k\}_{k=1}^3$ – образует коммутативную алгебру Ли $\mathfrak{g}_1 = \mathfrak{t}_1^{(3)}$ (трехмерную алгебру трансляций);
- 2) $\text{Lin} \{\mathfrak{D}_k\}$, $k = 0, 4, \dots, 7$ – образуют алгебру Ли $\mathfrak{g}_2 = \mathfrak{so}(3) | - \mathfrak{t}_2^{(2)}$ с идеалом $\text{Lin} \{\mathfrak{D}_0, \mathfrak{D}_4\}$, в которой выделяются двумерная подалгебра трансляций $\mathfrak{t}_2^{(2)}$ и подалгебра вращений $\mathfrak{so}(3) = \text{Lin} \{\mathfrak{D}_5, \mathfrak{D}_6, \mathfrak{D}_7\}$;
- 3) $\text{Lin} \{\mathfrak{D}_k\}_{k=8}^{10}$ – образует коммутативную алгебру Ли (трехмерную алгебру трансляций) $\mathfrak{g}_3 = \mathfrak{t}_3^{(3)}$.

Указанные алгебры Ли действуют в пространствах $\mathbf{H}^{(q)}(\Omega)$ как линейные представления $-d(\mathfrak{g}_k, \mathbf{H}^{(q)}(\Omega))$, $k = 1, 2, 3$, т.е. гомоморфизмы в алгебру дифференциальных операторов пространств $\mathbf{H}^{(q)}(\Omega)$. Известно, что представления коммутативных алгебр Ли тривиальны. Поэтому интерес представляет лишь представление алгебры $\mathfrak{g}_2 = \mathfrak{so}(3) | - \mathfrak{t}_2^{(2)}$ Введем пространства $\mathbf{H}_1^{(q)}(\Omega)$: $\mathbf{H}_1^{(q)}(\Omega) := \mathbf{H}^{(q-1)}(\Omega) \oplus \mathbf{H}^{(q)}(\Omega) \oplus \mathbf{H}^{(q+1)}(\Omega)$. Учитывая, что в алгебре $\mathcal{L}(\mathbf{H}^{(q)}(\Omega), \mathbf{H}^{(q+s)}(\Omega))$, помимо лиевского закона композиции, существует операция композиции операторов, мы получим действие универсальной обертывающей алгебр Ли $-U(\mathfrak{g}_k)$ в пространствах $\mathbf{H}(\Omega) := \bigoplus_{j \in \mathbf{Z}} \mathbf{H}^{(j)}(\Omega) = \bigoplus_{j \in \mathbf{Z}} \mathbf{H}^{(q+j)}(\Omega)$. Применяя операторы каждой из алгебр $U(\mathfrak{g}_k)$ соответственно, можем из пространств $\mathbf{H}^q(\Omega)$ получить пространства $\mathbf{H}^{(q+m)}(\Omega)$. Это действие на функции из $\mathbf{H}^q(\Omega)$ задается операторными полиномами:

$$P_{(1)}^m = \sum_{|\alpha|=m} P_\alpha \mathfrak{D}_{(1)}^\alpha, \quad P_{(2)}^m = \sum_{|\alpha| \leq m} P_\alpha \mathfrak{D}_{(2)}^\alpha, \quad P_{(3)}^m = \sum_{|\alpha|=m} P_\alpha \mathfrak{D}_{(3)}^\alpha, \quad \text{где } \alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n); \quad |\alpha| = \alpha_1 + \dots + \alpha_n;$$

$\mathfrak{D}_{(j)}^\alpha = \mathfrak{D}_{(j),1}^{\alpha_1} \circ \mathfrak{D}_{(j),2}^{\alpha_2} \circ \dots \circ \mathfrak{D}_{(j),n}^{\alpha_n}$; $\mathfrak{D}_{(j),k} \in \mathfrak{g}_j$, действующими, соответственно

$$P_{(1)}^m: \mathbf{H}^{(q)}(\Omega) \rightarrow \mathbf{H}^{(q+m)}(\Omega); P_{(2)}^m: \mathbf{H}^{(q)}(\Omega) \rightarrow \mathbf{H}^{(q)}(\Omega); P_{(3)}^m: \mathbf{H}^{(q)}(\Omega) \rightarrow \mathbf{H}^{(q-m)}(\Omega).$$

Таким образом, действуя операторами $P_{(j)}^m$ на гармонические функции u_j с заданной степенью однородности, получаем пространство представления указанной алгебры в виде гармонических функций, степени однородности которых сохраняются, повышаются или понижаются на m единиц. Указанный метод позволяет, построив алгебру Ли операторов Донкина в пространствах гармонических функций на областях в \mathbf{R}^n , изучить ее конечномерные представления, пополнить имеющийся «запас» гармонических функций новыми, с заданными показателями однородности.

В работе построены 3 алгебры Ли операторов Донкина на пространствах однородных гармонических функций в \mathbf{R}^3 . Линейные комбинации и произведения натуральных степеней этих операторов из этих алгебр Ли позволяют из любой гармонической функции с заданным целым показателем однородности получить гармоническую функцию с произвольным целым показателем однородности. Указанные алгебры Ли оказались изоморфными хорошо изученным классическим конечномерным алгебрам Ли, что дает возможность построить представления представлений этих алгебр в пространствах однородных гармонических функций. Базисными элементами указанных пространств являются «новые» однородные гармонические функции с заданной степенью однородности. Предложенный в работе метод можно обобщить на случаи пространств \mathbf{R}^n других размерностей, а также других евклидовых, унитарных и псевдоевклидовых пространств.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бердников А.С., Галль Л.Н., Галль Н.Р., Соловьев К.В. Базисные дифференциальные операторы Донкина для однородных гармонических функций // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2019. Т. 12. № 3. С. 26–44. DOI: 10.18721/JPM.12303
2. Бердников А.С., Галль Л.Н., Галль Н.Р., Соловьев К.В. Дифференциальные операторы Донкина для однородных гармонических функций // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2019. Т. 12. № 3. С. 45–62. DOI: 10.18721/JPM.12304
3. Бердников А.С., Галль Л.Н., Галль Н.Р., Соловьев К.В. Обобщение формулы Томсона для гармонических функций общего вида // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2019. Т. 12. № 2. С. 32–48. DOI: 10.18721/JPM.12203
4. Бердников А.С., Галль Л.Н., Галль Н.Р., Соловьев К.В. Обобщение формулы Томсона для гармонических однородных функций // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2019. Т. 12. № 2. С. 49–62. DOI: 10.18721/JPM.12204

УДК 517.5,517,91,517.926

А.Т. Береснева, Д. Борисов, Е.Н. Посохова, Е.В. Рунев
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ ГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ С РАЦИОНАЛЬНЫМИ СТЕПЕНЯМИ ОДНОРОДНОСТИ В ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Одними из важнейших объектов математической и теоретической физики являются гармонические функции и гармонические формы. Как правило, они заданы на многомерных евклидовых или псевдоевклидовых пространствах. В частности, электромагнитные поля, являющиеся однородными функциями ($V(\lambda x, t) = \lambda^q V(x, t)$), применяются в качестве инструмента для целенаправленного синтеза корпускулярно-оптических систем с заданными свойствами [1,2]. Для функций таких полей выполняется принцип подобия траекторий [1-3],

^(*) Е.В. Рунев, jr_2010@mail.ru

позволяющий существенно облегчить создание спектрографических систем с идеальными характеристиками [1-2,4-5].

Методы построения гармонических функций, обладающих дополнительной симметрией с целочисленными степенями однородности известны: исследования на эту тему приведены в работах [6,7]. Естественным продолжением исследований в этом направлении является обобщение методов построения однородных гармонических функций на случай с рациональным показателем степени однородности q . В работах [8,9] авторами рассматриваются некоторые частные случаи, с определенными ограничениями, накладываемыми на функции, в частности $q \in (-4; 0)$. Также в работе [9] были исследованы гармонические функции, выражающие электростатические потенциалы для полей с заданной симметрией, что накладывает существенные ограничения на пространство однородных гармонических функций, приводит к сужению области определения.

Целью данной работы является построение гармонических функций в двумерном евклидовом пространстве с произвольным показателем однородности в общем виде. В работе были исследованы свойства гармонических функций в случае рационального показателя однородности.

Введем пространство $H(G) = \{u \in C^2(G) : \Delta u = 0, u(\lambda x) = \lambda^q u(x), q \in \mathbb{Q}, x \in G \subset \mathbf{R}^2\}$ однородных гармонических функций на области в \mathbf{R}^2 . Известно, что гармонические функции $u \in H(G)$ удовлетворяют преобразованию Кельвина-Томпсона [10,11]:

$$u(\lambda x) = \|\lambda x\|^{-2q-1} u(x), \quad (1)$$

где $\|x\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$. Для описания функций $u \in H(G)$ введем семейство дифференциальных операторов $\{L_V\}$, действующих в этом пространстве. Дифференциальные операторы $\{L_V\}$, действуя на функции u , сопоставляют им «новые» гармонические функции, с отличным от нуля показателем степени однородности $-v \in H(G)$.

Операторы L_V определяются следующим образом: $L_V = \sum_{j=1}^2 \omega_j(z, \bar{z}) \partial_j$, где $\partial_1 = \partial_z$, $\partial_2 = \partial_{\bar{z}}$, где ω_j – линейные формы на \mathbb{C} .

Преобразование Томпсона T в терминах переменных $z = x_1 + ix_2$ и $\bar{z} = x_1 - ix_2$ примет вид:

$$v(z, \bar{z}) = Tu = u\left(\frac{1}{z}, \frac{1}{\bar{z}}\right), \quad (2)$$

и является линейным оператором в $H(G)$. Операторы L_V имеют вид:

$$L_V = (\alpha_1 z + \beta_1 \bar{z}) \partial_z + (\alpha_2 z + \beta_2 \bar{z}) \partial_{\bar{z}}, \quad (3)$$

где коэффициенты при ∂_z и $\partial_{\bar{z}}$ являются компонентами векторного поля $V = (\alpha_1 z + \beta_1 \bar{z}; \alpha_2 z + \beta_2 \bar{z})$.

Композиция операторов (2) и (3) при действии на функции из $H(G)$ приводит к тому, что это есть дифференциальный оператор с преобразованным векторным полем V_T , имеющим вид:

$$V_T(z, \bar{z}) = \left(-\frac{\alpha_1}{z} - \frac{\beta_1 \bar{z}}{z^2}; -\frac{\alpha_2 z}{\bar{z}^2} - \frac{\beta_2}{\bar{z}}\right). \quad (4)$$

Рассмотрев уравнение $L_{V_T} u = w$ с начальным условием: $u(z(0), \bar{z}(0)) = u_0$, где

$$L_{V_T} u(z, \bar{z}) = - \left(\frac{\alpha_1 z + \beta_1 \bar{z}}{z^2} \partial_z + \frac{\alpha_2 z + \beta_2 \bar{z}}{\bar{z}^2} \partial_{\bar{z}} \right) u(z, \bar{z}), \quad (5)$$

приходим к задаче Коши для дифференциального уравнения первого порядка в частных производных. Указанная задача имеет решение: $u(z(t), \bar{z}(t)) = u_0 + \int_0^t w(z(\tau), \bar{z}(\tau)) d\tau$.

Для демонстрации приведенного метода рассмотрим пример, когда векторное поле V_T имеет вид: $V_T(z, \bar{z}) = \left(-\frac{\alpha}{z}; -\frac{\alpha}{\bar{z}} \right)$, а система дифференциальных уравнений на характеристики

$$\text{– вид: } \begin{cases} \dot{z} = -\frac{\alpha}{z} \\ \dot{\bar{z}} = -\frac{\alpha}{\bar{z}} \\ \dot{z}(0) = \bar{z}_0 \\ \dot{\bar{z}}(0) = z_0 \end{cases} \text{ Гармоническая функция, как решение указанной задачи, выражается}$$

следующим образом:

$$u(z(t), \bar{z}(t)) = u_0 + \int_0^t w \left(z(t) = \sqrt{z_0^2 - 2\alpha\tau}, \sqrt{\bar{z}_0^2 - 2\alpha\tau} \right) d\tau \quad (6)$$

Произвольная однородная гармоническая функция w с показателем степени однородности k , которая будет выступать в роли производящей семейства «новых» однородных гармонических функций имеет следующий вид: $w = \mu z^k + \gamma \bar{z}^k$, $\mu, \gamma \in \mathbb{C}$. Тогда «новая» функция имеет вид $u(z, \bar{z}; \alpha, \mu, \gamma) = u_0 + \frac{\mu}{2\alpha(k+1)} (z_0^{2k+2} - z^{2k+2}) + \frac{\gamma}{2\alpha(k+1)} (\bar{z}_0^{2k+2} - \bar{z}^{2k+2})$. Показатель степени однородности полученной функции $2k+2$. Следует отметить, что никаких дополнительных ограничений на степень однородности k введено не было, поэтому, в общем случае, k не является целым числом. В случае рассматриваемой функции w для обеспечения однородности функции u необходимо, чтобы $u_0 + \frac{\mu z_0^{2k+2} + \gamma \bar{z}_0^{2k+2}}{2\alpha(k+1)} = 0$. Для этого необходимо соответствующим образом подобрать параметры α, μ, γ и выбрать начальные условия.

Выводы. Для исследования свойств однородных гармонических функций используются дифференциальные операторы первого порядка с коэффициентами в виде линейных форм. При этом задача сведена к анализу условий разрешимости систем линейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. В докладе приведено выражение, производящее новые однородные гармонические функции как решение задачи Коши для дифференциального оператора в частных производных на комплексной плоскости. Также приведен пример построения семейства новых однородных гармонических функций, иллюстрирующий данный метод. Полученный метод универсален, так как позволяет получить решение без дополнительных ограничений на показатель степени однородности гармонической функции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Голиков Ю.К., Краснова Н.К. Электрические поля, однородные по Эйлеру, для электронной спектроскопии // Журнал технической физики. 2011. Т. 81, № 2. С. 9–15.
2. Краснова Н.К. Теория и синтез диспергирующих и фокусирующих электронно-оптических сред. Дис.-ра. физ.-мат. наук. СПб., 2013. 259 с.
3. Голиков Ю.К., Краснова Н.К. Обобщенный принцип подобия и его применение в электронной спектроскопии // Прикладная физика. 2007. № 2. С. 5–11.
4. Аверин И.А. Электростатические и магнитостатические электронные спектрографы с однородными по Эйлеру потенциалами, характеризующимися нецелочисленными порядками однородности // Научное приборостроение. 2015. Т. 25, № 3. С. 35–44.
5. Бердников А.С., Аверин И.А. Новый подход к разработке ионно-оптических схем статических масс-спектрографов на основе неоднородных магнитных полей, однородных по Эйлеру // Успехи прикладной физики. 2016. Т. 4, № 1. С. 89–95.

6. Бердников А.С., Аверин И.А., Краснова Н.К., Соловьев К.В. Общие формулы для трехмерных электрических и магнитных потенциалов, однородных по Эйлеру с целочисленным порядком однородности // Научное приборостроение. 2016. Т. 26, № 4. С. 13–30.
7. Краснова Н.К., Бердников А.С., Соловьев К.В., Аверин И.А. О квазиполиномиальных трехмерных потенциалах электрических и магнитных полей // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Физико-математические науки. 2017. Т. 10. № 1. С. 81–92.
8. Бердников А.С., Аверин И.А., Краснова Н.К., Соловьев К.В. Интегральные формулы для трехмерных электрических и магнитных потенциалов, однородных по Эйлеру с нецелочисленными порядками однородности // Научное приборостроение. 2016. Т. 26. № 4. С. 31–42.
9. Бердников А.С., Аверин И.А., Краснова Н.К., Соловьев К.В. Простейшие аналитические электрические и магнитные потенциалы, однородные по Эйлеру // Вестник Актыбинского регионального государственного университета им. К. Жубанова. Физико-математические науки. 2016. № 2(44). С. 17–32.
10. Томсон У. (лорд Кельвин), Тэт П.Г. Трактат по натуральной философии. Часть I. Москва – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2010. 572 с.
11. Томсон У. (лорд Кельвин), Тэт П.Г. Трактат по натуральной философии. Часть II. Москва – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2011. 560 с.

УДК 538.913

А.И. Чердниченко
Алтайский государственный гуманитарно-педагогический университет
им. В.М. Шукшина, Бийск^(*)

ДИСКРЕТНЫЕ БРИЗЕРЫ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ И СФЕРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ ГЦК КРИСТАЛЛОВ

Локальные возмущения структуры атомов вблизи поверхности кристаллов способны вызывать разнообразные нелинейные эффекты, оказывающие воздействие на структурные и энергетические трансформации материала на значительном удалении от поверхности. Свойства локализованных возмущений значительно изменяются в зависимости от энергетического ландшафта поверхности. В настоящем исследовании рассматриваются колебательные моды, расположенные вблизи поверхности, и их характеристики в контексте дискретных бризеров. Под дискретными бризерами понимают нелинейные пространственно-локализованные колебательные моды [1].

Цель работы заключалась в выявлении закономерностей существования дискретных бризеров в зависимости от их положения на поверхности кристалла.

Исследование высокоамплитудных колебаний атомов на поверхности кристаллов различной кривизны было проведено с использованием метода молекулярной динамики. Взаимодействие атомов описывалось ЕАМ-потенциалом, представленным в работе [2].

Модели были построены в виде кристаллов сплава Pt_3Al цилиндрической и сферической формы. За единицу измерения радиусов кристаллов был принят параметр кристаллической решетки $a = 3,876 \text{ \AA}$. Были созданы модели кристаллов с радиусами от $1a$ до $10a$, которые содержали от 19 до 18825 атомов. Для каждого модельного кристалла была получена картина распределения потенциальной энергии (рис. 1).

На поверхностях данных кристаллов рассмотрены разные конфигурации локализации дискретных бризеров на атомах Al. Атомы этого типа смешались относительно их начальных

^(*) А.И. Чердниченко, anton.chered@mail.ru

координат по оси X с амплитудами от 0,2 до 1 Å с шагом 0,05 Å. Моделирование выполнено с использованием программы LAMMPS в NVE ансамбле при начальной температуре 0 К.

В рамках компьютерного эксперимента было исследовано воздействие энергетического ландшафта поверхности кристаллов на возможность существования устойчивых локализованных возбуждений, а также были получены зависимости частоты колебаний от амплитуды. Частотно-амплитудная зависимость представляет собой ключевую характеристику дискретных бризеров, поскольку позволяет определить тип нелинейности, ассоциирует начальные отклонения с установившейся частотой. Мягкий тип нелинейности определяется тенденцией снижения частоты при увеличении амплитуды, в то время как жесткий тип нелинейности связан с ростом частоты при увеличении амплитуды.

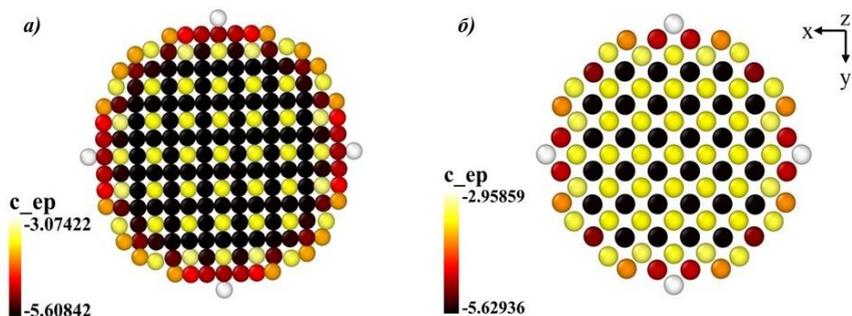


Рис. 1. Распределение потенциальной энергии на поперечных срезах моделей кристаллов с радиусом, равным 4а: а) цилиндр; б) сфера

В случае моделей цилиндрической формы нами обнаружен мягкий вид нелинейности у дискретных бризеров на поверхности кристалла [3]. В моделях сферических кристаллов также прослеживается мягкий тип нелинейности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Flach S., Gorbach A. Discrete breathers - Advances in theory and applications // Physics Reports. 2008. – Vol. 467 (1). – P. 1-116.
2. Zhou X. W., Johnson R. A., Wadley H. N. G. Misfit-energy-increasing dislocations in vapor-deposited CoFe/NiFe multilayers // Physical Review. B. – 2004. – Vol. 69. – P. 144113.
3. Cherednichenko A. I., Zakharov P. V., Eremin A. M., Starostenkov M.D., Korznikova E.A., Dmitriev S.V. Effect of surface curvature of an FCC crystal on the characteristics of localized vibrations of atoms // St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. – 2023. – Vol. 16 (1.1). – P. 191-196.

МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ СВЯЗИ. ПРОВЕРКА НЕКОТОРЫХ ФОРМУЛ КИНЕМАТИКИ В ПОДВИЖНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ

Введение. Место математики в процессе познания давно известно. Это «язык любой науки» и механизм обобщения фактов разных предметных областей без излишней информации об объектах. Например, такие явления, как размножение бактерий в бесконечном бульоне со временем, размножение нейтронов при цепной реакции в атомной бомбе, рост вклада в банке, убывание реагента в химической реакции, распад радиоактивного элемента, уменьшение интенсивности света, проходящего через вещество, (примеры можно продолжить) в математике описывается одним и тем же дифференциальным уравнением. Важно лишь, что скорость изменения искомой величины при изменении аргумента (времени, толщины и т.д.) пропорциональна самой величине. При этом неважно убывает или возрастает величина, это описывается знаком коэффициента пропорциональности.

В этой связи роль междисциплинарных связей при обучении трудно переоценить. Любому специалисту необходимо владеть приемами математики, используемыми для решения проблем в его предметной области. При этом возможны разные варианты обучения: дедуктивный (преобладает в педагогической практике) и индуктивный. Дедуктивный предполагает, что мы излагаем математику «абстрактно», лишь иногда иллюстрируя изложение демонстрационными примерами применения. Индуктивный требует, чтобы изложение материала в предметной области «наткнулось» на необходимость применения математики, а затем уже математика. Возможна ли смешанная, эклектичная форма обучения?

Цель работы. Данная работа посвящена первичной попытке создать прецедент подобного компромиссно-эклектичного, но подробного, изложения на примере, а именно: вопросу связи преподавания математики и физики – проверке формул физики (раздел «кинематика»), тема «механика материальной точки») аппаратом математики (раздел «применение производных»), тема «кривизна плоской кривой») на простом частном случае.

Условие задачи. По условию задачи дано уравнение движения точки, (траектория движения – плоская кривая, заданная параметрически), а также момент времени t_0 , в который нужно найти нормальное и тангенциальное ускорения.

Физическое решение. Воспользуемся формулой для нормального ускорения — нормальное ускорение равняется частному квадрата скорости и радиуса кривизны траектории движения.

Радиус кривизны можно найти с помощью формулы кривизны для функции, заданной параметрически.

Для нахождения скорости вспомним, что физическим смыслом производной первого порядка координаты по времени является скорость. Поэтому находим проекции скорости точки $V_x|_{t_0}$ и $V_y|_{t_0}$, после чего считаем полную скорость.

Тангенциальное ускорение — это производная первого порядка модуля скорости по t .

Расчеты методами физики приведены на рис. 1.

(*) Б.С. Терушкин, boris_terushkin@mail.ru

Дано: $x = t$ $y = t^2$ $t_0 = 1$	$\dot{x} = (t)' = 1$ $\dot{y} = (t^2)' = 2t$	$\ddot{x} = (\dot{x})' = (1)' = 0$ $\ddot{y} = (\dot{y})' = (2t)' = 2$	$a_n = \frac{v^2}{R}$	$a_{\tau} = \frac{d \vec{v} }{dt}$
Найти: a_n a_{τ}	$k _{t_0} = \frac{ 1 \cdot 2 - 0 \cdot 2t }{(1^2 + (2t)^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{2}{(1 + 4)^{\frac{3}{2}}} = \frac{2}{5\sqrt{5}}$	$k = \frac{ \dot{x}\ddot{y} - \dot{y}\ddot{x} }{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$	$R = \frac{1}{k}$	$ \vec{v} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$
	$R _{t_0} = \frac{1}{k} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$	$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$		
	$v_x = \dot{x} = 1$ $v_y = \dot{y} = 2t$			
	$v _{t_0} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$			
	$a_n _{t_0} = \frac{v^2}{R} = \frac{(\sqrt{5})^2}{\frac{5\sqrt{5}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$			
				$a_{\tau} _{t_0} = \frac{d \vec{v} }{dt} = \frac{d\sqrt{1+4t^2}}{dt} = \frac{0 + 4 \cdot 2t}{2\sqrt{1+4t^2}} = \frac{4t}{\sqrt{1+4t^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$

Рис. 1. Решение методами физики

Математическое решение. Найдем направляющий вектор касательной к траектории движения в момент времени t_0 : воспользуемся уравнением касательной, найдем тангенс угла ее наклона к оси абсцисс, после чего направляем вектор \vec{b} в соответствии с углом (рис. 2).

$$\begin{cases} x = t \\ y = t^2 \end{cases} \Rightarrow y = x^2 \quad \text{График - парабола}$$

Уравнение касательной:
 $y = y'_x \cdot (x - x_0) + y(x_0)$

$$y'_x = \frac{\dot{y}}{\dot{x}} = \frac{2t}{1} = 2t$$

$$y = 2 \cdot 1 \cdot (x - 1) + y(1) = 2x - 2 + 1 = 2x - 1$$

Направляющий вектор касательной:

$$\vec{b} = 1 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}$$

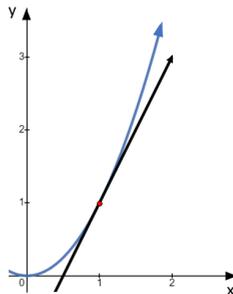


Рис. 2. Нахождение вектора касательной к траектории движения

При помощи производной второго порядка координаты по времени найдем проекции ускорения точки $a_x|_{t_0}$ и $a_y|_{t_0}$, получим вектор полного ускорения $\vec{a} = 0 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}$ и обозначим его на графике (рис. 3). Обозначим вектор нормального ускорения \vec{a}_n , который перпендикулярен касательной к траектории, то есть вектору \vec{b} .

Для дальнейшего решения нужно вспомнить два способа вычисления скалярного произведения векторов ($\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \beta$; $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y$), а также условие перпендикулярности двух векторов, а именно, «два вектора перпендикулярны, если их скалярное произведение равно нулю».

Проведем вектор \vec{z} , перпендикулярный вектору \vec{b} и сонаправленный вектору \vec{a}_n . Чтобы вектор \vec{z} был перпендикулярен вектору \vec{b} , их скалярное произведение должно равняться нулю. Пусть m и n – коэффициенты, которые стоят при ортах \vec{i} и \vec{j} вектора \vec{z} . Тогда скалярное произведение векторов \vec{b} и \vec{z} примет вид $m + 2n$. Остается только подобрать такие

m и n, чтобы это выражение равнялось нулю, а также чтобы вектор \vec{z} был сонаправлен с вектором нормального ускорения. Например, m = -2, a n = 1.

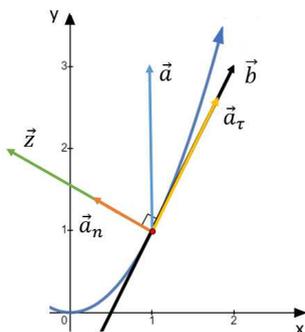


Рис. 3. Построения векторов

Значение нормального ускорения – это проекция вектора полного ускорения на вектор \vec{z} . А так как образуется прямоугольный треугольник, гипотенузой которого является вектор полного ускорения, то a_n можно выразить как произведение длины вектора на косинус угла β . Запишем скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{z} (рис. 4).

Эти два выражения имеют одинаковую часть, а именно произведение длины вектора \vec{a} на косинус угла β . Выражая эту часть через второе выражение, мы можем найти формулу для вычисления значения проекции одного вектора на другой, что и является нормальным ускорением. Данный метод применим также и для расчета значения тангенциального ускорения (рис. 4).

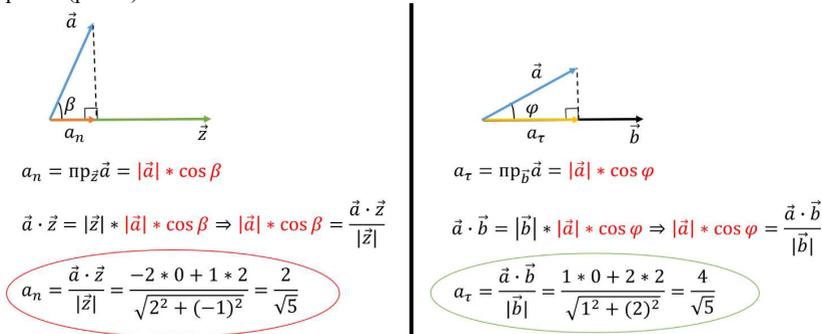


Рис. 4. Расчет нормального и тангенциального ускорения методами математики

Вывод. Тангенциальное и нормальное ускорения, полученные приложенными методами математики, совпадают с теми значениями, которые мы получили ранее из формул курса физики. Изложенный материал можно рассматривать как на занятиях по математике, так и по физике. Для закрепления материала и демонстрации необходимости изучения математики лучше и там, и там.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛАМИНАРНОЙ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ ВОЗДУХА ОКОЛО ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ОРЕБРЕННОЙ ТРУБЫ

Введение. В современном мире повсеместно распространены аппараты воздушного охлаждения (АВО), которые являются эффективными промышленными теплообменниками. Чаще всего производители АВО применяют в теплообменных секциях биметаллические оребренные трубы, так как основным недостатком аппаратов воздушного охлаждения по сравнению с водяными теплообменниками являются низкие теплофизические свойства воздуха как теплоносителя. При этом предпочтение во время реализации такого вида теплообменных аппаратов отдается режиму работы при свободной конвекции в силу более дешевого производства и поддержания работы систем на основе оребренных труб. Интенсификации эксплуатации АВО посвящено множество научных трудов, в том числе и [1], где производилась разработка многопараметрической методики теплового расчета и рекомендаций на проектирование аппаратов воздушного охлаждения.

В работе рассматривается ламинарное свободноконвективное течение воздуха около горизонтальной оребренной трубы. Постановка задачи соответствует условиям эксперимента [1]. Проведено параметрическое исследование влияния межреберного расстояния и формы ребра, нацеленное на повышение интенсивности и эффективности теплообмена.

Постановка задачи. Рассматривается течение воздуха вблизи одиночной оребренной трубы, формирующееся за счет действия силы плавучести. В расчетную область, геометрия которой показана на рис. 1а, включена часть несущей трубы (диаметр $d_0 = 26.4$ мм), на которой расположено одно ребро эллиптической формы. Ребро имеет толщину $\Delta = 0.55$ мм. Горизонтальная ось эллиптического ребра фиксировалась $d_h = 56.8$ мм, вертикальная ось изменялась в диапазоне значений $d_v = 41.6 \dots 56.8$ мм. Величина $k_F = 0.5(d_v - d_0)/h$, равная отношению высоты ребра вдоль вертикального направления к высоте ребра вдоль горизонтального направления, $h = d_h - d_0$, находится в диапазоне от 0.5 (форма ребра показана на рис. 1а красным цветом) до 1 (что соответствует ребру круглой формы). Расстояние между ребрами, S , варьировалось от $S_{\min} = 2.43$ мм до 14.58 мм. Для удобства представления данных введено обозначение: $k_S = S/S_{\min}$. Значение этого параметра оказалось равным 1...6. Основной геометрической характеристикой пучка является коэффициент оребрения: $\phi = 1 + 2h/(Sd_0) \cdot (d_0 + h + \Delta)$, который для вариантов $d_h = d_v$ и расмотренных геометрических параметров оказался равным 4.3...21.

Расстояние от трубы до горизонтальных границ расчетной области составило $5 d_h$, до вертикальных – $1.5 d_h$ и $4.5 d_h$ (рис. 1а). Результаты расчетов, нацеленных на исследование влияния расстояния от трубы до боковой границы на решение, показали, что увеличение расстояния до боковой границы в 3 раза слабо влияет на течение и теплообмен.

На рис. 1а красной штриховой линией изображены открытые границы расчетной области, на которых при втекании среды в расчетную область задается температура окружающего воздуха $T_0 = 295$ К, в соответствии с условиями эксперимента [1]. Поверхность несущей трубы поддерживалась при температуре $T_w = 315 \dots 506$ К. Число Грасгофа $G_r = g \beta d_0 \Delta T / \nu^2$ для заданных перепадов температуры, $\Delta T = T_w - T_0$, составляет

^(*) Д.Э. Агеев, ageew.danya@yandex.ru

$(0.5...5.2) \cdot 10^5$; такие значения относятся к ламинарному режиму течения. На остальных границах расчетной области задавалось условие симметрии.

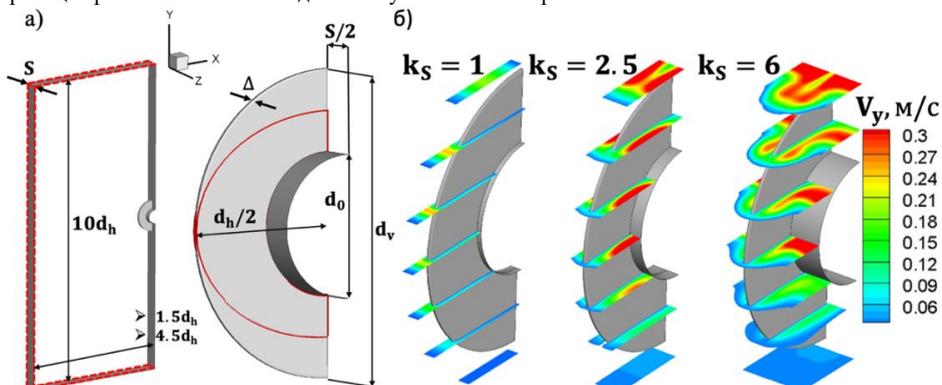


Рис. 1. а) Геометрия расчетной области и пример изменения формы ребра (красная сплошная линия), б) распределение скорости V_y для разных значений k_s

Математическая модель и вычислительные аспекты. Моделирование свободной конвекции воздуха около нагретой трубы осуществлялось на основе решения стационарных уравнений Навье-Стокса. Система определяющих уравнений дополняется уравнением баланса энергии. Задача решалась в сопряженной постановке: для расчета поля температуры в алюминиевом ребре использовалось уравнение теплопроводности. Учет сил плавучести осуществлялся моделью совершенного газа, для которой были использованы полиномиальные зависимости плотности и коэффициентов переноса от температуры, построенные по данным [2].

Использовались построенные в пакете ICFM CFD квазиструктурированные сетки, число ячеек которых составило 30 и 200 тыс. Показано, что решение обладает малой чувствительностью к расчетной сетке, в силу чего было решено в основной серии расчетов использовать сетку размерностью 30 тыс. ячеек. Расчеты выполнены в пакете ANSYS Fluent 22.1. Дискретизация пространственных производных выполнена со вторым порядком точности. Для всех расчетов получены сошедшиеся по невязкам стационарные решения.

Результаты расчетов. На рис. 16 представлены типичные распределения скорости, полученные в расчетах с различными межреберными расстояниями при фиксированном перепаде температуры $\Delta T = 211$ К ($Gr = 5.2 \cdot 10^5$). Показано, что для всех вариантов расчета реализуется подъемное течение воздуха с формированием теплового факела над поверхностью трубы. Для варианта $k_s = S_{min}$ (и $\phi = 21$) течение в межреберном пространстве слабое, характерные значения скорости не превышают 15 см/с для максимального перепада температур. С увеличением Gr теплоотдача от поверхности оребренной трубы возрастает (рис. 2а): значения числа Нуссельта $Nu = Q d_0 / F \lambda \Delta T$, осредненные по поверхности трубы, изменяются на 30% (от 0.6 до 0.9) при изменении Gr в три раза (от $0.5 \cdot 10^5$ до $1.5 \cdot 10^5$). Полученные в расчетах значения теплоотдачи хорошо согласуются с экспериментальными данными [1] в рассмотренном диапазоне значений Gr , так по данным расчета значения Nu оказались выше экспериментальных значений не более чем на 13%.

С увеличением величины k_s в межреберное пространство начинает проникать большее количество жидкости, за счет чего скорость потока существенно возрастает (рис. 16). С увеличением скорости в межреберном пространстве пучка увеличивается и теплоотдача от поверхности ребра и несущей трубы. Оценка эффективности теплообмена в трубах с

разными значениями величины k_S проводилась с учетом межреберного расстояния. На рис. 26 представлены данные о теплоотдаче отнесенной к единице длины ребренной трубы, Nu/k_S , для двух значений ΔT , равных 82 и 211 К (соответствующие значения Gr равны $2 \cdot 10^5$ и $5.2 \cdot 10^5$). По данным расчетов определено оптимальное значение $k_S = 2.5$, при котором величина Nu/k_S максимальна. При больших значениях k_S эффективность ребра снижается и при $k_S = 6$ величина Nu/k_S достигает значений схожих со значениями при $k_S = 1$.

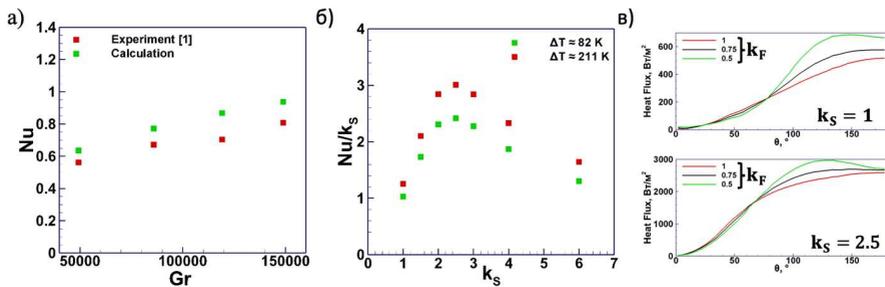


Рис. 2. а) Теплоотдача при разных значениях Gr , полученная в расчетах и в эксперименте [1], б) значение Nu на единицу длины для разных k_S , в) изменение теплового потока вдоль θ

На рис. 2в представлены распределения удельного теплового потока q_w , осредненного по секторам ребра с углом в 4° , построенным вдоль окружного направления (здесь $\theta = 0^\circ$ относится к самому верхнему сектору, а $\theta = 180^\circ$ – к нижнему). В таблице 1 приведены осредненные по поверхности ребра значения числа Нуссельта для ребра, формой которого является круг ($k_F = 1$), и для двух ребер эллиптической формы $k_F = 0.75$ и $k_F = 0.5$.

Табл. 1. Значения Nu для разных форм ребра

Форма ребра в сечении, перпендикулярном оси z	k_F	Nu	
		$k_S = 1$	$k_S = 2.5$
Круг	1	1.25	7.52
Эллипс	0.75	1.43	8.42
	0.5	1.66	9.12

Изменение формы ребра от круговой до эллиптической позволяет увеличить площадь ребра, эффективно отдающую тепло (нижнюю часть ребра), при $\theta \geq 80^\circ$. Показано, что для вариантов с минимальным межреберным расстоянием ($k_S = 1$) с уменьшением k_F значения Nu увеличиваются на 25%, а для вариантов с оптимальным межреберным расстоянием ($k_S = 2.5$) значения Nu увеличиваются всего на 18%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Маршалова Г.С. Тепловой расчет и проектирование аппаратов воздушного охлаждения с вытяжной шахтой // дисс. ... канд. техн. наук: 01.04.14. 2019. 153 с.
2. Гейхарт Б., Джалурия Й., Махаджан Р.Л., Саммакия Б. Свободноконвективные течения, тепло- и массообмен: В 2-х книгах, кн.2: Пер. с англ. М.: Мир. 1991. 528 с.

РАЗВИТИЕ ПРОГРАММНОГО КОДА SINF/FLAG-S:
РЕАЛИЗАЦИЯ И ТЕСТИРОВАНИЕ LES WALE МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Введение. *SINF/Flag-S* – конечно-объемный неструктурированный CFD-код, разрабатываемый в ВШПМиВФ Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого. В коде *SINF/Flag-S* реализован ряд полуэмпирических RANS моделей турбулентности, а также LES модель Смагоринского и несколько гибридных RANS/LES моделей.

Цель работы. Данная работа посвящена реализации в коде *SINF/Flag-S* подсеточной модели турбулентности WALE для расчетов на основе LES подхода, а также проведению сопоставительных (с использованием пакета ANSYS Fluent) LES/WALE-расчетов внутреннего, пространственно-периодического турбулентного течения струйного характера.

Модель WALE. После применения операции пространственной фильтрации к уравнениям Навье-Стокса и принятия некоторых допущений можно получить отфильтрованные уравнения LES подхода [1], где возникает подсеточный тензор напряжений τ_{SGS} , связь которого с параметрами осредненного течения подлежит определению. Для замыкания системы уравнений необходимо использовать подсеточную модель. Широко используемые в вычислительной практике являются модели вихревой вязкости, которые оперируют понятием подсеточной вязкости μ_{SGS} . При этом подсеточный тензор напряжений τ_{SGS} определяется с использованием гипотезы Буссинеска (1), как линейная функция тензора скоростей деформации численно разрешаемого (крупномасштабного) движения \tilde{S} . Здесь знаком «тильда» обозначаются пространственно-отфильтрованные переменные.

$$\tau_{SGS,ij} = 2\mu_{SGS} (\tilde{S}_{ij} - \tilde{S}_{kk}\delta_{ij}/3), \quad (1)$$

где $\tilde{S}_{ij} = (\tilde{g}_{ij} + \tilde{g}_{ji})/2$ – компоненты тензора скоростей деформации, $\tilde{g}_{ij} = \partial \tilde{u}_i / \partial x_j$ – компоненты тензора градиента скоростей.

В 1999 году, имея в виду серьезные недостатки популярной на тот момент модели Смагоринского в пристеночной области, Nicoud и Ducros [2] предложили локальную модель вихревой вязкости, адаптированную для расчета пристеночных течений (Wall-Adapting Local Eddy-viscosity, WALE). Для расчета подсеточной вязкости, учитывающего специфику поведения характеристик турбулентности в пристеночном пограничном слое, ими из соображений размерности была получена формула (2)

$$\mu_{SGS} = \rho \Delta_s^2 \frac{(S_{ij}^d S_{ij}^d)^{3/2}}{(\tilde{S}_{ij} \tilde{S}_{ij})^{5/2} + (S_{ij}^d S_{ij}^d)^{5/4}}, \quad (2)$$

где $S_{ij}^d = (\tilde{g}_{ij}^2 + \tilde{g}_{ji}^2)/2 - \delta_{ij} \tilde{g}_{kk}^2/3$, $\tilde{g}_{ij}^2 = \tilde{g}_{ik} \tilde{g}_{kj}$. Входящий в эту формулу подсеточный масштаб турбулентности определяется величиной $\Delta_s = \min(\kappa d, C_{WALE} V_{cell}^{1/3})$ [3], где κ – постоянная Кармана, d – минимальное расстояние до твердой границы, V_{cell} – объем расчетной ячейки. Настраечной (эмпирической) постоянной модели WALE – множителю C_{WALE} – присваивается значение 0.325 из условия, что модель обеспечивает такую же подсеточную диссипацию, как и модель Смагоринского, если для последней настроенный параметр C_S принят равным 0.1.

^(*) В.Р. Адиатуллин, vlad-adia@mail.ru

Постановка задачи для сопоставительных расчетов. Рассматривается задача истечения затопленных струй несжимаемой жидкости в пространство между двумя параллельными стенками из ряда отверстий квадратного сечения, расположенных периодически. Схема течения представлена на рис. 1. Расчетная область, изображенная на рис. 2, представляет собой вытянутый параллелепипед длиной $L=22.5h$, высота и ширина канала равны $H=W=3h$. Жидкость поступает в канал через квадратное отверстие со сторонами h , расположенное по центру ограничивающей торцевой стенки, согласно показанному на рис. 2.

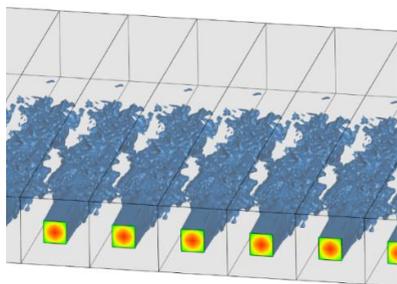


Рис. 1. Схема течения

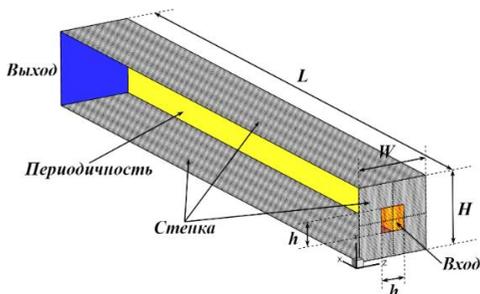


Рис. 2. Расчетная область

Режим течения определяется числом Рейнольдса, посчитанным по высоте входного отверстия h и среднерасходной скорости потока U_{bulk} , $Re_h = U_{bulk} \cdot h / \nu = 4500$. Граничные условия ставились согласно рис. 2. На твердых границах – условия прилипания В выходном сечении – нулевое избыточное давление. На границах в направлении оси z ставилось условие трансверсальной периодичности. На входной границе задавался неравномерный профиль скорости, полученный с применением аппроксимирующей степенной функции (с показателем $1/7$) для профиля в турбулентном пограничном слое.

Вычислительные аспекты. В расчетах использовалась квазиструктурированная расчетная сетка размерностью 3.1 млн ячеек. Сопоставлялись результаты решений, полученных с помощью расчетных кодов *SINF/Flag-S* и *ANSYS Fluent 2019R3*. Настройки решателей задавались максимально идентичными. Конкретно, применялся pressure-based решатель; вычисления проводились с двойной точностью; конвективные слагаемые аппроксимировались центральной схемой с использованием градиентов; вычисление градиентов осуществлялось по методу Грина-Гаусса; для расчета давления на гранях ячеек использовалась линейная интерполяция. Временная производная аппроксимировалась со вторым порядком точности, продвижение по времени осуществлялось методом дробных шагов с шагом по времени $\Delta t / t_{scale} = 0.0225$. Выборка для осреднения составляла 270 характерных времен $t_{scale} = h / U_{bulk}$.

Результаты. На рис. 3-4 представлены рассчитанные по двум кодам осредненные по времени поля продольной скорости u_x / U_{bulk} и поля разрешенной x_u -компоненты тензора реинльдсовых напряжений в срединном продольном сечении, параллельном плоскости периодичности.

В обоих решениях наблюдается схожее формирование затопленных струй, распространяющихся вдоль канала вниз по потоку. Распределения представленных характеристик течения лежат в одинаковом диапазоне значений. Однако наблюдается некоторое запаздывание развития пульсаций в слоях смешения (примерно на полкалибра) в решении, полученном по коду *SINF/Flag-S*, по сравнению с решением, полученным с

применением *Fluent* – это прослеживается по распределению u_x -компоненты тензора реинльдсовых напряжений на рис. 4. Данное различие можно объяснить неполной тождественностью реализаций численных схем, используемых в расчетах, во *Fluent* и *SINF/Flag-S*.

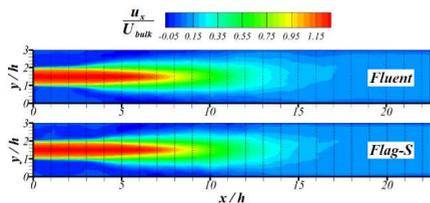


Рис. 3. Поле безразмерной осредненной продольной скорости в срединном продольном сечении, параллельном плоскости периодичности.

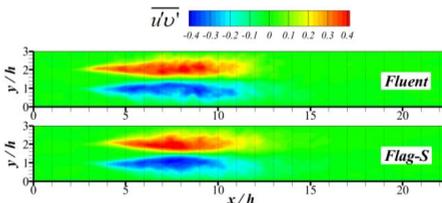


Рис. 4. Поле разрешенной безразмерной u_x -компоненты тензора реинльдсовых напряжений в том же сечении

На рис. 5 показаны осредненные по времени поле продольной скорости и векторное поле поперечного течения в поперечном сечении, расположенном в области смыкания слоев смещения (при $x=7h$ для *Fluent* и при $x=7.5h$ для *SINF/Flag-S*, согласно рис.4). Гидродинамическая картина в данной области характеризуется наличием относительно слабого поперечного течения, в основном «расползающегося» из ядра струи к стенкам и границам периодичности. За пределами ядра струи это поперечное течение сносится возвратным течением, причиной которого является механизм эжекции. Примечательно, что наиболее интенсивное возвратное течение наблюдается вблизи мест сопряжения стенки и периодичности.

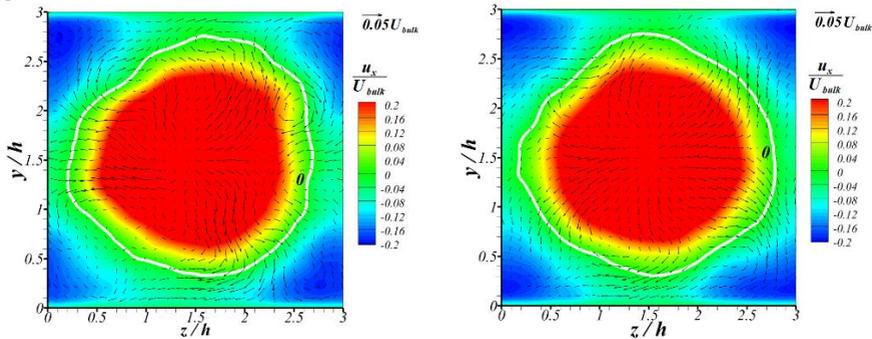


Рис. 5. Поле осредненной продольной скорости и векторное поле осредненного поперечного течения в поперечных сечениях: $x=7h$ для *Fluent* (слева) и $x=7.5h$ для *SINF/Flag-S* (справа)

На рис. 6 представлены поля осредненного по времени трения на стенках, обезразмеренного на величину $\tau_{w,s} = \mu U_{bulk} / h$. Максимальные значения трения расположены в относительно узких областях вблизи мест сопряжения стенки и периодичности, где, как отмечено выше, возвратные потоки наиболее интенсивны. Отметим, также, что вид полученных распределений говорит о необходимости дополнительного сбора статистики.

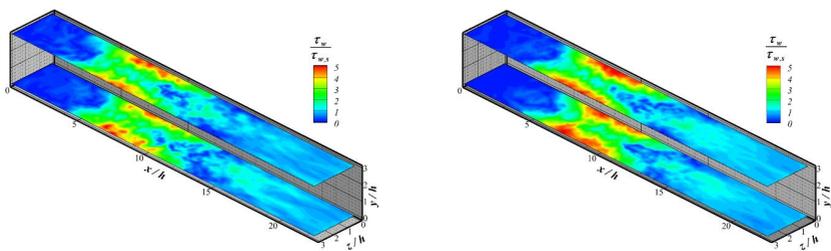


Рис. 6. Распределение осредненного трения на стенках: Fluent (слева) и Flag-S (справа)

В целом же можно заключить, что полученные по двум кодам решения совпадают с достаточной степенью точности, что подтверждает корректность реализации подсеточной модели WALE в коде *SINF/Flag-S*.

ЛИТЕРАТУРА

1. Berselli, Luigi C., Traian Iliescu, and William J. Layton. Mathematics of large eddy simulation of turbulent flows. Vol. 2. Berlin: Springer, 2006.
2. Nicoud F., Ducros F., Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor // Flow, Turbulence and Combustion. 1999. V. 62, No. 3. P. 183-200.
3. [Электронный ресурс] <https://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/node95.htm>

УДК 536.24

В.Р. Адиатуллин, В.В. Рис

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА НА НАЧАЛЬНОМ УЧАСТКЕ КАНАЛА ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ С ДВУСТОРОННИМ ВНУТРЕННИМ НАКЛОННЫМ ОРЕБРЕНИЕМ

Одно из ключевых условий долговременной эксплуатации газотурбинных установок (ГТУ) – эффективный съем тепла в лопатках турбины. Недостаточное охлаждение лопаточного аппарата может становиться причиной повреждения ГТУ. Охлаждение лопаток достигается пленочным охлаждением наружной поверхности, использованием теплоизоляционных покрытий и внутренним охлаждением за счет прокачивания охлаждающего воздуха через каналы внутри лопатки. Интенсификация теплоотдачи в таких каналах осуществляется с помощью оребрения стенок поперечными интенсификаторами различных конфигураций.

Настоящая работа посвящена численному моделированию турбулентного течения и теплообмена на начальном участке каналов прямоугольного и квадратного сечений с двусторонним внутренним наклонным оребрением, анализу структуры потока и его влияния на интенсификацию теплоотдачи.

Рассматривается турбулентное течение воздуха в каналах прямоугольного сечения $WH = 1.5$ с гидравлическим диаметром $D_h = 0.8W$ и квадратного сечения $WH = 1.0$ с гидравлическим диаметром $D_h = W$. Широкие стенки канала оребрены интенсификаторами квадратного сечения со стороной $e/H = 0.1$ (прямоугольный канал) и $e/H = 0.067$ (квадратный канал) под углом установки $\alpha = 45^\circ$ к продольной оси канала с шагом $P/e = 10$.

^(*) В.Р. Адиатуллин, vlad-adia@mail.ru

Расчетная область (рис. 1) состоит из 20 сегментов оребрения (рис. 2), входной части длиной $5P$ и выходной части длиной $10P$.

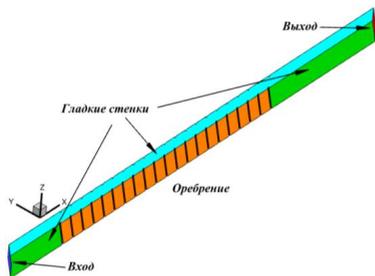


Рис. 3. Расчетная область

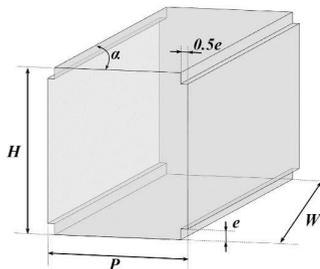


Рис. 4. Сегмент оребрения

Режим течения и теплообмена определяется числом Рейнольдса $Re = \rho U_b D_h / \mu = 2 \cdot 10^5$, где U_b – среднемассовая скорость, и числом Прандтля $Pr = 0.7$. Теплоотдача моделируется при постоянной температуре всех стенок T_w и входной среднемассовой температуре потока $T_{b0} > T_w$. Эффекты плавучести не рассматриваются.

Моделирование течения и теплообмена осуществлялось в программном пакете ANSYS Fluent 2019R3 численным решением осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса, замкнутых k- ω SST моделью турбулентности. В расчетах использовался стационарный решатель двойной точности, все уравнения дискретизировались со вторым порядком точности по пространственным переменным. Размерность сеток составила 16 млн. ячеек для канала прямоугольного сечения и 18 млн. для канала квадратного сечения.

На твердых границах поставлены условия прилипания и постоянства температуры T_w . На входной границе задавались развитые в гладком канале (при $Re = 2 \cdot 10^5$) распределения скорости, характеристик турбулентности и температуры (со среднемассовой температурой T_{b0}). В выходном сечении – нулевое избыточное давление. Размерные геометрические параметры, параметры среды и тепловые условия приняты в соответствии с условиями эксперимента, описанными в работе [1].

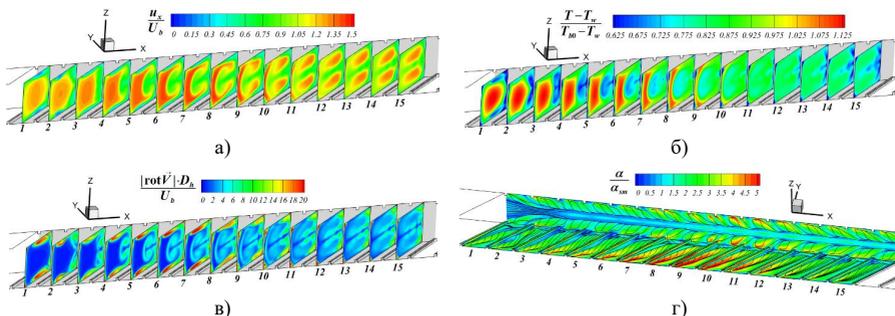


Рис. 3. Картины течения в канале квадратного сечения: а) продольная скорость, б) температура, в) завихренность, г) локальный параметр интенсификации теплоотдачи и донные линии тока

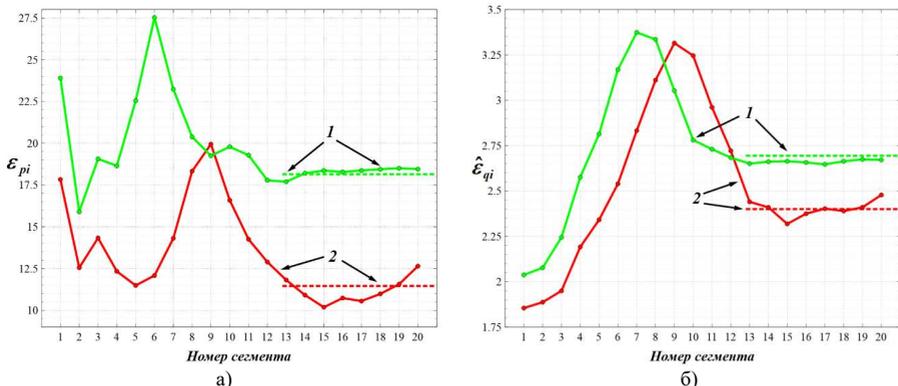


Рис. 4. Распределения вдоль канала а) параметра увеличения гидравлического сопротивления ε_{pi} , и б) параметра интенсификации теплоотдачи $\hat{\varepsilon}_{qi}$ на оребренной стенке: линии 1 – канал с $W/H=1.5$, линии 2 – канал с $W/H=1.0$, сплошные линии – зависимости на начальном участке, пунктирные линии – значения ε_p и $\hat{\varepsilon}_q$ в развитом течении (1 – $\varepsilon_p=18.14$, $\hat{\varepsilon}_q=2.69$; 2 – $\varepsilon_p=11.46$, $\hat{\varepsilon}_q=2.40$)

Результаты расчетов представлены на рисунках 3 и 4. На рис. 3 для канала квадратного сечения показаны распределения продольной скорости u_x / U_b , температуры $(T - T_w) / (T_{b0} - T_w)$, модуля завихренности $|\text{rot } \vec{V}| \cdot D_h / U_b$, локального параметра интенсификации теплоотдачи $\varepsilon_q = \alpha / \alpha_{sm}$, а также донные линии тока. В параметре интенсификации $\alpha = q_w / (T_w - T_{b0})$ – локальный коэффициент теплоотдачи, q_w – локальная плотность теплового потока и α_{sm} – рассчитанный нами средний коэффициент теплоотдачи в гладком канале на участке стабилизированного теплообмена. На рис. 4 показаны зависимости параметра увеличения гидравлического сопротивления $\varepsilon_{pi} = \zeta_i / \zeta_{sm}$, где $\zeta_i = 2\Delta p_i / (\rho U_b^2)$ – коэффициент потери давления на i -ом сегменте, посчитанный через перепад средних давлений Δp_i , и ζ_{sm} – коэффициент потери давления в гладком канале на участке длиной, равной периоду оребрения, и параметра интенсификации средней теплоотдачи на каждом сегменте оребренной стенке $\hat{\varepsilon}_{qi} = \hat{\alpha}_i / \alpha_{sm}$, в котором $\hat{\alpha}_i = \hat{q}_{wi} / (T_w - T_{bi})$, \hat{q}_{wi} – средняя плотность теплового потока на i -ом сегменте оребренной стенке и T_{bi} – среднemasсовая температура в среднем сечении на i -ого сегмента. Пунктирными линиями на рис. 4 отмечены величины ε_p и $\hat{\varepsilon}_q$, полученные нами для течения и теплообмена в оребренном канале в периодической постановке для случая развитого течения и стабилизированного теплообмена.

Картины продольной скорости и завихренности показывают (рис. 3), что в канале одновременно формируется система статистически стационарных вихрей, состоящих из пары продольно ориентированных вихрей и пар диагональных вихрей, число которых равно числу сегментов. У продольных и диагональных вихрей преобладающие компоненты завихренности ориентированы вдоль потока. Такая структура вихревого течения обеспечивает быстрое перемешивание и выравнивание температуры по сечению канала. При этом резко повышается теплоотдача и гидравлическое сопротивление, что наблюдается для первых семи-девяти сегментов в обоих каналах (рис. 4). Действительно, поведение донных линий тока демонстрирует формирование вблизи межреберных поверхностей диагональных вихрей, за счет которых в основном обеспечивается интенсификация теплоотдачи на гладких частях оребренных стенок. Под действием глобального вихря диагональный вихрь распространяется вдоль боковой стенки и постепенно деформирует ядро потока, что отчетливо видно по полям продольной скорости и температуры. В момент, когда

диагональные вихри полностью смешались с основным потоком, перестроив ядро потока, которое было на входе в оребренный участок, наблюдается максимум интенсификации теплоотдачи. Это происходит на 7-ом сегменте в прямоугольном канале и 9-ом сегменте в квадратном канале (рис. 4). После перестройки ядра и установления вторичного и основного потоков течение выходит на почти установившийся режим, характеризующийся близким к периодическому поведением течения и теплообмена. Это видно по распределениям пространственных параметров на рис. 3 и интегральных параметров на рис. 4. Для канала квадратного сечения на рис. 4 можно наблюдать более широкий интервал повышенной интенсификации теплоотдачи по сравнению с каналом прямоугольного сечения, что связано с более поздней перестройкой ядра входного потока.

В результате проведенного исследования установлено, что в каналах с периодическими сильными возмущениями потока, вызванными интенсификаторами теплоотдачи, течение и теплообмен изменяются вдоль канала по следующему сценарию: сначала в потоке формируются крупномасштабные структуры, увеличивающие теплоотдачу и сопротивление, затем, когда структуры оказываются сформированными, течение и теплоотдача переходят в фазу стабилизации, сопровождающуюся уменьшением локального сопротивления и теплоотдачи, и, наконец, когда поток полностью приспосабливается к геометрическим условиям, наступает его состояние, близкое к периодическому.

Результаты работы получены с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра СПбПУ (<https://scc.spbstu.ru>).

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ 23-29-00094.

ЛИТЕРАТУРА

1. Байбузенко И.Н. Совершенствование воздушно-конвективных систем охлаждения лопаток турбин с внутриканальным оребрением для энергетических газотурбинных установок большой мощности: дис. ... кандидата технических наук, МГТУ им. Н.Э. Баумана. - Москва, 2019. - 155 с.

УДК 532.526.5

М.В. Акунец, А.В. Гарбарук

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

МОДИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ SA ДЛЯ РАСЧЕТА ОБТЕКАНИЯ КРЫЛОВЫХ ПРОФИЛЕЙ ПРИ ОКОЛОКРИТИЧЕСКИХ УГЛАХ АТАКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОБРАТНОГО МЕТОДА И МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

Введение. Актуальной проблемой при использовании RANS подхода для расчета тех или иных классов течений зачастую является низкая точность расчета из-за несовершенства существующих моделей турбулентности, связанного с невозможностью создания универсальной модели для всех типов течений. Одним из перспективных направлений повышения точности расчетов конкретных типов течений является применение методов анализа данных и машинного обучения (ML) для установления новых функциональных зависимостей параметров моделей от характеристик осредненного течения. Например, для рекалибровки эмпирических констант применяются методы, основанные на Бассовском подходе [1] или методы с применением нейронных сетей [2]. Однако более перспективным являются направления поиска новых структурных или функциональных математических моделей для описания турбулентности в рамках RANS подхода [3]. К данному направлению можно отнести применение нейронных сетей для полной реконструкции течения (пример

^(*) М.В. Акунец, maхya.a.121@gmail.com

для развитого турбулентного пограничного слоя представлен в [4]). Более консервативным подходом является введение в существующие модели турбулентности дополнительных поправок, построенных с использованием методов ML [5]. Настоящая работа посвящена разработке такой поправки для модификации модели турбулентности Спаларта-Аллмараса (SA) [6] с целью повышения точности расчета крыловых профилей при околокритических углах атаки.

Модель турбулентности SA содержит одно дифференциальное уравнение переноса модифицированной турбулентной вязкости $\tilde{\nu}$, которое можно записать в следующей форме:

$$\frac{D\tilde{\nu}}{Dt} = P(\tilde{\nu}, U) - D(\tilde{\nu}, U) + T(\tilde{\nu}, U) \quad (1)$$

где $U(x, y)$ - осредненный по Рейнольдсу вектор консервативных переменных, P, D, T - соответственно генерационный, диссипативный и диффузионный члены.

В настоящей работе модификация модели SA выполнена путем введения безразмерного множителя $\beta(X)$ перед генерационным членом P в (1), где вектор X в каждой точке пространства является функцией компонент вектора консервативных переменных U .

Установление функциональной зависимости $\beta(X)$ может быть выполнено на основании расхождения рассчитанных параметров течения с эталонными данными (например, результатами DNS), однако такой подход сопряжен с рядом трудностей [5,7]. В настоящей работе применен метод FIML (Field Inversion and Machine Learning) [5], который лишен этих недостатков. Данная методика состоит из двух этапов. На первом этапе решается обратная задача моделирования и определяется оптимальное поле поправки $\beta(x, y)$, обеспечивающее наилучшую точность расчета. На втором этапе полученное в ходе расчета поле $\beta(x, y)$ вместе с полями $X(x, y)$ того же расчетного случая, применяются для обучения нейронной сети, которая реализует нелинейную зависимость $\beta(X)$.

Постановка задачи. Все расчеты были выполнены в конечно-объемном CFD-коде “Numerical Turbulence Simulation” (NTS-код). Для обучения нейронной сети и установления функциональной зависимости $\beta(X)$ было рассмотрено обтекание аэродинамического профиля s805 под углом атаки 11° , а апробация модифицированной модели турбулентности была выполнена на обтекании профилей s805, s809 и s827 в широком диапазоне углов атаки. Задача рассмотрена в сжимаемой постановке при числе Маха $M = 0.1$ при полностью турбулентном режиме обтекания. Размер расчетной области составил $40 C$, где C – хорда профиля, а расчетные сетки содержали около 37 тыс. ячеек и были достаточны для получения сошедшегося по сетке решения (расчетная область и сетка представлены на рис.1.а).

Задача поиска оптимального поля β (первый этап методики) была решена итерационно путем минимизации расхождения расчетного и экспериментального значений коэффициента подъемной силы в следующей постановке:

$$\beta^i = \beta^{i-1} - \alpha \frac{dJ}{d\beta}, J = f(C_L - C_{L,exp}) \quad (2)$$

где i – номер итерации оптимизации, $\alpha = 0.5$ - параметр, определяющий скорость оптимизации, производные $dJ/d\beta$ на каждом шаге оптимизации определялись с помощью метода сопряженных уравнений (метод Adjoint). Полученное в результате оптимизации поле поправки $\beta(x, y)$ представлено на рис. 1.б.

В качестве характеристик течения X , являющихся аргументом зависимости $\beta(X)$, был выбран следующий набор локальных безразмерных величин:

$$X = \{\bar{\Omega}, \chi, S/\Omega, \tau/\tau_{wall}, P/D, f_d\} \quad (3)$$

где $\bar{\Omega} = \Omega d^2 / (\nu + \nu)$, Ω - модуль тензора завихренности, d – расстояние до стенки, S – модуль тензора скоростей деформации, τ - модуль тензора Рейнольдсовых напряжений, τ_{wall} –

касательное напряжение на стенке, $f_d = 1 - \tanh([8r_d]^3)$, $r_d \equiv (v_i + v) / (\sqrt{V_{ij}} \kappa^2 d^2)$ - функция в модели SA, V_{ij} - градиенты скорости, $\kappa = 0.41$ - постоянная Кармана.

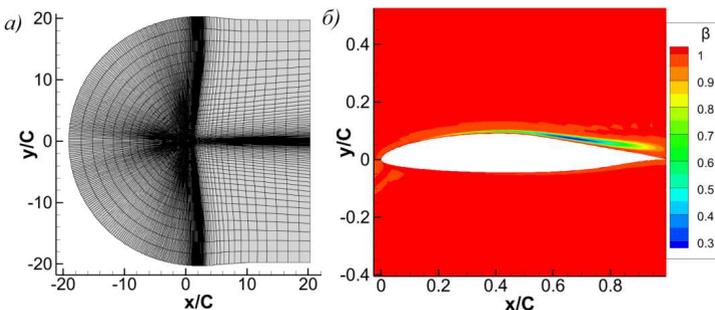


Рис. 1. Пример расчетной области и сетки (а) и поле β , полученное в результате оптимизации (б) для профиля s805.

Подготовка обучающей выборки, построение и обучение модели реализованы с помощью открытой библиотеки машинного обучения scikit-learn [8]. Обучение выполнено алгоритмом стохастического градиентного спуска с методом обратного распространением ошибки. Нейронная сеть содержит 2 скрытых слоя с 68 нейронами каждый, применялась логистическая функция активации.

Апробация модифицированной модели SA. Модификация модели турбулентности SA в виде поправки $\beta(X)$, полученной с помощью нейронной сети, была имплементирована в NTS-код и апробирована на обтекании крыловых профилей s805, s809 и s827 при различных углах атаки (рис. 2). Видно, что разработанная модификация модели SA (модель SA-NN) обеспечивает существенное повышение точности расчета во всех случаях, за исключением обтекания профиля s809 при малых углах атаки, где снижение точности является незначительным.

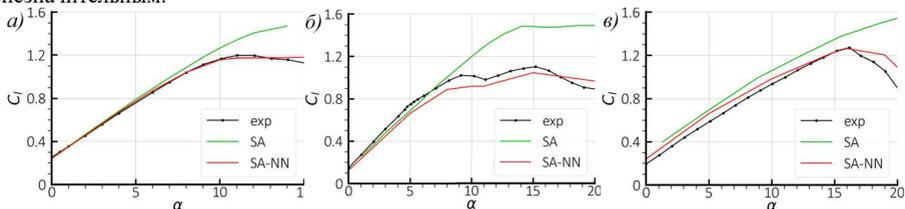


Рис. 2. Сравнение расчетных зависимостей коэффициента подъемной силы C_L , полученных с помощью оригинальной и модифицированной моделей SA, с экспериментальными данными для крыловых профилей s805 (а), s809 (б) и s827 (в).

Таким образом, модифицированная версия модели турбулентности (SA-NN) существенно превосходит оригинальную модель SA при расчете обтекания аэродинамических профилей при околокритических углах атаки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Cheung S.H., Oliver T.A., Prudencio E.E., Prudhomme S., Moser R.D., Bayesian uncertainty analysis with applications to turbulence modeling Reliab. Eng. Syst. Saf. – 2011. – Vol. 9 (96). – P. 1137–1149.

2. Yarlanki, S., Rajendran, B., Hamann, H. Estimation of turbulence closure coefficients for data centers using machine learning algorithms / 13th IEEE Intersociety Conference on Thermal and Thermomechanical Phenomena in Electronic Systems. – San Diego, CA. – 2012.
3. Edeling, W., Cinnella, P., Dwight, R. Predictive RANS simulations via Bayesian Model-Scenario Averaging // Journal of Computational Physics. – 2014. – Vol. 275. – P. 65-91.
4. Milano, Koumoutsakos, P. Neural network modeling for near wall turbulent flow // Journal of Computational Physics. – 2002. – Vol. 182(1). – P. 1–26.
5. Duraisamy K., Zhang Z.J., Singh A.P. New Approaches in Turbulence and Transition Modeling Using Data-driven Techniques / 53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting AIAA SciTech AIAA Paper. – 2015.
6. Spalart, P.R., Allmaras, S.R. A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows / 30th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno. – NV, Jan. – 1992.
7. A.A. Matyushenko, V.D. Golubkov, A.V. Garbaruk, M.Kh. Strelets. Application of machine learning approach for turbulence model improvement for flow around airfoil near stall conditions // St. Petersburg Polytechnic University Journal. Physics and Mathematics. – 2023. – Vol. 16(1.1). – P. 236–242.
8. Scikit-learn Machine Learning in Python. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://scikit-learn.org/> (дата обращения: 10.03.2024).

УДК 519.6:533.6.011

Е.В. Бабич, Е.В. Колесник
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УДАРНО-ВОЛНОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕЧЕНИЯХ С ПРИМЕНЕНИЕМ СХЕМ ПОВЫШЕННОЙ ТОЧНОСТИ

Введение. Сложные задачи, включающие ударно-волновое взаимодействие, встречаются во многих практических приложениях аэрогазодинамики и аэроакустики. К таким задачам относятся, например, обтекание лопасти вертолета и различных элементов сверхзвуковых летательных аппаратов, а также течение в смесителях сверхзвуковых двигателей. На сегодняшний день актуальным вопросом остается возможность аккуратного численного моделирования ударно-волнового взаимодействия, основные трудности которого связаны с ограниченными возможностями численных методов. Большинство методов, способных надежно разрешать скачки, обладают высоким уровнем диссипации, тогда как низкодиссипативные методы часто приводят к возникновению интенсивных численных осцилляций за фронтом ударной волны. Поэтому для получения качественных результатов с использованием минимальных вычислительных затрат необходимы методы, сочетающие надежность и высокую точность расчета. Настоящая работа посвящена оценке эффективности применения схем повышенной точности для расчета нестационарных задач, включающих большое количество ударно-волновых и ударно-вихревых взаимодействий.

Программное средство и рассматриваемые схемы. Тестовые расчеты проводились с использованием конечно-объемного «неструктурированного» программного кода SINF/Flag-S, разрабатываемого в Физико-механическом институте СПбПУ. Для повышения порядка точности реконструкция переменных на грани контрольного объема проводилась по квазиодномерной схеме, использовались схемы второго порядка точности (TVD схема с применением ограничителя van Albada для монотонизации решения), а также по схеме WENO, имеющей для гладких решений на равномерной сетке пятый порядок точности. Преимущество схем семейства WENO, которые на данный момент считаются наиболее

^(*) Е.В. Бабич, lll.helen.lll@mail.ru

эффективными схемами для расчета задач с разрывами [1], состоит в том, что они позволяют сочетать повышенную точность на гладких решениях и ограничивать генерацию осцилляций на разрывах.

Постановка задачи и вычислительные аспекты. Для тестирования схем были выбраны две модельные нестационарные задачи, в которых происходит ряд сложных процессов: развитие гидродинамической неустойчивости, взаимодействие ударных волн между собой, с контактными разрывами и вихревыми структурами.

Первая задача является обобщением известной задачи Римана на двумерный случай. В зависимости от распределения начальных параметров в задаче возникают такие сложные явления, как маховское отражение, сворачивание контактных разрывов и их неустойчивость. В данной работе решается задача под номером 17 из статьи [2]. Расчетная область представляет квадрат со стороной 1, и в начальный момент времени расчетная область разделена на четыре квадранта с однородным распределением параметров в каждом из них (1). Начальные данные подбираются таким образом, что на каждой границе раздела появляется только одна элементарная волна: ударная волна, волна разрежения или двумерный тангенциальный разрыв. На всех границах задаются условия однородности. Расчет проводится до момента времени $T_{\max} = 0.3$ с с использованием набора равномерных расчетных сеток с общим количеством ячеек N^2 , равным $2.5 \cdot 10^5, 10^6, 4 \cdot 10^6, 16 \cdot 10^6$.

$$Q|_{t=0} = \begin{cases} Q_{LT}, & x < 0.5, y > 0.5, \\ Q_{RT}, & x > 0.5, y > 0.5, \\ Q_{LB}, & x < 0.5, y < 0.5, \\ Q_{RB}, & x > 0.5, y < 0.5, \end{cases} \text{ где} \quad \begin{cases} \rho_{LT} = 2, p_{LT} = 2, u_{LT} = 0, v_{LT} = -0.3, \\ \rho_{RT} = 1, p_{RT} = 1, u_{RT} = 0, v_{RT} = -0.4, \\ \rho_{LB} = 1.0625, p_{LB} = 0.4, u_{LB} = 0, v_{LB} = 0.2145, \\ \rho_{RB} = 0.5197, p_{RB} = 0.4, u_{RB} = 0, v_{RB} = -1.1259. \end{cases} \quad (1)$$

Поле плотности в момент времени T_{\max} приведено на рис. 1а. Среди четырех возникающих в этой задаче одномерных разрывов есть два тангенциальных разрыва с разным перепадом скоростей, одна ударная волна и одна волна разрежения. Тангенциальные разрывы объединяются в вихрь внутри дозвуковой области в центре. Конец ударной волны «пирается» в нижний тангенциальный разрыв.

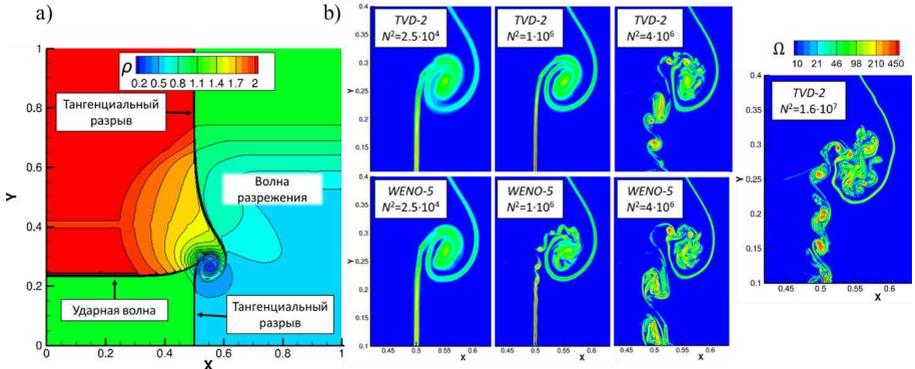


Рис. 1. Результаты для задачи о распаде двумерного разрыва в момент времени T_{\max} :

а) поле плотности (расчет по схеме TVD-2, $N = 2.5 \cdot 10^5$); б) поле завихренности в центре области для всех рассчитанных вариантов

На рис. 1б приведены результаты расчетов для набора равномерно измельчающихся сеток с использованием схем TVD-2 и WENO-5. В целом, обе схемы предсказывают правильную конфигурацию течения, согласующуюся с литературными данными [2]. Для

выявления отличий на рис. 1b приведены поля завихренности, на которых лучше заметны вихревые структуры, образующиеся в результате неустойчивости нижнего тангенциального разрыва. Видно, что сетка с числом ячеек, равным $N^2 = 2.5 \cdot 10^5$, является недостаточно подробной для развития неустойчивости, однако в расчете с использованием схемы WENO-5 вихрь разрешается точнее. Измельчения сетки в два раза все еще недостаточно для разрешения неустойчивости с использованием схемы TVD-2, тогда как в решении по схеме WENO-5 видны небольшие вихри, формирующиеся в центре пересечения тангенциальных разрывов. По результатам сравнения структуры течения, полученной с использованием более подробных сеток с «эталонным» решением (полученным на самой подробной сетке), можно сделать вывод, что из-за низкой диссипативности схема WENO-5 точнее воспроизводит неустойчивость, чем схема TVD-2.

Вторая задача, рассчитанная в данной работе, часто приводится в литературе для определения возможностей схем разрешать течения с большим количеством ударно-вихревых взаимодействий [3]. Сверхзвуковой поток вязкого газа с числом Маха 3.5 набегае на плоский цилиндр. Число Рейнольдса, построенное по диаметру цилиндра, составляет $Re_D = 10\,000$. На выходной границе задается сверхзвуковой поток. Расчеты проводились с использованием двух блочно-структурированных сеток с числом ячеек, равным 130 тыс. (базовая сетка) и 530 тыс. (подробная сетка). В качестве начального использовалось осредненное поле, полученное в стационарном приближении.

Поле плотности в момент времени $T = 0.01$ с для расчета с использованием базовой сетки и схемы TVD-2 с приведено на рис. 2. Перед цилиндром формируется головной скачок, поток за которым обтекает цилиндр. Вихревая дорожка, образующаяся в следе за цилиндром, взаимодействует с отраженными скачками уплотнения. Анализ полей, полученных при расчете с использованием схем TVD-2 и WENO-5, показывает, что решение по схеме WENO-5 точнее воспроизводит вихревые структуры, чем решение по схеме TVD-2. Этот эффект наиболее отчетливо виден в тех областях потока, где еще не произошло взаимодействие с отраженными скачками. Более подробно влияние схемы можно увидеть на графике временной зависимости продольной составляющей скорости течения в точках, расположенных на расстоянии $15D$ и $20D$ от центра цилиндра (рис. 3). При сравнении решений, полученных в расчетах с использованием схем TVD-2 и WENO-5 на базовой сетке, с решением на подробной сетке, видно, что схема TVD-2 несколько занижает локальные экстремумы, тогда как схема WENO-5 восстанавливает значения амплитуды вихрей до уровня амплитуды на подробной сетке. Из этого можно сделать вывод, что использование схемы WENO-5 в расчетах позволяет получить качественное решение на более грубой сетке, чем та, которая понадобилась бы в случае решения с использованием схемы TVD-2. Однако, из-за малой диссипативности за головной ударной волной при расчете с использованием схемы WENO-5 наблюдаются достаточно интенсивные численные осцилляции.

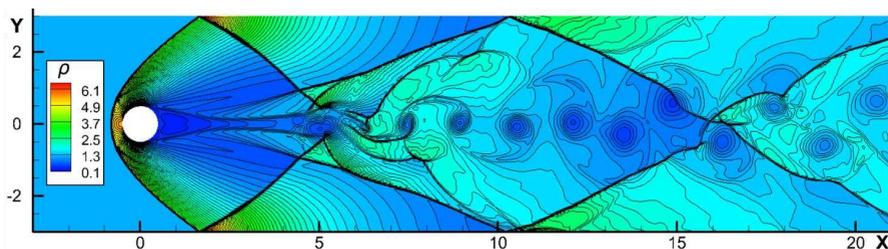


Рис. 2. Поле плотности для задачи сверхзвукового обтекания цилиндра в момент времени $T = 0.01$ с для расчета по схеме TVD-2 на подробной сетке

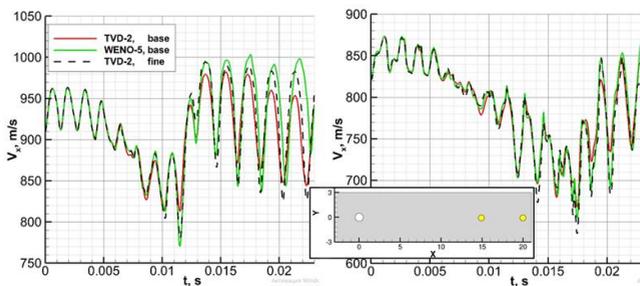


Рис. 3. Временная зависимость продольной составляющей скорости в двух точках мониторинга

Расчеты проведены с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра СПбПУ (<https://scc.spbstu.ru>).

ЛИТЕРАТУРА

1. Бахвалов П. А., Козубская Т. К. Схема EBR-WENO для решения задач газовой динамики с разрывами на неструктурированных сетках // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. – 2017. – С. 32.
2. Liska R., Wendroff B. Comparison of several difference schemes on 1D and 2D test problems for the Euler equations // SIAM Journal on Scientific Computing 25. – Vol. 3. – 2003. – P. 995–1017.
3. White J., Baurle R., Fisher T., Quinlan J., Black W. Low-Dissipation Advection Schemes Designed for Large Eddy Simulations of Hypersonic Propulsion Systems / 48th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. – 2012.

УДК 532.517:004.85

В.А. Баранов, А.Г. Абрамов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ГЛУБОКИМИ СВЕРТОЧНЫМИ НЕЙРОСЕТЯМИ ДВУМЕРНЫХ ПОЛЕЙ И АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ЗАДАЧЕ ОБТЕКАНИЯ КРЫЛОВОГО ПРОФИЛЯ

Введение. В настоящее время наблюдается взрывной рост интереса к методам и технологиям машинного обучения (МО) и их применению в постоянно расширяющемся спектре областей. Отдельное место в ряду популярных и быстроразвивающихся направлений МО занимают искусственные нейронные сети (ИНС), которые способны обрабатывать большие объемы информации и выявлять скрытые закономерности и признаки. Глубокие ИНС характеризуются большим количеством слоев и весов, а эксплуатирующие их подходы позволяют создавать на основе данных, полученных экспериментально или методами вычислительной физики, эффективные модели, претендующие на достоверность решений задач в широком наборе постановок.

Вычислительная гидродинамика является высоко востребованной областью фундаментальных и прикладных исследований, для которой характерна работа с большими данными. Комбинация численных методов и МО представляется весьма перспективной, способной обогатить эту область механики сплошных сред новыми возможностями и методиками исследований и существенно снизить вычислительные затраты [1, 2].

^(*) В.А. Баранов, baranov_va@spbstu.ru

Цель данной работы состоит в изучении возможностей и оценке качества применения глубоких сверточных нейросетей для прогнозирования полей величин и аэродинамических характеристик в классической задаче обтекания крылового профиля [3].

Постановка задачи. Физическая постановка задачи – ламинарное обтекание вязкой несжимаемой жидкостью симметричного крылового профиля NACA0012 длиной 1 м. Окружающая профиль двумерная расчетная область имела размер 10×9 м. Значение числа Рейнольдса, построенного по однородной скорости на входе и длине хорды профиля, было принято равным 200. На левой, нижней и верхней границах задавалась скорость с продольной компонентой 1 м/с; на правой границе ставилось мягкое условие, а на внешней границе профиля – условие прилипания. Базовая расчетная сетка C-типа, включающая 28 тыс. ячеек, была создана с помощью сеточного генератора Ansys ICFM CFD.

Создание гидродинамического датасета. Массовые гидродинамические расчеты (всего 5001) были проведены в пакете Ansys Fluent на основе схем второго порядка с задействованием разработанных скриптов автоматизации при разных углах атаки, изменяющихся в диапазоне от -25° до 25° с шагом 0.01° . В рамках первой решенной в работе задачи на основе методов МО осуществлялось предсказание полей скорости и давления. Это потребовало переинтерполяции величин на сетку размерностью 512×512 ячеек в окрестности профиля (3×3 м) с помощью макроса для пакета CFD-постпроцессинга Tecplot 360. Далее программами на языке Python величины для одного угла объединялись в тензор, и полученный датасет разделялся на обучающую и тестовую выборки (последняя включала данные для 9 значений угла атаки). Вторая задача заключалась в предсказании аэродинамических характеристик (подъемной силы и силы сопротивления) при задействовании модели, обученной в процессе решения первой задачи. Здесь использовались углы атаки от 0° до 25° , тестовой выборкой являлись 95 случайно выбранных значений угла.

Архитектуры нейронных сетей. За основу при построении модели ИНС была взята модифицированная архитектура автокодировщика U-Net. Данная нейросеть, как было продемонстрировано, хорошо подходит для решения обратной задачи сегментации – получения картин полей из имеющихся масок. ИНС были написаны с помощью библиотеки TensorFlow. Общее количество слоев нейросети составляло 54, количество весов – более 94 млн. Блок кодировщика заключал в себе два слоя свертки (3×3 с шагом 1), слой пулинга (2×2) и дропаута; блок декодировщика – «upsampling» (2×2 , фильтр Ланцоша с ядром 5), слой конкатенации и два слоя свертки. В скрытом пространстве располагались два сверточных слоя (2×2). Обучение производилось в параллельном режиме на GPU в течение 200 эпох с 10 итерациями в каждой; использовалась функция активации ReLu, функция ошибки MSE и оптимизатор Nadam. Для решения второй задачи веса обученной сети были заморожены. На выходные данные накладывалась маска посредством поэлементного умножения, затем вырезалась центральная область размером 180×80 и выполнялся переход к полностью связному слою с двумя выходами.

Результаты исследований. Анализируя результаты исследований можно заключить, что построенная нейросетевая модель при малых углах атаки дает более точные прогнозы, чем при больших (рис. 1, 2), при этом наилучшие результаты имеют место для полей продольной скорости. Значение метрики MSE на тестовой выборке составило 0.007. Обученная модель, размер которой в 30 раз меньше объема исходных данных и время работы в 20 раз меньше требуемого для проведения CFD-расчетов, позволяет получить предварительное оценочное решение или полноценно использоваться в областях, где не требуется высокая точность.

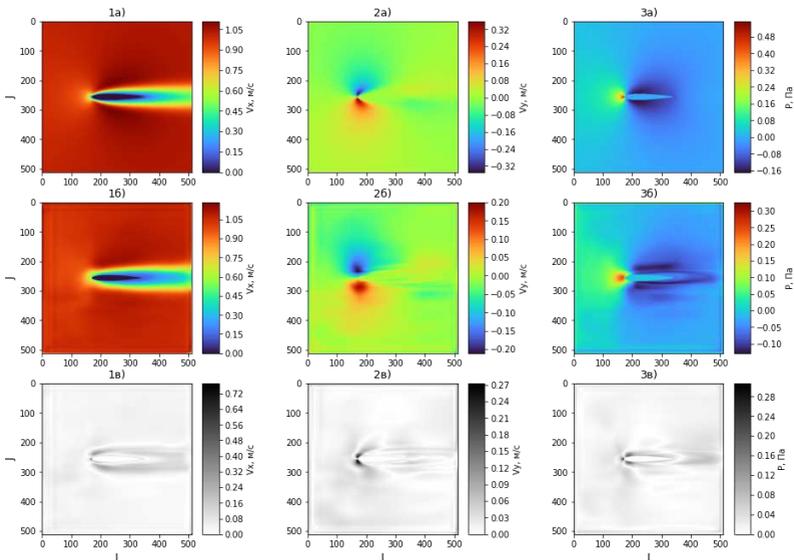


Рис. 1. Картины полей при угле атаки, равном -0.21° : 1 – поля продольной скорости, 2 – поля поперечной скорости, 3 – поля давления; а) – рассчитанные поля, б) – предсказанные поля, в) – поля абсолютной ошибки.

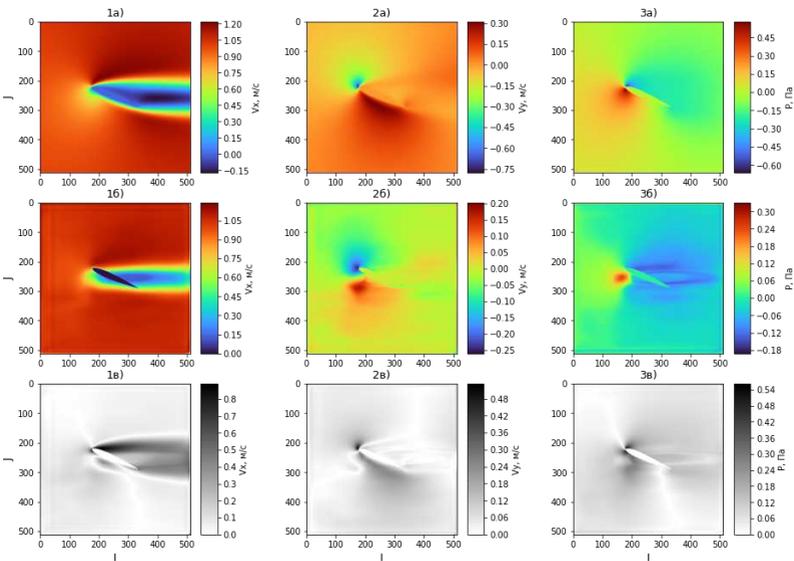


Рис. 2. Картины полей при угле атаки, равном 23.54° : 1 – поля продольной скорости, 2 – поля поперечной скорости, 3 – поля давления; а) – рассчитанные поля, б) – предсказанные поля, в) – поля абсолютной ошибки.

В отношении предсказания сил, заметное отклонение от истинных значений наблюдалось при малых и больших углах атаки (рис. 3). Модель является избыточной для решения задачи предсказания двух чисел по исходной геометрии. Дополнительные сравнения «большой» модели ИНС проводились с алгоритмами линейной регрессии (из библиотеки `scikit-learn`) и градиентного бустинга (из библиотеки `XGBoost`), которые оказались достаточно точными. При этом по значению метрики RMSE нейросеть показала худшие результаты среди всех трех алгоритмов – $1.3 \cdot 10^{-2}$ для ИНС, $5.4 \cdot 10^{-4}$ для бустинга и $6.8 \cdot 10^{-6}$ для регрессии. Применение ИНС в данном случае оправдано только отличием семантики задачи: нейросеть предсказывает силы по маске, а классические методы – по исходному углу. Использование методов МО в этой задаче обосновано относительной простотой и временем получения результата, которое на порядки меньше затрат на проведение численного моделирования.

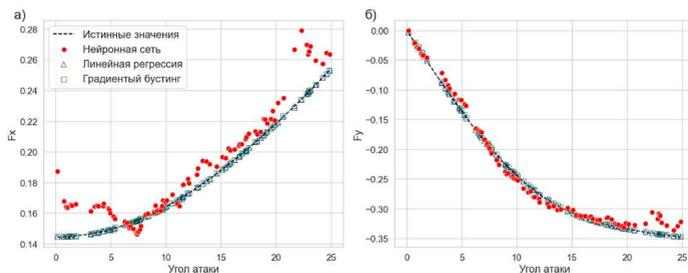


Рис. 3. Предсказание сил с помощью ИНС, линейной регрессии и градиентного бустинга: а) сила сопротивления; б) подъемная сила

Заключение. По итогам проведенных исследований можно сделать общий вывод, что обученные сверточные ИНС способны с приемлемым качеством осуществлять предсказание полей и аэродинамических характеристик крылового профиля в ограниченных диапазонах изменения угла атаки. Полученные результаты, методики и программные наработки будут задействованы в дальнейших исследованиях по применению ИНС к задачам механики сплошных сред с акцентом на существенное снижение вычислительных затрат.

Результаты были получены с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра СПбПУ (<https://scc.spbstu.ru>).

ЛИТЕРАТУРА

1. Brunton S.L. Applying machine learning to study fluid mechanics // *Acta Mech. Sin.* – 2021. Vol. 37. – P. 1718-1726.
2. Kochkov D., Smith J.A., Alieva A., Wang Q., Brenner M.P., Hoyer S. Machine learning-accelerated computational fluid dynamics // *Proc. Nat. Acad. Sci. USA.* – 2021. – Vol. 118(21). – e2101784118.
3. Thurey N., Weissenow K., Prantl L., Xiangyu Hu. Deep learning methods for Reynolds-Averaged Navier-Stokes simulations of airfoil flows. *AIAA J.* – 2020. – Vol 51(1). DOI: 10.2514/1.J058291.

НОВАЯ МУЛЬТИКАПИЛЛЯРНАЯ УСТАНОВКА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ЭЛЕКТРОРАСПЫЛЕНИИ ИЗ НЕСКОЛЬКИХ ЭМИТТЕРОВ

Введение. Основной областью применения электрораспыления является масс-спектрометрия [1,2], где метод используется для мягкой ионизации различных веществ. Помимо этого, электрораспыление жидкостей позволяет генерировать заряженные капли в широком диапазоне размеров: от нанометров до сотен микрометров в диаметре. Правильный и простой подбор параметров распыления дает возможность получать узкие или монодисперсные распределения диаметров таких капель, что находит широкое применение в различных технологиях, например, электрораспыление применяют для производства наночастиц, тонких пленок и различных полимеров [3,4].

Расширение области применения электрораспыления до практического применения в технологиях стало возможным благодаря созданию различных методов и устройств для увеличения его производительности, т.е. объемного расхода распыляемой жидкости. Одним из таких подходов является увеличение числа эмиттеров, которые осуществляют одновременное электрораспыление. На сегодняшний день существуют мультикапиллярные системы [1, 5-6], производительность которых не превышает единиц мл/мин. Наибольшее влияние на электрораспыление в мультикапиллярных системах оказывает объемный заряд, образуемый заряженными аэрозолями. Однако полного понимания физики процессов электрораспыления при этом нет. Так, в работе [7] была предложена модель для описания объемного заряда. Однако она рассматривает частный случай электрораспыления с внутренним диаметром эмиттеров меньше 120 мкм и расстояниями между ними меньше 1 мм. Другим подходом к увеличению объемного расхода жидкости стало использование распылительного газа [8]. Построение и изучение моделей электрораспыления с газом ведут до сих пор [9]. При этом полной картины процессов нет. Особенно это касается электрораспыления жидкости при объемных расходах больше 100 мкл/мин как в случае мультикапиллярных систем, так и распыляющим газом.

Целью данной работы являлось экспериментальное тестирование новой мультикапиллярной электрораспылительной системы (далее МЭС), позволяющей исследовать физические процессы при электрораспылении из нескольких эмиттеров, в том числе влияние распыляющего газа и объемного заряда. Исследование на данной установке позволяет расширить понимание физики процесса электрораспыления, а также дополнить и обновить существующие модели электрораспыления и влияния объемного заряда на него.

Экспериментальная установка. Схема МЭС представлена на рис. 1. На нем схематично изображен разрез установки вдоль ее средней плоскости. Электрораспыление осуществляется из 16 распылительных эмиттеров (3). Для этого газ и жидкость подаются в каждый эмиттер, который состоит из двух капилляров расположенных соосно (один в другом), и прикладывается разность потенциалов между транспортным электродом 4 и элементами 1,2 и 3 образующим единый распылительный электрод. Расстояние между эмиттерами – 25 мм, а размеры отверстия в транспортном электроде – 23 мм. Газ подается через четыре трубы 4 и модуль ввода газа 2, жидкость – через четыре фитинга 5 и четыре модуля ввода жидкости 1. Газовые капилляры имеют внутренний диаметр 0.5 мм, а жидкостные – 0.2 мм. Система оснащена дополнительным электродом между транспортным

электродом и модулем ввода газа, который закрывает крепеж для предотвращения его влияния на электрическое поле у эмиттеров. МЭС помещена в фторопластовый корпус и имеет держатель для удобного размещения на различных экспериментальных стендах.

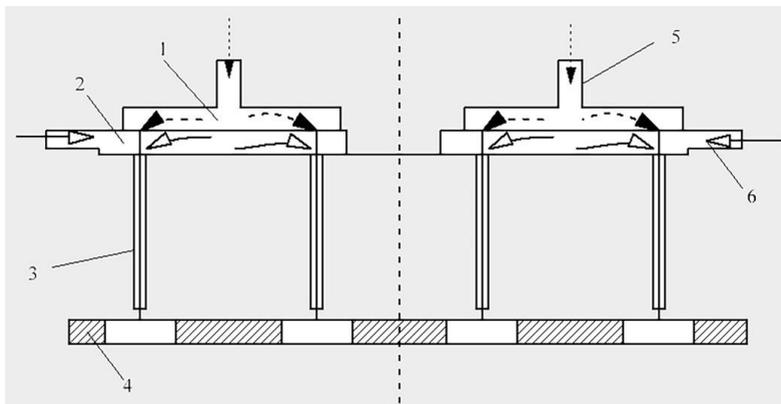


Рис. 1. Схема мультикапиллярной системы 1 – модуль ввода жидкости, 2 – модуль ввода газа, 3 – распылительный эмиттер, 4 – транспортный электрод, 5 – фитинг для ввода жидкости, 6 – трубка для ввода газа; пунктирные стрелки – ввод жидкости, сплошные – газа.

Транспортный электрод необходим для изолирования эмиттеров друг от друга и стабильного распыления, независимо от расположения коллекторов, которые могут находиться или не находиться за пределами мультикапиллярной системы. Изолирование эмиттеров друг от друга позволяет им работать независимо в начале распыления. Расчеты мультикапиллярной системы в Simion-8.1 показали неоднородность поля у капилляров не более 0.5%.

Тестирование МЭС проводилось при подаче этанола с объемными расходами от 1.7 до 10 мл/мин и объемными расходами газа от 0 до 32 л/мин. Система была дополнена коллектором на расстоянии от транспортного электрода, которое можно было менять от 50 до 120 мм. Напряжение распыления подавалось на распылительный электрод в диапазоне от 1.5 кВ до 4 кВ. Коллектор и транспортный электрод были под нулевым потенциалом относительно общей точки электрической цепи. Численными показателями работы были общий ток электрораспыления и ток, протекающий через транспортный электрод.

Результаты и обсуждение. МЭС показала возможность осуществлять электрораспыление при потоках до 10 мл/мин. При этом обеспечивается одновременная подача жидкости во все эмиттеры. Она может работать с газом и без газа при разном количестве эмиттеров: 4, 8, 12 и 16. При работе без газа объемный расход распыляемой жидкости достигает значений до сотен мкл/мин для 16 капилляров.

Эксперименты показали, что изменение объемного расхода газа и жидкости, напряжения распыления меняют ток электрораспыления от сотен нА до 5-6 мкА для 16 капилляров. При этом сильно изменяется доля тока, попадающего на транспортный электрод: от 10 до 90 %. Это объясняется различным влиянием объемного заряда заряженных аэрозолей при разных параметрах. Соответственно, можно исследовать влияние различных параметров установки на объемный заряд и процесс электрораспыления.

Таким образом, в работе представлена МЭС, позволяющая генерировать заряженные капли при потоке распыляемой жидкости до 10 мл/мин, и исследование электрораспыления.

В частности, представленная МЭС отлично подходит для изучения объемного заряда, так как в системе организована возможность распыления с 4, 8, 12 и 16 капиллярами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Yang Y., Deng J., Yao Z. P. Field-induced wooden-tip electrospray ionization mass spectrometry for high-throughput analysis of herbal medicines // *Analytica Chimica Acta* – 2015, № 887, p. 127-137. DOI: 10.1016/j.aca.2015.06.025
2. Fu X., Wang Y., Zhou Y., Xia B. Automated high-throughput characterization of microbial metabolites and species using array ballpoint electrospray ionization technique // *Rapid Commun Mass Spectrom* – 2023, 37(S1), e9528. DOI:10.1002/rcm.9528
3. Parhizkar M., Reardon P.J.T., Knowles J.C., Browning R.J., Stride E., Pedley R.B., Grego T., Edirisinghe M. Performance of novel high throughput multi electrospray systems for forming of polymeric micro/nanoparticles // *Materials & Design* – 2017, 126, p. 73-84. DOI:10.1016/j.matdes.2017.04.029
4. Almeria B., Fahmy T. M., Gomez, A. Multiplexed Electrospray Process for Single-Step Synthesis of Stabilized Polymer Particles for Drug Delivery // *Journal of Controlled Release* – 2011, 154(2), p. 203-210. DOI:10.1016/j.jconrel.2011.05.018
5. Kim W., Guo M., Yang P., Wang D. Microfabricated monolithic multinozzle emitters for nanoelectrospray mass spectrometry // *Analytical chemistry* – 2007, 79(10), 3703-3707 DOI:10.1021/ac070010j
6. Deng W., Waits C. M., Morgan B., Gomez A. Compact Multiplexing of Monodisperse Electrosprays // *Journal of Aerosol Science*, T. 40. – №. 10 – p. 907-918. DOI:10.1016/j.jaerosci.2009.07.002
7. Deng W., Gomez A. Influence of space charge on the scale-up of multiplexed electrosprays // *Journal of Aerosol Science*. – 2007. – Т. 38. – №. 10. – p. 1062-1078.
8. Tadjimukhamedov F. K., Stone J. A., Papanastasiou D., Rodriguez J. E., Mueller W., Sukumar H., Eiceman G. A. Liquid chromatography/electrospray/ion mobility spectrometry of chlorophenols with full flow from large bore LC columns // *International Journal for Ion Mobility Spectrometry* – 2008 – №. 11 – p. 51-60. DOI: 10.1007/s12127-008-0004-7
9. Lee J. Y., Kottke P. A., Fedorov A. G. Electrohydrodynamics of gas-assisted electrospray ionization mass spectrometry // *Journal of the American Society for Mass Spectrometry*. – 2020. – Т. 31. – №. 10. – p. 2073-2085.

УДК 532.5.013.4

В.Д. Голубков, А.В. Гарбарук
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ОБТЕКАНИЕ ЦИЛИНДРА КАК ТЕСТОВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ АПРОБАЦИИ ТЕХНОЛОГИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ МЕТОДА ГЛОБАЛЬНОГО АНАЛИЗА УСТОЙЧИВОСТИ

Введение. Стационарные решения, полученные в результате численного моделирования течений жидкости и газа, могут быть неустойчивыми и, следовательно, нереализуемыми на практике. Исследование устойчивости течения может быть выполнено путем численного решения нестационарных уравнений, однако это может потребовать продолжительного расчета с использованием значительных вычислительных ресурсов. Менее затратной альтернативной является проведение Глобального Анализа Устойчивости (ГАУ) [1]. Одним из элементов ГАУ является расчет дискретного аналога якобиана правой части уравнений Навье-Стокса (Н.-С.), для чего существует несколько различных подходов. Настоящая работа посвящена применению технологии автоматического дифференцирования для

(*) В.Д. Голубков, golubkovvd@gmail.com

решения этой задачи и ее апробации на примере задачи обтекания цилиндра при околокритическом числе Рейнольдса.

Глобальный Анализ Устойчивости ламинарных течений проводится в два этапа. На первом этапе численно находится стационарное («базовое») решение $\bar{q}(x, y)$ уравнений Н.-С.

$$\frac{\partial q}{\partial t} = RHS(q), \quad (1)$$

где $q(x, y, t)$ - вектор консервативных переменных, $RHS(q)$ - оператор правой части уравнений.

На втором этапе система (1) линеаризуется относительно базового решения, что с учетом гармонического представления малых возмущений приводит к задаче на собственные значения для оператора якобиана правой части уравнений Навье-Стокса $J = \frac{\partial RHS}{\partial q}(\bar{q})$:

$$J\hat{q} = \omega\hat{q}, \quad (2)$$

где $\hat{q}(x, y)$ - собственный вектор, соответствующий пространственному распределению амплитуд возмущений, $\omega = \omega_r + i\omega_i$ - собственное число, вещественная часть которого определяет показатель роста или затухания амплитуды возмущений во времени, а мнимая – частоту их колебаний.

На практике задача на собственные значения (2) решается численно для дискретного аналога оператора якобиана J , для получения которого разработано два подхода: континуальный и дискретный. В континуальном подходе сначала проводится дифференцирование оператора $RHS(q)$, а затем его дискретизация, в то время как в рамках дискретного подхода, используемого в данной работе, проводится дифференцирование дискретного аналога оператора $RHS(q)$. Несмотря на трудоемкость аналитического дифференцирования дискретного аналога $RHS(q)$, эта задача была решена в работе [2] и разработанный подход был успешно применен, например, при исследовании трансзвукового баффинга [3].

Решение задачи дифференцирования дискретного аналога $RHS(q)$ может быть существенно упрощено за счет использования технологии автоматического дифференцирования (АД) [4]. Метод АД базируется на том, что алгоритм вычисления любой сложной функции (в том числе и дискретного аналога $RHS(q)$) состоит из последовательного применения элементарных операций ϕ_i (сложение, умножение, возведение в степень и т. п.). Производная дискретного аналога $RHS(q)$ в методе АД вычисляется по правилу дифференцирования сложной функции с использованием того, что производные от элементарных функций ϕ_i известны. Библиотеки, реализующие АД, накапливают результаты этого дифференцирования в ходе расчета правой части уравнений Н.-С. и вычисляют дискретный аналог якобиана J .

В настоящей работе для проведения расчетов использовался конечно-объемный CFD-код “Numerical Turbulence Simulation” (код NTS). В этом коде для нахождения стационарных решений определяющих уравнений применяется метод установления. Для аппроксимации невязки потоков при расчете сжимаемых течений используется гибридная схема, представляющая собой взвесь центрально-разностной схемы четвертого порядка и противопоточной схемы Роу третьего порядка. Вязкие составляющие потоков аппроксимируются с помощью центрально-разностной схемы второго порядка. Для верификации описанной методики ГАУ развитие малых возмущений также было получено с использованием прямого численного решения нестационарных уравнений Н.-С. В этом случае численное интегрирование по времени осуществлялось с помощью неявной схемы Эйлера второго порядка.

Автоматическое дифференцирование дискретного аналога $RHS(q)$ было реализовано с помощью библиотеки ADF95 [6]. Для численного решения задачи на собственные значения использовался метод Крылова – Шура, который реализован с помощью открытой библиотеки SPEPC/PETSc.

Постановка задачи. Апробация технологии АД проводилась на примере ГАУ ламинарного обтекания цилиндра совершенным газом. Задача рассматривалась в сжимаемой постановке при числе Маха $M = 0.2$ и закритическом числе Рейнольдса $Re = 60$, незначительно превышающем число Рейнольдса потери устойчивости, $Re \approx 47$ (см., например, [5]), где число Рейнольдса построено по скорости набегающего потока U и диаметру цилиндра D . Размер расчетной области составлял $120D$ и был достаточен для того, чтобы устранить влияние граничных условий на базовое решение и результаты ГАУ. В этой области была построена серия расчетных сеток О-типа (пример такой сетки приведен на рис. 1) с равномерным распределением узлов по угловой координате и сгущением к стенке по радиальной координате (параметры построенных сеток приведены в табл. 1).

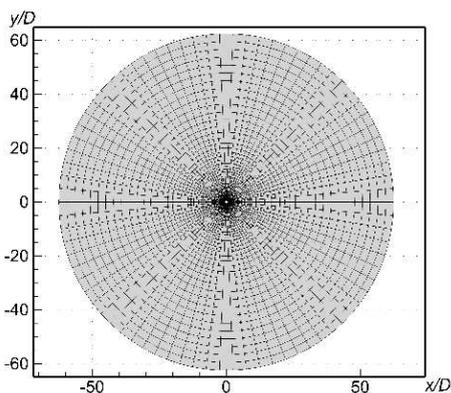


Рис. 1. Расчетная сетка L1

Табл. 1. Параметры расчетных сеток

Сетка	N_θ	N_r	$\Delta h_1/D$	$\Delta h_{i+1}/\Delta h_i$	$\Delta h_{\max}/D$
L1	80	80	$1,0 \cdot 10^{-2}$	1,098	2
L2	160	160	$5,0 \cdot 10^{-3}$	1,040	2
L3	240	240	$2,5 \cdot 10^{-3}$	1,028	2
L4	320	320	$1,0 \cdot 10^{-3}$	1,023	2
L5	800	800	$1,0 \cdot 10^{-4}$	1,011	1

При решении нестационарных уравнений Н.-С шаг по времени составил $\Delta t = 0.3 \cdot D/U$, что обеспечивало значения числа Куранта меньше единицы практически во всей расчетной области и приблизительно 1 тыс. точек на период колебаний дорожки Кармана для всех сеток.

Верификация ГАУ с использованием АД. На рис. 2 представлены пространственные распределения возмущений продольной скорости на сетке L4, полученные в рамках ГАУ и прямым численным решением нестационарных уравнений Н.-С. Для последних локальные амплитуды возмущений получены в результате вычитания полей мгновенного и базового решения с нормировкой на максимальное значение по всему полю. Как видно из рисунка, ГАУ не только правильно предсказывает форму возмущений, развивающихся вследствие неустойчивости, но и обеспечивает хорошее количественное согласие. Показатель роста и частота развития наиболее неустойчивых возмущений на серии сеток L1 – L5 приведены в табл. 2. Показатель роста и частота, полученные по дискретному подходу, совпадают с высокой точностью (на всех сетках для обтекания ошибка не превышает 0,4 %) с решением нестационарных уравнений Н.-С., что свидетельствует о правильной реализации подхода.

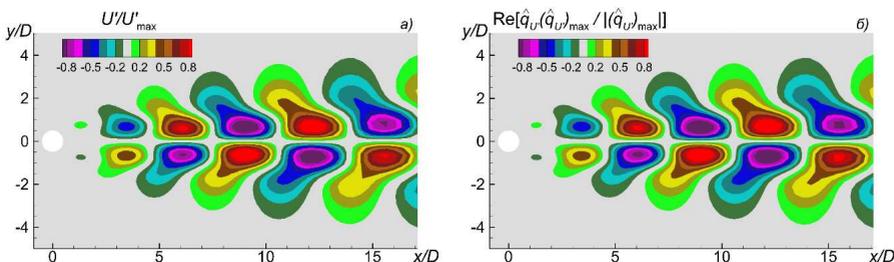


Рис. 2. Пространственные распределения возмущений продольной скорости, полученные на сетке L4 прямым численным решением нестационарных уравнений Навье – Стокса (а) и с помощью дискретного ГАУ (б).

Табл. 2. Сравнение параметров наиболее неустойчивых возмущений, полученных по результатам численного решения нестационарных уравнений Н.-С. и по результатам ГАУ.

Сетка	Показатель роста ω_r		Частота ω_i	
	Н.-С.	ГАУ	Н.-С.	ГАУ
L1	0.0132	0.0132	0.754	0.753
L2	0.0389	0.0389	0.740	0.741
L3	0.0420	0.0421	0.738	0.738
L4	0.0430	0.0431	0.737	0.737
L5	0.0437	0.0437	0.736	0.736

Таким образом, на примере обтекания цилиндра при околоритических числах Рейнольдса продемонстрирована применимость технологии автоматического дифференцирования для формирования матрицы для ГАУ.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 22-11-00041. Все расчеты проведены на высокопроизводительном кластере «Торнадо» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (<http://www.spbstu.ru>).

ЛИТЕРАТУРА

- Theofilis V. Global Linear Instability // Annu. Rev. Fluid Mech. 2011. Vol. 43, № 1. P. 319–352.
- Dwight R.P. Efficiency improvements of RANS-based analysis and optimization using implicit and adjoint methods on unstructured grids. The University of Manchester (United Kingdom), 2006.
- He W., Timme S. Triglobal infinite-wing shock-buffet study // J. Fluid Mech. Cambridge University Press, 2021. Vol. 925. P. A27.
- Wengert R.E. A simple automatic derivative evaluation program // Commun. ACM. 1964. Vol. 7, № 8. P. 463–464.
- Giannetti F., Luchini P. Structural sensitivity of the first instability of the cylinder wake // J. Fluid Mech. Cambridge University Press, 2007. Vol. 581. P. 167–197.
- Straka C.W. ADF95: Tool for automatic differentiation of a FORTRAN code designed for large numbers of independent variables // Comput. Phys. Commun. Elsevier, 2005. Vol. 168, № 2. P. 123–139.

ПОТЕРИ ДАВЛЕНИЯ ПРИ СМЕШЕНИИ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА В КАНАЛЕ С
УЗКОЙ СТРУЕЙ, СОНАПРАВЛЕННО ВДУВАЕМОЙ У ДНА
ПРЯМОУГОЛЬНОЙ КАВЕРНЫ

Введение. Течения со вдувом струи газа в основной поток характерны для многих технических устройств. Примерами могут служить элементы систем смесеобразования при подготовке топливно-окислительной смеси и систем пленочного охлаждения горячих поверхностей [1,2]. В традиционных конфигурациях отверстие, через которое выдувается струя, располагается на поверхности стенки, обтекаемой основным потоком. Вместе с тем встречаются ситуации, когда подаваемая струя сначала, перед ее взаимодействием с потоком, проходит камеру или каверну той или иной геометрии, разворачиваясь при этом и теряя часть энергии. Исследования структуры течения и потерь механической энергии в модельных конфигурациях такого рода представляют интерес как в фундаментальном, так и прикладном отношении. В настоящей работе методом численного моделирования исследуется плоское турбулентное течение несжимаемой жидкости в канале при его смешении с относительно узкой струей, сонаправленно вдуваемой через щель у дна каверны на одной из стенок.

Постановка задачи и параметры течения. Геометрические характеристики расчетной области представлены на рис. 1. Отношение высоты B канала с основным потоком и высоты h щели, из которой истекает струя, полагалось равным 10. Для каверны квадратной формы ее относительная протяженность L/h , равная ее относительной высоте H/h , изменялась в диапазоне от 2 до 8. Для каверны прямоугольной формы относительная высота H/h полагалась равной 2, а относительная протяженность L/h изменялась в диапазоне от 1 до 8. Выходная граница располагалась на удалении $15B$ от каверны. Плоскость осреднения выходных параметров потока располагалась на удалении $10B$ от каверны.

Задача определяется следующими граничными условиями. На входах задается развитый профиль скорости для турбулентного течения в канале. Входное число Рейнольдса для основного потока $Re_B = 10^5$. Рассматриваются случаи с разным соотношением скоростей струи и основного потока: $V_h = (1...2) \cdot V_B$, соответственно, число Рейнольдса для струи $Re_h = (1...2) \cdot 10^4$. На выходной границе задается постоянное давление.

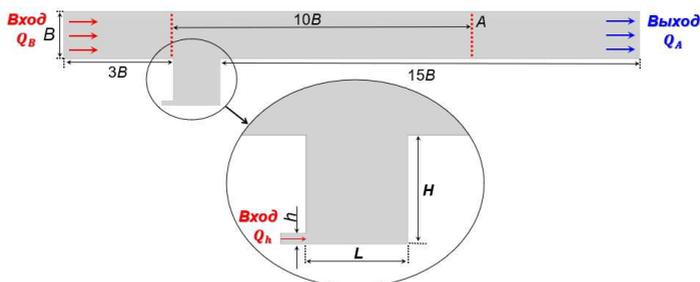


Рис. 1. Геометрия расчетной области

(*) А.Д. Градусов, andreu3v@gmail.com

Для определения коэффициента потерь полного давления используется формула:

$$\zeta = \frac{p_B^* Q_B + p_h^* Q_h - p_A^* Q_A}{p_B^* Q_B + p_h^* Q_h - p_A^* Q_A}$$

где p^* – среднее полное давление в соответствующем сечении (рис. 1), Q – массовый расход, p – статическое давление.

Математическая модель. В среднем стационарное турбулентное течение несжимаемой жидкости в канале, взаимодействующее с дувомой струей, моделировалось на основе осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (RANS подход) с использованием $k-\omega$ SST модели турбулентности.

Вычислительные аспекты. В расчетах использовались структурированные сетки общей размерностью от 600 до 900 тысяч ячеек. Для разрешения пристеночных слоев сетка существенно сгущалась к твердым поверхностям. Численные решения получены с использованием гидродинамического пакета ANSYS CFX. Дискретизация пространственных производных осуществлялась со вторым порядком точности.

Результаты. На рис. 2 и 3 для разных значений параметра H/h показаны поля модуля нормированной скорости в случае квадратной каверны, $L/h=H/h$. Видно, что во всех случаях струя втекает в основной поток практически под прямым углом, что приводит к возникновению весьма протяженной области возвратного течения ниже по потоку. При этом увеличение размеров каверны практически не сказывается на значении коэффициента потерь (табл. 1). Увеличение скорости подачи струи приводит к увеличению размеров зоны возвратного течения и коэффициента потерь. На рис. 4 и 5 представлены поля нормированной скорости при подаче струи из каверны прямоугольной формы. Протяженность каверны оказывает существенное влияние на картину течения и коэффициент потерь (табл. 2). С ростом протяженности каверны угол втекания струи становится все более благоприятным, что приводит к существенному уменьшению размеров зоны возвратного течения и, соответственно, коэффициента потерь.

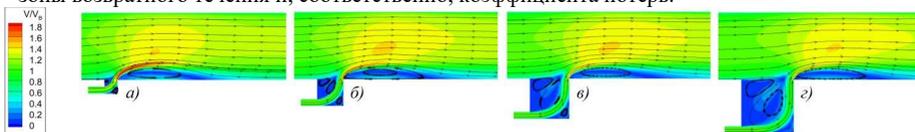


Рис. 2. Распределение скорости при подаче струи со скоростью $V_h = V_B$ в случае квадратной каверны размером: а) $L/h=H/h = 2$; б) $L/h=H/h = 4$; в) $L/h=H/h = 6$; г) $L/h=H/h = 8$

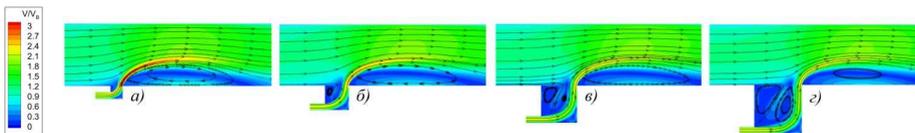


Рис. 3. Распределение скорости при подаче струи со скоростью $V_h = 2V_B$ из квадратной каверны размером: а) $L/h=H/h = 2$; б) $L/h=H/h = 4$; в) $L/h=H/h = 6$; г) $L/h=H/h = 8$

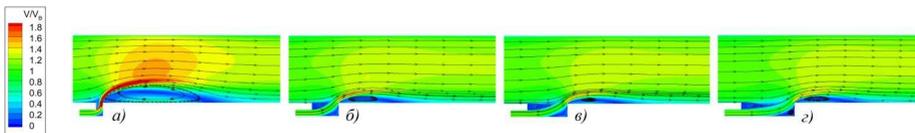


Рис. 4. Распределение скорости при подаче струи со скоростью $V_h = V_B$ в случае прямоугольной каверны высотой $H/h = 2$ и различной протяженности: а) $L/h = 1$; б) $L/h = 4$; в) $L/h = 6$; г) $L/h = 8$

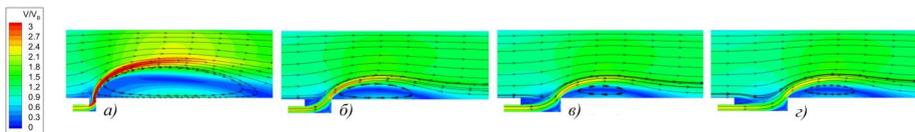


Рис. 5. Распределение скорости при подаче струи со скоростью $V_h = 2V_B$ из прямоугольной каверны высотой $H/h = 2$ и различной протяженности: а) $L/h = 1$; б) $L/h = 4$; в) $L/h = 6$; г) $L/h = 8$

Табл. 1. Коэффициент потерь в случае квадратной каверны

$L/h, H/h$	ζ	
	$V_h = V_B$	$V_h = 2V_B$
2	0.196	0.472
4	0.182	0.417
6	0.176	0.401
8	0.175	0.398

Табл. 2. Коэффициент потерь в случае прямоугольной каверны

L/h	ζ	
	$V_h = V_B$	$V_h = 2V_B$
1	0.298	0.658
2	0.196	0.472
4	0.144	0.337
6	0.135	0.313
8	0.137	0.312

Заключение. Представлены результаты численного моделирования процесса смешения турбулентного потока в канале с узкой струей, сонаправленно вдуваемой через щель высотой h у дна каверны, расположенной на одной из стенок. В случае квадратной каверны увеличение ее размера до $4h$ приводит к постепенному уменьшению потерь с выходом на примерно постоянный уровень при больших размерах. Для неглубокой прямоугольной каверны увеличение ее протяженности до удвоенной ее высоты заметно снижает потери, благодаря более плавному втеканию струи в основной поток. Дальнейшее увеличение протяженности каверны практически не влияет на уровень потерь. Данные выводы справедливы как для случая равенства начальной скорости струи скорости основного потока, так и для случая удвоенной скорости струи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамович Г.Н. и др. Теория турбулентных струй /– М.: Наука, 1984. – 718 с.
2. Волчков Э.П. Пристенные газовые завесы. – Новосибирск : Наука, - 1983. – 240 с.

УДК 532.517

И.О. Демо^{1,2}, В.В. Калаев²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²ООО «Софт Импакт»

МОДЕЛИРОВАНИЕ СОПРЯЖЕННОГО ТЕПЛОМАСООБМЕНА ПРИ РАСТВОР-РАСПЛАВНОЙ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ SiC

Рост из раствора с расположением затравки сверху (Top seed solution growth) – распространенная технология для производства высококачественных кристаллов карбида кремния (SiC). Процесс выращивания значительно зависит от распределения температуры, течения и концентрации углерода в растворе. В работе проведено численное моделирование процесса раствор-расплавной кристаллизации SiC. Отмечено большое влияние силы Лоренца на турбулилизацию течения в растворе. Для верификации расчета максимальная скорость

(*) И.О. Демо, demo.io@edu.spbstu.ru

растворения тигля и роста паразитного кристалла были сопоставлены с работой [1]. В рамках параметрического исследования было изучено влияние изменения расположения индукторов, изменение скорости вращения стержня, держащего затравку на решение.

Численное моделирование было проведено на основе решения уравнений Навье-Стокса в приближении малосжимаемой жидкости с влиянием эффекта плавучести с использованием моделей турбулентности Вольфштайна [2] и $STR k - \epsilon$ [3]. В качестве раствора был выбран карбид кремния с 40% примесью хрома. Модель представлена на рис. 1. Над раствором расположена тонкая затравка карбида кремния, стержень, держащий затравку и тигель из графита. Установка нагревается за счет джоулева тепла, выделяющегося с помощью электромагнитного поля, созданным индукционными катушками. В рамках химической модели была использована модель с равновесной концентрацией углерода на границах. Диаметр выращиваемого кристалла составляет 3 дюйма, скорость вращения кристалла – 50 оборотов в минуту. Расчеты были проведены в пакетах Basic CGSim в полной постановке (рис. 1) и во Flow Module в усеченной постановке: тигель, затравка, раствор с заданием граничных условий, полученных из Basic CGSim. Стоит отметить, что расчеты во Flow Module были проведены без учета мениска из-за численных сложностей.

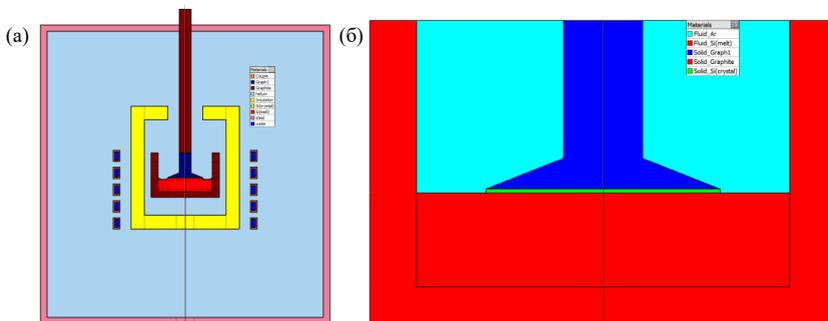


Рис. 1. Расчетная область: полная постановка (а), усеченная постановка (б)

Сетки, использующиеся в расчетах, представлены в табл. 1. Число ячеек меняется не монотонно, поскольку сетка менялась в два раза по каждому направлению только в растворе. Сетка является структурированной в растворе, кристалле и графитовом тигле, и неструктурированной в оставшейся части расчетной области. На рис. 2 и 3 представлены сетки, использованные в расчетах.

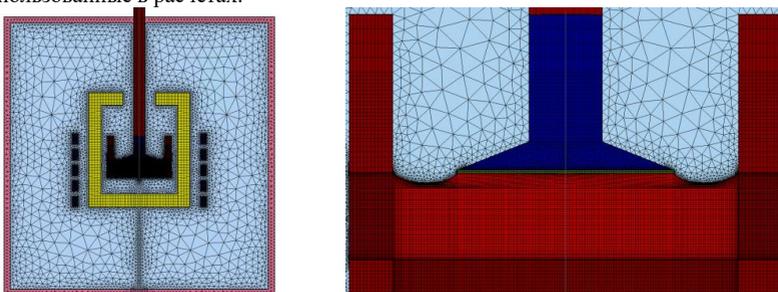


Рис. 2. Расчетная сетка в Basic CGSim, 23 тыс. ячеек

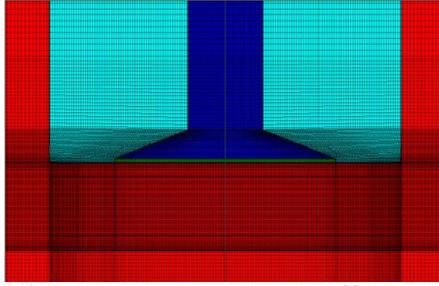


Рис. 3. Расчетная сетка во Flow Module, 23 тыс. ячеек

Табл. 1. Используемые сетки

Число ячеек	Пристенный шаг в растворе, мм
12 тыс. (x1)	0.27
23 тыс. (x2)	0.135
60 тыс. (x4)	0.0675

В качестве верификации результатов температурное поле в растворе, полученное в Basic CGSim (рис. 4), было сопоставлено со статьей [1]. Полученное поле хорошо согласуется со статьей, характерно образование двух вихрей: нижний вихрь, связанный с вынужденным конвективным течением вследствие большой силы Лоренца (рис. 5) и свободной конвекции, и верхний вихрь, созданный за счет вращения кристалла.

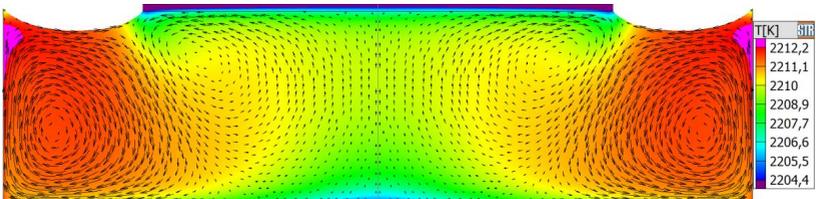


Рис. 4. Распределение температуры в Basic CGSim, 23 тыс. ячеек

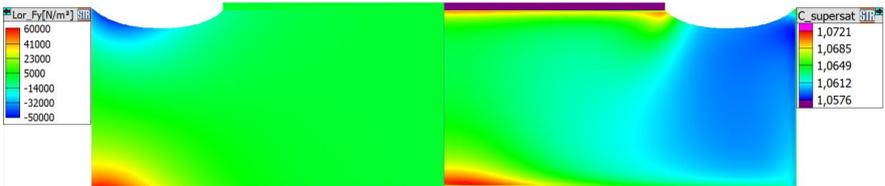


Рис. 5. Распределение поперечной компоненты силы Лоренца слева и пересыщения углерода справа

Скорость растворения, роста паразитного кристалла и роста монокристалла определены с помощью следующих формул:

$$V_{dis} = J/\rho_c, \quad V_{poty} = \alpha J \frac{M_{sic}}{M_c \rho_{sic}}, \quad V_g = J \frac{M_{sic}}{M_c \rho_{sic}} \#(1)$$

где J – массовая плотность потока углерода, $\alpha = 1.9$ – константа, полученная из машинного обучения в [1], ρ_c – плотность углерода, M_{SiC} – молярная масса карбида кремния, M_C – молярная масса углерода, ρ_{SiC} – плотность карбида кремния.

Исследовано влияние сетки на полученное распределение скорости роста (рис. 6). При измельчении размера ячеек и использовании модели Вольфштайна в качестве модели турбулентности, не удалось добиться сеточно-независимого решения. Распределение скорости роста с использованием модели турбулентности $STR\ k - \epsilon$ перестает зависеть от сетки при переходе с 23 тыс. на 63 тыс. ячеек. Также на наиболее измельченной сетке были сравнены максимальные скорости растворения, роста поликристалла и средние скорости роста с экспериментом [1], результаты представлены в таблице 2. Как видно, с использованием $STR\ k - \epsilon$ модели турбулентности, численное решение ближе к эксперименту.

Табл. 2 Сравнение результатов с экспериментом [1]

	$V_{gr}^{Средняя}$, МКМ/Ч	$V_{dis}^{Макс}$, МКМ/Ч	$V_{poly}^{Макс}$, МКМ/Ч
[1]	91	230	419
Модель Вольфштайна	149	399	1527
Модель $STR\ k - \epsilon$	122	167	721

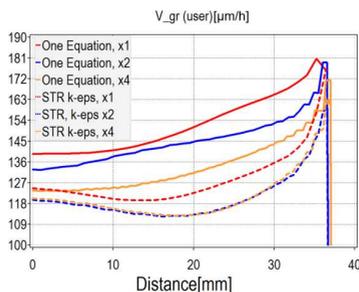


Рис. 6. Исследование влияния сетки на скорость роста

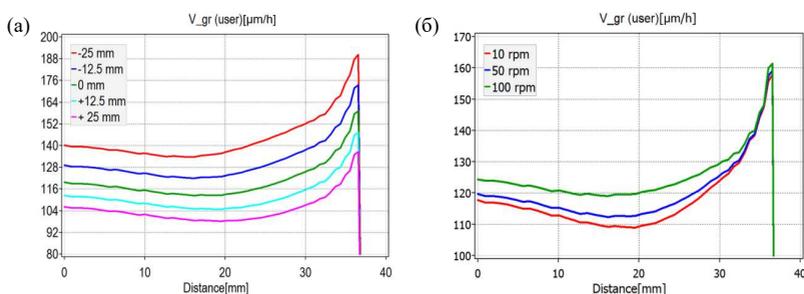


Рис. 7. Влияние расположения индукторов (а) и скорости вращения затравки (б) на скорость роста

В рамках параметрического исследования изучено влияние изменения расположения индукторов (рис. 7а). При изменении расположения индукторов качественное распределение скорости роста не меняется, в то время как количественные изменения составляют до 20%.

Понижение индукторов относительно начального положения ведет к увеличению скорости роста.

Проведены расчеты с разными скоростями вращения затравки: 10, 50, 100 оборотов в минуту (рис. 7б). При увеличении числа оборотов в минуту скорость роста на оси вращения становится больше и распределение становится более однородным: отклонение минимального значения от скорости на оси вращения с 8% меняется до 4%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Yifan Dang, "Adaptive process control for crystal growth using machine learning for high-speed prediction: application to SiC solution growth" // CrystEngComm journal, 2021
2. Wolfshetin M. "The velocity and temperature distribution in one-dimensional flow with turbulence augmentation and pressure gradient" // Int. J. Heat and Mass Transfer, 1969, 12, p. 301
3. V. Kalaev, D. Borisov, "Extended Hypothesis for Reynolds Stress Tensor and Turbulent Heat Flux Modeling Within a Novel K- ϵ Model for Prediction of Crystal Growth from the Melt" // Crystal Research & Technology journal, 2023

УДК 536.24

Т.А. Заворохин, Э.Р. Зайнуллина, В.И. Романова, В.Ю. Митяков
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ КОНДЕНСАЦИИ НАСЫЩЕННОГО ВОДЯНОГО ПАРА НА НАРУЖНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ТРУБЫ

Введение. Аналитическая модель В. Нуссельта для расчета средних коэффициентов теплоотдачи (КТО) при пленочной конденсации на наружной поверхности вертикальных и горизонтальных труб является основой теплового расчета поверхностных подогревателей и конденсаторов ТЭС и АЭС [1]. При этом продолжают исследования отечественных и зарубежных коллективов, посвященные экспериментальному изучению теплообмена при конденсации. Активное развитие работ в этой области обусловлено высокими требованиями к повышению безопасности и эффективности теплоотводящих аппаратов [2], необходимостью повышения точности конструкторских расчетов и разработке численных моделей [3], появлением новых рабочих тел, способов интенсификации теплообмена [4] и средств измерения, применимых к изучению теплообмена при конденсации. Представленная работа посвящена изучению теплообмена при конденсации насыщенного водяного пара на наружной поверхности горизонтальной трубы. Особенность исследования заключается в совмещении возможностей градиентной теплотрии [5], термометрии и непосредственного наблюдения за ходом конденсации.

Экспериментальная установка. Измерительный участок (рис. 1, а) включает в себя три трубы из нержавеющей стали наружным диаметром 20 мм, толщиной стенки 2 мм, расположенные рядом с относительным шагом $s/d = 1,67$. Трубы зафиксированы резиновыми заглушками в стеклянном кожухе с внутренним диаметром 110 мм. Длина теплообменной поверхности составляет 450 мм.

В пилотных экспериментах пар из парогенератора ЭПГ-10 с расходом 2,8 г/с подавался в межтрубное пространство через два паропровода, которые представляли собой перфорированные алюминиевые трубы наружным диаметром 12 мм, расположенные внутри измерительного участка. Охлаждающая вода подавалась в центральную трубу, расход охлаждающей воды регулировался в диапазоне от 80 до 260 г/с. Конденсат отводился в

^(*) Э.Р. Зайнуллина, zajnullina_er@spbstu.ru

конденсатосборник через перфорированную медную трубку наружным диаметром 8 мм, расположенную внутри кожуха.

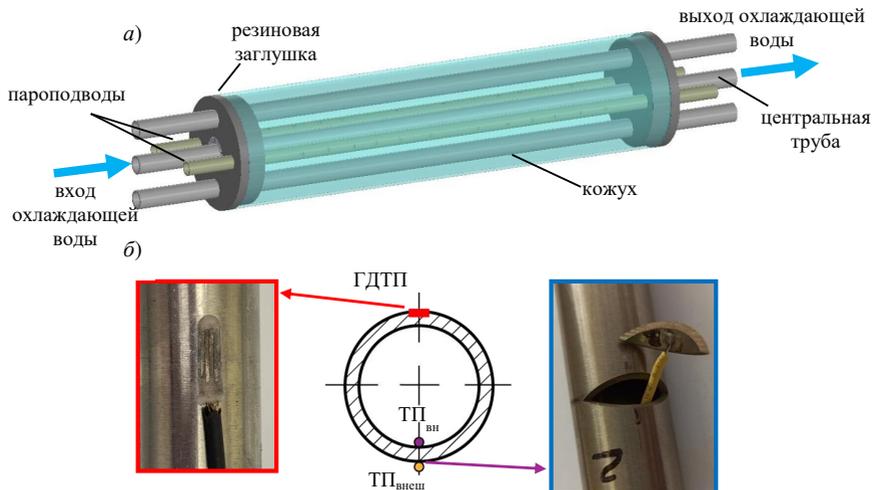


Рис. 1. Экспериментальная установка: а) схема измерительного участка; б) схема расположения первичных преобразователей в сечении трубы

На поверхности центральной трубы в трех сечениях (сечение № 1 располагается на расстоянии $x = 100$ мм от входа в измерительный участок, сечение № 2 – $x = 220$ мм, сечение № 3 – $x = 320$ мм) установлены заподлицо градиентные датчики теплового потока (ГДТП) из монокристаллического висмута размерами в плане $2,9 \times 6$ мм (рис. 1, б). Диаметрально противоположно месту установки ГДТП (рис. 1, б) на внутренней и наружной поверхности трубы установлены термопары из композиции хромель-копель с диаметром термоэлектродов 0,2 мм. Для монтажа спаев термопар на внутренней поверхности трубы были вырезаны сегменты с помощью электроскопического станка. После монтажа горячих спаев термопар сегменты впаивались обратно в трубу.

Предусмотрена возможность поворота центральной трубы вокруг собственной оси, что повышает информативность эксперимента при минимальном количестве первичных преобразователей. Регистрация сигналов ГДТП и термопар выполнена на модуль РХИ-6289 National Instruments, частота записи составила 500 Гц.

Результаты эксперимента. В результате экспериментов получены временные теплограммы, представляющие собой зависимость плотности теплового потока от времени, при различных углах поворота горизонтальной трубы. В качестве примера на рис. 2 приведены временные теплограммы, полученные при расходе охлаждающей воды 150 г/с, соответствующие изменению плотности теплового потока в сечении №2 на верхней образующей при $\varphi = 0^\circ$ (рис. 2, а) и нижней образующей трубы при $\varphi = 180^\circ$ (рис. 2, б). Наблюдается снижение местной плотности теплового потока от 168 кВт/м^2 до 95 кВт/м^2 , обусловленное скоплением конденсата под действием сил тяжести на нижней части трубы. Наибольшие пульсации плотности теплового потока обнаружены на нижней образующей трубы (рис. 2, б).

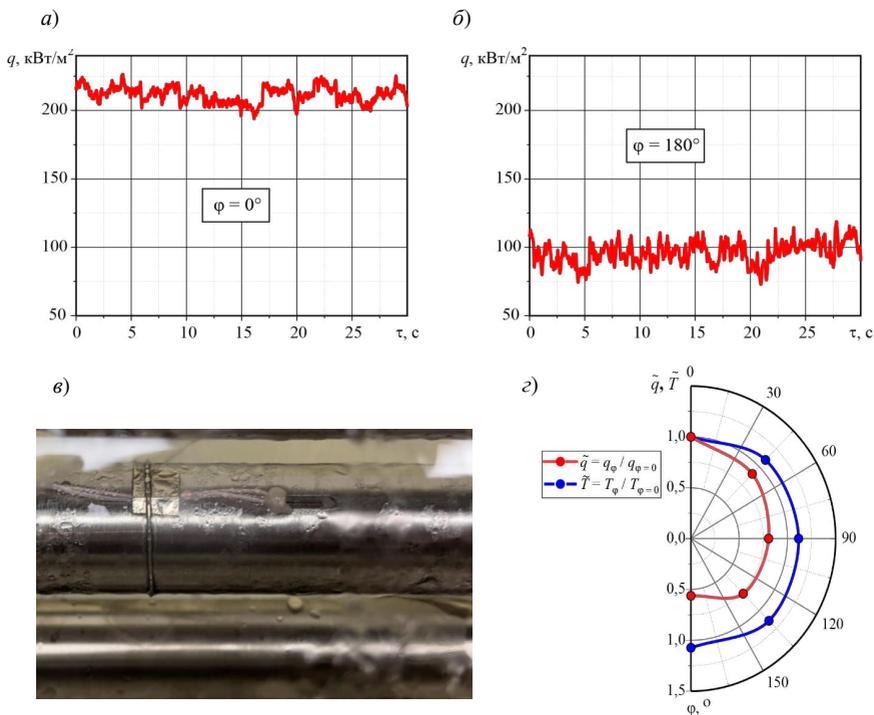


Рис. 2. Результаты эксперимента: а) временная теплограмма при конденсации на верхней и б) на нижней образующей горизонтальной трубы; в) фотография процесса; г) относительные угловые теплограмма (красная кривая) и термограмма (синяя кривая)

Непосредственное наблюдение за ходом конденсации выявило, что при расходе охлаждающей воды 150 г/с единая конденсатная пленка на поверхности горизонтальной трубы не образуется (рис. 2, в): конденсат возникает в виде отдельных капель, смачивающих поверхность, которые в течение опыта сливаются, увеличиваются и стекают с поверхности трубы.

Опыты выполнены при повороте центральной трубы вокруг собственной оси в диапазоне от 0 до 180° с шагом 45° , в результате построены относительные угловые тепло- и термограммы (рис. 2, г): значения плотности теплового потока и температуры на наружной поверхности трубы, полученные при повороте измерительного участка на угол φ , отнесены к соответствующим значениям, полученным на верхней образующей горизонтальной трубы при $\varphi = 0^\circ$. Максимум плотности теплового потока обнаружен на верхней образующей трубы, при увеличении полярного угла наблюдается монотонное снижение плотности теплового потока, которая достигает своего минимума на нижней образующей горизонтальной трубы – в области скопления конденсата. Распределение температуры по наружной поверхности трубы (рис. 2, г) практически равномерное.

Заключение. Совмещение возможностей градиентной теплотометрии, термометрии и наблюдения за ходом конденсации позволяет комплексно исследовать теплообмен при

конденсации насыщенного водяного пара на поверхности горизонтальной трубы. Временные теплограммы подтвердили, что теплообмен при конденсации является существенно нестационарным процессом. Сопоставление приведенных угловых тепло- и термограмм указывает на преимущество теплотрии – возможность оценить область снижения местной плотности теплового потока, вызванную скоплением конденсата, без применения визуализации течения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рихтер Л.А., Елизаров Д.П., Лавыгин В.М. Вспомогательное оборудование тепловых электростанций: Учебное пособие для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1987. — 216 с.
2. Рябчиков А.Ю., Бродов Ю.М., Аронсон К.Э., Блинков С.Н., Купцов В.К., Хагт С.И., Желонкин Н.В. Разработка новых и модернизация существующих теплообменных аппаратов ТЭС // Тяжелое машиностроение. – 2012. – № 2. – С. 25-29.
3. Минко К.Б., Артемов В.И., Клементьев А.А. Моделирование методом VOF процессов конденсации неподвижного и движущегося насыщенного пара на поверхности горизонтальной трубы // Теплоэнергетика. – 2023. – № 3. – С. 20-39.
4. Кузма-Кичта Ю.А., Лавриков А.В., Иванов Н.С., Горбачев Д.В. Исследование пульсаций местной плотности теплового потока при конденсации на трубе с гидрофобным покрытием // Тепловые процессы в технике. – 2023. – Т. 15, № 9. – С. 402-409.
5. Sapozhnikov S.Z., Mityakov V.Y., Mityakov A.V., Gusakov A.A., Zainullina E.R., Grekov M.A., Seroshtanov V.V., Babich A.Y., Pavlov A.V., Bashkatov A. Gradient heatmetry advances // Energies. – 2020. – Vol. 13, No. 23. – P. 6194.

УДК 536.24

И.А. Игнатьев, С.А. Галаев
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА В ОРЕБРЕННОМ КАНАЛЕ СИСТЕМЫ ОХЛАЖДЕНИЯ ЛОПАТКИ ГАЗОВОЙ ТУРБИНЫ

Введение. Воздушно-конвективная система охлаждения лопаток газовых турбин включает в себя петлевые каналы, расположенные внутри лопаток (рис. 1). Для интенсификации теплообмена в данных каналах устанавливаются ребра, расположенные периодически под углом к направлению потока в канале [1]. При конструировании геометрии оребрения варьируемыми параметрами выступают шаг оребрения, высота и толщина ребер, угол установки ребер по отношению к направлению потока в каналах, форма ребер, а также количество поверхностей канала, несущих оребрение. Многообразие возможных вариантов оребрения и востребованность теплоэнергетической отрасли объясняют научный интерес к данной тематике. Исследования влияния геометрической конфигурации оребрения на теплогидравлические характеристики в прямолинейных каналах представлены в работах [2-3]; в каналах с поворотом в работах [4-5].

В настоящей работе рассматривается численное моделирование течения в оребренном канале с поворотом, который является прототипом канала экспериментальных исследований [4]. Проведено сопоставление с экспериментальными данными, а также с каноническими корреляционными зависимостями [6]. На основе численных исследований для прямолинейного канала из работы [3] предложен и исследован вариант конфигурации

^(*) И.А. Игнатьев, ignatyevival@yandex.ru

геометрии оребрения, улучшающий теплогидравлические характеристики исследуемого канала.

Постановка задачи и особенности численного моделирования. Геометрия расчетной области (рис.2, где D – гидравлический диаметр) представляет из себя канал с двумя поворотами на 180° . Ребра квадратного сечения установлены периодически на двух противоположных сторонах канала, поэтому течение полагается симметричным относительно средней по высоте канала плоскости (по координате z).

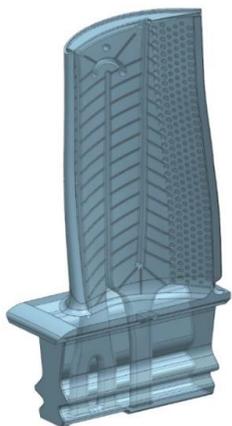


Рис. 1. Охлаждаемая рабочая лопатка

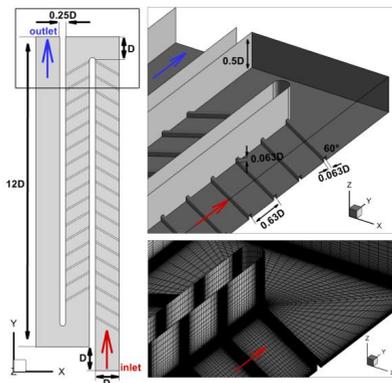


Рис. 2. Расчетная область и сетка в области поворота

Рассматривается турбулентное течение несжимаемой среды с постоянными свойствами. В экспериментальной работе [4] для изучения массообмена на стенки канала был нанесен тонкий слой нафталина, который смылся рабочей средой. Для сравнения с экспериментальными данными в настоящей работе моделировалось течение среды с числом Прандтля $Pr = 2.5$, которое равно числу Шмидта нафталина. Сопоставление с экспериментом выполняется с использованием аналогии массо- и теплопереноса путем сравнения экспериментальных значений числа Шервуда и полученных при численном моделировании чисел Нуссельта $Nu = [q_w / (T_w - T_b)] D / \lambda_f$, где q_w – тепловой поток на стенке, T_w – температура стенки, T_b – средняя температуры среды на входе, λ_f – коэффициент теплопроводности среды. Интенсификация теплоотдачи оценивалась относительно числа Нуссельта Nu_0 развитого течения в гладком прямолинейном канале. Также проводилось сопоставление по потерям давления в канале, определяемым для прямолинейных участков коэффициентом трения $\lambda = 2(D/L) (\Delta p / \rho U_b^2)$ и коэффициентом гидравлического сопротивления $\zeta = 2\Delta p / \rho U_b^2$ для области поворота, где Δp – перепад давления между сечениями канала, расположенными на расстоянии L , U_b – среднерасходная скорость.

Течение на входе в расчетную область полагалось развитым по скорости и температуре с числом Рейнольдса $Re = U_b D / \nu = 6 \cdot 10^4$. На стенках задается условие прилипания и постоянная температура. На плоскости с максимальной координатой z задается условие симметрии. На выходе из канала поддерживается уровень давления, равный атмосферному.

Помимо расчетов течения через канал с оребрением в данной работе проведены расчеты гладкого канала в той же постановке, а также канала с измененной геометрией оребрения. Изменения геометрии основывались на исследованиях из работы [3], откуда в

прямолинейном канале с углом наклона ребер $\alpha = 60^\circ$ оптимальным значением шага оребрения является $P = 0.8D$, а высоты и ширины ребра $e = 0.1D$.

Расчеты выполнены в пакете Ansys Fluent 19.3. Аппроксимация конвективных и диффузионных потоков осуществляется по схемам дискретизации второго порядка точности. Турбулентное течение рассматривается как в среднем стационарное. Для замыкания уравнений Рейнольдса применяется $k-\omega$ SST модель турбулентности. Размерность квазиструктурированной расчетной сетки оребренного канала составляет 17 млн. ячеек, а среднее значение y^+ расчетного узла первой пристенной ячейки не превышает 0.5.

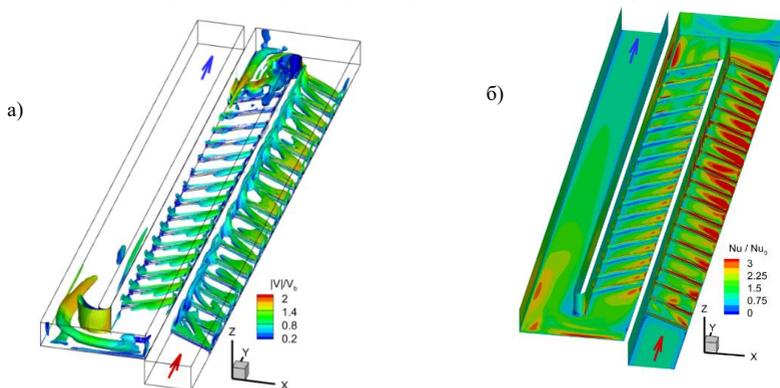


Рис. 3. Картина течения и теплообмена в канале с ребрами: а) изоповерхность Q-критерия и б) распределение числа Нуссельта по стенкам канала

Результаты расчетов. На рис. 3 представлена картина течения в канале с исходной геометрией оребрения. Изоповерхность Q-критерия отображает вихревые структуры в канале. На входной кромке ребра формируются вихри, которые, распространяясь в межреберном пространстве, сливаются в единый вихрь у левой, относительно направления потока, стенки. Наличие сложной вихревой структуры приводит к тому, что отрывная зона за поворотом в оребренном канале меньше, чем в гладком [5]. Образующиеся вихри повышают теплоотдачу в особенности на стенке с оребрением, что отражено в распределении отношения числа Нуссельта в оребренном и прямолинейном гладком каналах.

В табл. 1 представлены данные о гидравлических потерях в канале. Для гладкого канала получено совпадение результатов моделирования с эмпирическими зависимостями [6]. В эксперименте [4] коэффициент трения до поворота совпадает с полученными результатами численного моделирования, а после поворота превышает их вдвое. Для оребренного канала с исходной геометрией экспериментальные данные [4] хорошо согласуются с результатами моделирования. Размещение на стенках канала ребер исходной геометрии повышает потери по сравнению с гладким каналом в среднем в 7–10 раз, а ребер измененной геометрии – в 20 раз. Потери на участке поворота в оребренном канале оказываются меньше, чем в гладком, что связано с существенным уменьшением зоны отрыва.

В табл. 2 сведены интегральные данные о влиянии оребрения на интенсификацию теплоотдачи, определяемой отношением чисел Нуссельта в оребренном и прямолинейном гладком каналах. В области поворота интенсификация теплоотдачи относительно гладкого канала мало отличается, что объясняется повышенным теплообменом в области поворота в

гладком канале в силу наличия отрывной зоны. Интенсификация теплоотдачи при изменении параметров оребрения увеличилась на 30%.

Табл. 1. Гидравлические потери

	Гладкий канал, CFD	Гладкий канал, EXP	Канал с исходным оребрением, CFD	Канал с исходным оребрением, EXP	Канал с измененным оребрением, CFD
До поворота, λ	0.02	0.02 ^[4, 6]	0.19	0.18 ^[4]	0.41
Область поворота, ξ	2.24	1.45 ^[4] 2.30 ^[6]	1.37	1.64 ^[4]	0.68
После поворота, λ	0.02	0.04 ^[4] 0.02 ^[6]	0.14	0.16 ^[4]	0.43

Табл. 2. Интенсификация теплоотдачи (Nu/Nu0)

	Гладкий канал	Канал с исходным оребрением	Канал с измененным оребрением
Все стенки канала в области поворота	1.59	1.61 2.50 ^[4]	1.67
Все стенки канала	1.18	1.37	1.57

Расчеты проведены с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра СПбПУ (<https://scc.spbstu.ru>).

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ №23-29-00094.

ЛИТЕРАТУРА

1. Калинин Э.К., Дрейцер Г.А., Ярхо С.А. Интенсификация теплообмена в каналах. Москва: Машиностроение, 1990. – 208 с.
2. Байбузенко И. Н. Совершенствование воздушно-конвективных систем охлаждения лопаток турбин с внутриканальным оребрением для энергетических газотурбинных установок большой мощности: дис. канд. техн. наук: 05.04.12. – МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 2019 – 155 с.
3. Xi L. et al. Numerical analysis and optimization on flow and heat transfer performance of a steam-cooled ribbed channel //Case Studies in Thermal Engineering. – 2021. – Т. 28. – С. 101442.
4. Han J. C., Chandra P. R. Local heat/mass transfer and pressure drop in a two-pass rib-roughened channel for turbine airfoil cooling. – 1987. – №. NAS 1.26: 179635.
5. Iacovides H. et al. The measurement of local wall heat transfer in stationary U-ducts of strong curvature, with smooth and rib-roughened walls //J. Turbomach. – 2000. – Т. 122. – №. 2. – С. 386-392.
6. Идельчик И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. – Рипол Классик, 2013.

УДК 536.242

Н.Е. Кикоть, П.Г. Бобылев, А.В. Павлов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ КИПЕНИИ ВОДЫ НА ТРУБЧАТОМ НАГРЕВАТЕЛЕ МЕТОДОМ ГРАДИЕНТНОЙ ТЕПЛОМЕТРИИ

Введение. Снижение массогабаритных параметров различных установок, приводит к возрастанию тепловых нагрузок, которые необходимо отводить. Одним из способов

^(*) Н.Е. Кикоть, nikita224ees@gmial.com

интенсивного теплоотвода является теплообмен при кипении. Он широко применяется в таких областях как: ядерная энергетика, теплоэнергетика, тяжелая промышленность, охлаждение высокопроизводительной электроники, кондиционирование, аэрокосмическая отрасль [1].

Основным методом исследования традиционно служит термометрия. В настоящей работе исследуется кипение на трубчатом нагревателе комплексным методом, включающим, помимо термометрии, градиентную теплометрию. Этот метод основан на использовании градиентных датчиков теплового потока (ГДТП) [2]. Градиентная теплометрия позволяет измерять местную плотность теплового потока при кипении [3]. Изучение теплообмена при кипении на трубчатом нагревателе комплексным методом позволит уточнить и расширить существующие физические представления и методы расчета.

Постановка задачи. Экспериментальная установка (рис.1) переставляет собой стеклянную трубу с наружным диаметром 200 мм, торцы которой закрыты резиновыми пробками с осевым отверстием для фиксации трубчатого электронагревателя (ТЭН). Мощность ТЭН 1500 Вт при номинальном напряжении 220 В. Материал корпуса нагревателя – сталь. Диаметр нагревателя 8 мм, длина 650 мм. На нагревателе выфрезерована выборка размерами $2 \times 20 \times 0,45$ мм, для монтажа ГДТП, размерами $1,6 \times 12 \times 0,35$ мм. ГДТП выполнен из монокристаллического висмута. Фиксацию ГДТП в выборке и изоляция токоотводящих проводов от внешней среды обеспечивает компаунд на основе акрила. Хромель-копелевая термопара установлена на одной образующей с ГДТП, ее спай приварен к поверхности нагревателя на половину диаметра (0,25 мм) термоэлектрода, после чего поверхность обработана для снижения возмущений. Температура воды отслеживалась хромель-копелевой термопарой, спай которой закреплен в объеме жидкости с помощью державки. Сигналы с ГДТП и термопар записывались на измерительно-вычислительный комплекс модели *NIPXI-1050* с частотой записи 1000 измерений/с.



Рис. 1. Общий вид экспериментальной установки

На рис. 2 приведена схема экспериментального стенда. ТЭН закреплен в резиновых пробках 3 через сальник, что позволяет проворачивать нагреватель, не теряя герметичности. В резиновой пробке выполнены 4 отверстия: 9 – патрубок для подпитки, 8 – патрубки (3 штуки) для отвода пара из установки, количество отверстий подобранно так, чтобы внутри трубы не возникало избыточного давления.

Компенсационная емкость служит для поддержания необходимого уровня воды в трубе. На пробке нанесена разметка для проворачивания нагревателя на 180° с шагом 15° . Мощность нагревателя рассчитывалась по току и напряжению. Для регулировки напряжения использовался трансформатор.

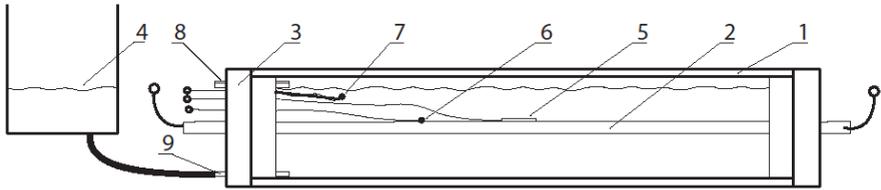


Рис. 2. Схема установки: 1 – Стекланная труба; 2 – ТЭН; 3 – Резиновые пробки; 4 – Компенсационная емкость; 5 – ГДТП; 6 – Термопара на поверхности; 7 – Термопара в воде; 8 – 3 трубки отвода пара; 9 – Трубка подпитывающей воды

Результаты. Серия экспериментов с различной мощностью ТЭН и углом поворота дала угловые распределения местной плотности теплового потока (ПТП). В связи с затрудненным отводом пара в нижней части нагревателя ПТП значительно меньше, чем в верхней. Значения ПТП, соответствующие расчетным и средним по показаниям ГДТП, наблюдаются на угле близком к 75° . При расположении ГДТП на боковой поверхности ТЭН (90°) снижение тепловыделения минимально, что объясняется налипанием паровых пузырей в диапазонах угла $75-90^\circ$. На углах до $30-40^\circ$, в зависимости от мощности, ПТП равномерна и выше средней на 4,5%.

Полученная угловая зависимость представлена на рис. 3.

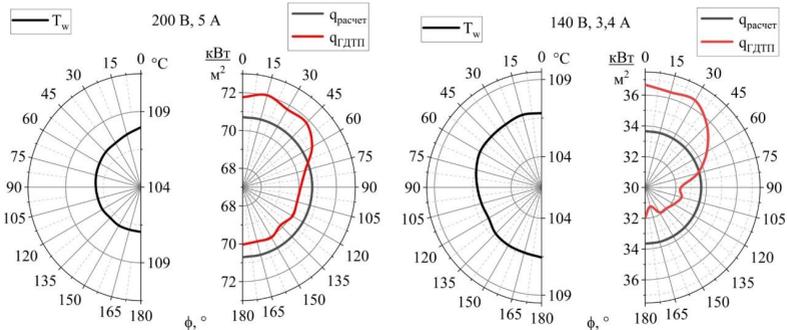


Рис. 3. Зависимость температуры поверхности (слева) и местной ПТП (справа) от угла поворота нагревателя

Изменение мощности нагревателя не влияет на качественную картину кипения, изменяется только значения ПТП. Эксперименты при напряжении ниже 120 В не проводились ввиду неустановившегося режима кипения.

Заключение. Градиентная теплотометрия показала угловую неравномерность местной ПТП. Термометрия, в свою очередь, не выявила неравномерности температуры по поверхности трубчатого нагревателя, что позволило бы обнаружить перегретые места, которые больше остальных подвержены коррозии и разрушению. С помощью градиентной теплотометрии осуществляется мониторинг работ электронагревателей, создание режимных карт под конкретные задачи и оценка режима работы трубчатых нагревателей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Торопов А.Л. Классификация электрических котлов резистивного нагрева автономных водяных систем теплоснабжения // Вестник МГСУ. 2023. Т. 18, № 10. С. 1608–1616.

2. Sapozhnikov S.Z., Mityakov V.Y., Mityakov A. V. Heatmetry. Cham: Springer International Publishing, 2020. С. 209.
3. Sapozhnikov S.Z. и др. Comprehensive study of boiling regimes with use of high-speed imaging and gradient heatmetry // J. Phys. Conf. Ser. IOP Publishing Ltd, 2021. Т. 2127 01205, № 1.

УДК 536.24

С.А. Князев¹, М.Д. Селезнева¹, А.А. Ключ², Е.А. Осижок², В.В. Сероштанов^{1,3}

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации имени Главного маршала авиации А.А. Новикова

³Санкт-Петербургский государственный морской технический университет

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА В ОДИНОЧНОЙ ОВАЛЬНО-ТРАНШЕЙНОЙ ЛУНКЕ НА ПЛАСТИНЕ ПРИ ЕЕ РАЗЛИЧНОЙ ОРИЕНТАЦИИ ПО ПОТОКУ

Введение. Интенсификация теплообмена занимает в теплофизике важное место ввиду возможности широкого практического применения. Открытые сравнительно недавно явления аномальной интенсификации отрывного течения и теплообмена в наклонных овално-траншейных лунках (ОТЛ) имеют важное значение для понимания и управления течением и теплообменом в различных теплотехнических системах. ОТЛ – элемент дискретной шероховатости, задача которого – обеспечить увеличение коэффициента теплоотдачи (КТО) с темпом, опережающим рост гидравлических потерь относительно гладкой поверхности теплообмена. В работе [1] показано, что теплогидравлическая эффективность ОТЛ, представляющая собой две половины сферической лунки, соединенные траншейной вставкой, достигает значения 1,34 против 0,93 для сферических аналогов той же глубины.

В настоящей работе экспериментально и численно исследована интенсификация теплообмена в одиночной обогреваемой ОТЛ, установленной на пластине, при варьировании угла наклона к набегающему потоку от 0° (продольное обтекание) до 90° (поперечное обтекание).

Постановка эксперимента. Эксперимент проводился в аэродинамической трубе Научно-образовательного центра «Теплофизика в энергетике» СПбПУ при числе Рейнольдса $Re = W \cdot D / \nu = 3 \cdot 10^4$. Описание характеристик и особенностей трубы представлено в работе [2].

Экспериментальная модель ОТЛ шириной $D = 40$ мм, относительной глубиной $h/D = 0,25$ и удлинением траншейной вставки $L = s/D = 5$ изготовлена из листа меди толщиной 0,2 мм и впаяна в диск из стали толщиной 0,1 мм и диаметром 300 мм. К диску снизу припаян короб с патрубками для подачи пара и отвода конденсата. Обогреваемая конструкция с ОТЛ размещалась в стальной пластине толщиной 0,1 мм размерами 710×600 мм, которая также имеет обогреваемую часть (рис. 1, а). Диск с ОТЛ может поворачиваться вокруг оси, проходящей через центр ОТЛ, что позволяет изменять угол наклона θ к вектору скорости набегающего потока. Для нагрева модели используется насыщенный водяной пар, подаваемый из электрического парогенератора, что позволяет поддерживать температуру на поверхности теплообмена постоянной близкой к 373 К.

(*) В.В. Сероштанов, serosht_vv@spbstu.ru

Для определения местной плотности теплового потока и КТО в исследуемом сечении ОТЛ устанавливались градиентные датчики теплового потока (ГДТП) [2]. В экспериментах использованы три ГДТП из монокристаллического висмута, обладающего анизотропией свойств, размерами $2,5 \times 2,5 \times 0,2$ мм с вольт-ваттной чувствительностью 5 мВ/Вт (рис. 1, б). Измерение температуры набегающего потока T_f , необходимая для расчета КТО, выполнялось с помощью многофункционального анемометра test-458i.

Математическая постановка задачи. Рассматривается конвективный теплообмен при стационарном обтекании воздухом ОТЛ, на нагретой пластине (рис. 2, а). Степень турбулентности задается близкой к экспериментальной (1%). Температура стенки выделенной зоны фиксируется и равняется 373 К, а остальная поверхность пластины принимается теплоизолированной. В расчете заданы следующие граничные условия: боковые и верхние границы расчетной области – условия скольжения; выходное сечение – «мягкие» граничные условия (равенство нулю нормальных производных плотности, давления и скорости); омываемая поверхность пластины – условия прилипания.

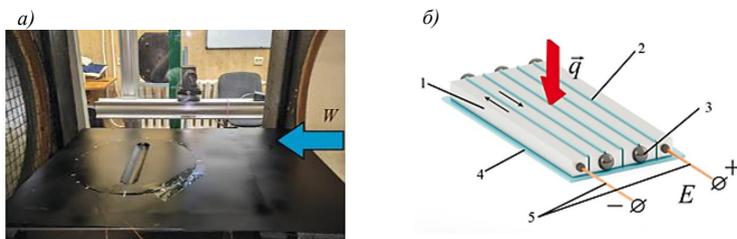


Рис. 1 а) Фотография пластины с овално-граншейной лункой;
 б) схема батарейного ГДТП из монокристаллического висмута:
 1 – бруски висмута; 2 – изоляция из лавсана; 3 – пайка; 4 – подложка из слюды; 5 – токоотводы

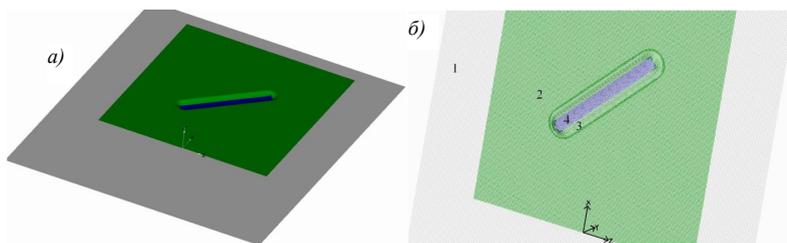


Рис. 2. Цифровой аналог теплофизического стенда (а) и расчетная сетка из четырех фрагментов:
 1 – внешняя декартова сетка;
 2 – прилегающая к нагретому участку пристеночная сетка;
 3 – криволинейная согласованная с поверхностью канавки эллиптическая сетка О-типа;
 4 – «заплатка» на центральную зону канавки (б)

Расчет параметров течения и теплообмена выполнялся на основе RANS подхода с применением многоблочных вычислительных технологий (рис. 2, б) и SST-модели,

предложенной Менгером, в специализированном программном пакете VP2/3 (Velocity-Pressure, 2D/3D).

Результаты. Для анализа выбраны распределения относительного числа Нуссельта $Nu/Nu_{пл}$ (индекс «пл» соответствует значению КТО в сходных точках на плоской пластине) для переходного сечения ОТЛ – сечения, где траншейная вставка переходит в сферический сегмент. На рис. 3 показаны относительные безразмерные КТО для больших углов θ (30–75°), где по данным [3] формируется закрученный поток, развивающийся вдоль лунки. Численное моделирование поля скорости показывает, что в этом диапазоне угла наклона ОТЛ максимальная скорость возвратного течения сопоставима со скоростью набегающего потока, а также наблюдается значительное снижение минимальной величины относительного трения $f/f_{пл}$ (в 1,5–2 раза) [1]. Максимальный перепад давления между зонами торможения на наветренном склоне и разрежения в подветренной части ОТЛ оказывается порядка 0,33 [3].

Среднее по переходному сечению наклонной ОТЛ число Нуссельта в 1,6–1,3 раза больше среднего числа Нуссельта на участке пластины без ОТЛ. Максимум местного относительного КТО соответствует углу $\theta = 45^\circ$.

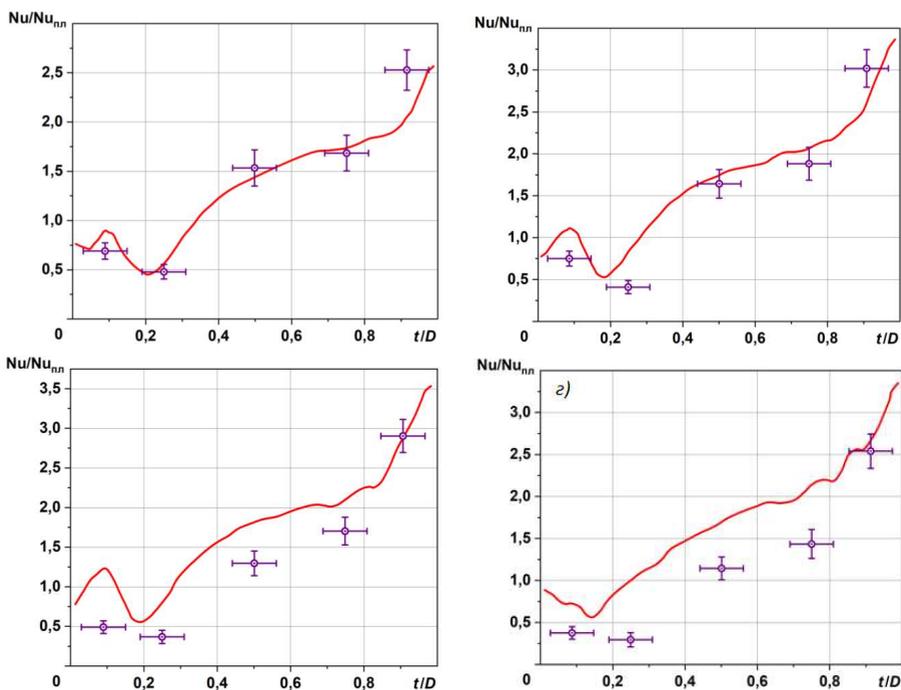


Рис. 3. Относительное число в переходном сечении Нуссельта ОТЛ для различных углов наклона θ : а) 30°; б) 45°; в) 60°; г) 75°

Заключение. В результате экспериментального исследования теплообмена внутри одиночной наклонной ОТЛ с помощью ГДПП подтверждена аномальная интенсификация теплообмена при турбулентном режиме обтекания ($Re = 3 \cdot 10^4$). Показано, что для

продольного и поперечного положения ОТЛ распределение КТО совпадает с распределением в сферической лунке. Установлено превышение КТО в характерном переходном сечении ОТЛ над значениями, характерными для гладкой пластины при наклоне лунки к набегающему потоку на угол $\theta = 30\text{--}75^\circ$.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 22-29-00056.

ЛИТЕРАТУРА

1. Исаев С.А. Генезис аномальной интенсификации отрывного течения и теплообмена в наклонных канавках на структурированных поверхностях // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. – 2022. – № 5. – С. 13-24.
2. Seroshtanov, V. Gradient Heatmetry and PIV Investigation of Heat Transfer and Flow near Circular Cylinders / V. Seroshtanov, A. Gusakov // Inventions. – 2022. – Vol. 7, No. 3. – P. 80.
3. Взаимосвязь аномальной интенсификации отрывного течения и экстраординарных перепадов давления в канавке на пластине при изменении угла наклона от 0 до 90° / С. А. Исаев, С. В. Гувернюк, Д. В. Никущенко [и др.] // Письма в Журнал технической физики. – 2023. – Т. 49, № 15. – С. 39-42.

УДК 621.412

В.Ю. Коекин, С.В. Булович
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ГАЗОДИНАМИКА ТЕПЛООБМЕННОГО АППАРАТА РОТОРНО-ЛОПАСТНОЙ МАШИНЫ

В двигателях с внешним подводом тепла теплообменные аппараты являются одним из основных элементов. В наиболее распространенной конструкции в виде двигателя Стирлинга, нагреватель рабочего тела состоит из набора труб [1]. Исследованию двигателя Стирлинга с таким теплообменником в последнее время уделяется большое внимание. Так, в работе [2] проведено исследование нестационарных процессов в теплообменном аппарате двигателя Стирлинга и предложены корреляционные соотношения для оценки коэффициента трения при различных режимах течения. Авторами работы [3] выполнено численное моделирование двигателя Стирлинга и проведено сравнение результатов, которые получены с использованием разных моделей турбулентности, с экспериментально измеренной мощностью двигателя на валу. Показано, что среди моделей турбулентности наиболее точный прогноз дает Realizable $k\text{-}\epsilon$ EWT модель.

Настоящая работа посвящена исследованию нестационарных процессов, происходящих в теплообменниках роторно-лопастного двигателя с внешним подводом тепла (РЛДВПТ). Описание принципа работы РЛДВПТ, а также исследование процессов в рабочих камерах двигателя, можно найти в работе [4]. На рис. 1а, заимствованном из работы [4], приведена схема РЛДВПТ с сохранением принятых обозначений и нумерации. В упомянутой работе, в соответствии с использованной математической моделью расчета в узловых значениях функций, теплообменник характеризуется тремя параметрами: объемом, коэффициентом объемной теплоотдачи и температурой поверхности теплоотдачи. В данной работе рассмотрен теплообменник в виде набора однотипных труб. Каждая из труб 5 имеет U-образную форму круглого сечения. Коммутация нагревателя с рабочими камерами двигателя осуществляется через входной 11 и выходной 12 коллектор. Холодный теплообменный аппарат имеет аналогичное с нагревателем устройство и далее опускается из анализа.

^(*) В.Ю. Коекин, koiokin@mail.ru

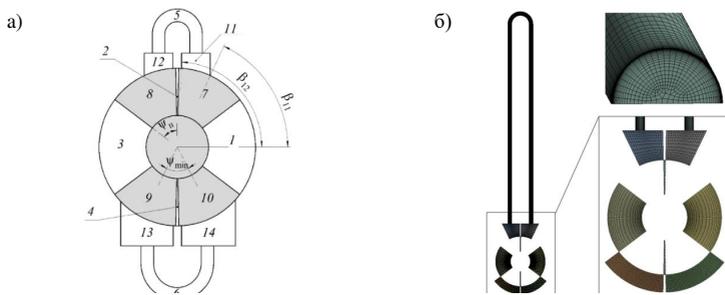


Рис. 1. Схема роторно-лопастного двигателя с внешним подводом тепла (а), расчетная область и сетка (б)

Для исследования газодинамики теплообменного аппарата использовалась упрощенная постановка, включающая в себя однотипный по ширине элемент двигателя, на долю которого приходится одна трубка нагревателя. Геометрические размеры самого двигателя, за исключением его ширины, соответствуют значениям, приведенным в работе [5]. Ширина двигателя равна радиусу трубы теплообменного аппарата и составляет $r=1$ см. Прямолинейные участки трубы нагревателя имеют длину 1 м, и соединены между собой коленом, радиус средней линии которого 5.36 см. Боковые стенки коллекторов перпендикулярны ободу корпуса двигателя. Остальные границы коллекторов имеют форму дуги окружности, за исключением стенки горячего коллектора, которая контактирует с трубкой теплообменника, и имеет форму плоскости с нормалью, совпадающей с направлением образующей трубы. Объемы коллекторов равны 50см^3 . Частота оборотов двигателя составляет $f_0=5$ Гц.

Математическое моделирование проводилось в пакете Ansys Fluent в гибридной 2D/3D постановке. Общий вид расчетной области, а также использованная расчетная сетка в окрестности корпуса двигателя и внутри трубы показаны на рисунке 1б. Сетка состоит из шестигранных элементов. В камерах двигателя, где течение приближенно полагается двумерным, строится квазитрехмерная расчетная сетка (в направлении ширины двигателя использована одна ячейка). В трубке теплообменника и коллекторах используется трехмерная расчетная сетка со сгущением к твердым поверхностям. Общее количество ячеек сетки составляет приблизительно 140 тысяч.

Рассматривается турбулентное течение идеального газа. Для моделирования турбулентности использовалась URANS модель Realizable k- ϵ с опцией enhanced wall treatment. На торцевых границах коллекторов и двигателя, определяющих ширину расчетной области, использовано условие плоскости симметрии. На остальных границах, связанных с ограниченными поверхностями в виде твердых стенок, ставится условие прилипания и тепловой изоляции. Как отмечалось выше, из рассмотрения опускается трубка холодного теплообменника. Поэтому на участках коллекторов охладителя поставлены граничные условия входа и выхода газа в расчетную область. На входе задается давление $P_{in}=1\text{бар}$ и температура $T_{in}=300\text{К}$. Противодавление на выходе и температура на случай обратного затекания равны значениям, задаваемым на входе.

Взаимодействие теплообменника с рабочими камерами двигателя осуществляется на двух тактах: на такте вытеснения газа из камеры в теплообменник, и на такте наполнения камеры из теплообменника [4]. За один оборот двигателя теплообменник взаимодействует с четырьмя камерами. В силу эквивалентности рабочих камер, частота внешнего воздействия (подвод и отбор массы газа), которое порождает нестационарное движение в теплообменнике, составляет $f_1=f_0=4=20$ Гц. Графики на рисунке 3а иллюстрируют изменение

среднемассового давления в трубе и коллекторах за один период взаимодействия $T_1=0.05$ с. На такте наполнения камеры (первый полупериод) происходит падение давления, такт вытеснения рабочего тела из камеры сопровождается повышением давления в теплообменнике (второй полупериод).

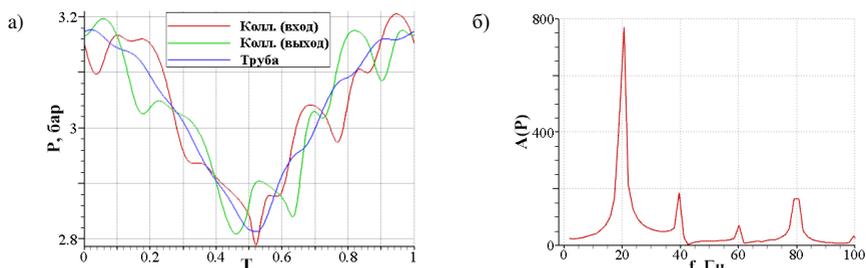


Рис. 2. Изменение среднемассового давления в коллекторах и трубе теплообменника за период взаимодействия с рабочей камерой (а), Фурье-спектр колебаний среднемассового давления газа в входном коллекторе (б)

На изменение давления, вызванное отбором и подачей массы газа в теплообменник, накладываются колебания давления, вызванные волновыми процессами в системе, состоящей из трубы и двух емкостей переменного объема (рис. 2а). На наличие волновых процессов при контакте рабочей камеры с теплообменными аппаратами указывалось в работе [5]. Эффект сжимаемости газа при нестационарном процессе проявляется, когда характерное время задачи сопоставимо или меньше характерного времени волнового процесса. Этому условию можно придать следующий аналитический вид: $la \gtrsim 1/f_1$, где l – длина канала, a – скорость звука. Выполнение этого условия в данном случае непосредственно следует из рис. 2а.

На спектре колебаний среднемассового давления во входном коллекторе (рис. 2б) наблюдается наличие основной гармоники колебаний на частоте 20 Гц (частота внешнего воздействия). Две последующие гармоники являются обертонами основного колебания. Оценка собственной частоты колебания газа в системе образованной трубой и двумя емкостями постоянного объема на ее концах, при температуре и давлении характерных для рассматриваемого процесса, имеет значение 70 Гц. Таким образом, четвертая гармоника с обрезанным пиком на спектре (рис. 2б), соответствует колебаниям на собственной частоте, которая оказалась возбужденной четвертым обертоном.

За один период взаимодействия изменение массового расхода на границе контакта входного коллектора с рабочей камерой и на границе выходного коллектора приведено на рисунке 3а. Среднее перемещение газа по трубе от входного коллектора к выходному вызвано отбором массы на первом полупериоде и подачей массы в теплообменник на втором полупериоде. Отрицательным значениям расхода соответствует попятное движение газа. В отличие от возвратно-поступательного движения, реализуемого в горячем теплообменнике двигателя Стирлинга [2], такой режим течения можно характеризовать как пульсирующий. Значения числа Рейнольдса и числа Стокса (безразмерной частоты), определенных по средней за период среднемассовой скорости и плотности в трубе, составляют $Re \approx 7.5 \cdot 10^3$

$$St = r \sqrt{2\pi f \bar{\rho}} / \mu \approx 21.$$

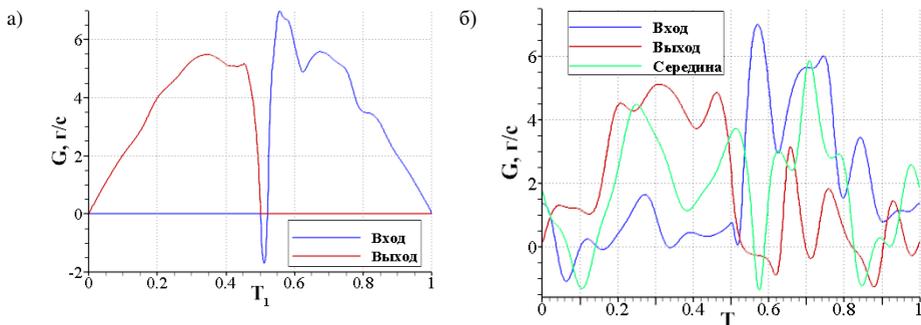


Рис. 3. Зависимость расхода газа на границе между коллекторами и рабочей камерой (а) и расход газа в характерных сечениях (б) за период

На рис. 3б приведены графики зависимости расхода газа от времени во входном и выходном сечении трубы, а также через сечение, находящееся посередине поворота трубы. Сопоставление расхода газа на входе и выходе из теплообменного аппарата со значениями в контрольных сечениях трубы свидетельствует о волновом режиме течения. Общий характер поведения кривых, полученных для входного и выходного сечения в трубе, схож с кривыми, полученными на входе и выходе из коллекторов (рис. 3а, б). Уменьшение амплитуды колебаний расхода при газообмене с рабочими камерами объясняется демпфирующими свойствами коллекторов.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Furmanek, J. Kropiwnicki. Stirling engines - the state of technology development and computational models // *Combustion Engines*. – 2021.– Vol. 188 – P. 1-10.
2. I. Barrenoa, S.C. Costaa, M. Cordona, M. Tutar b,c, I. Urrutibeascoab, X. Gomezb, G. Castillo. Numerical study of the friction losses in Stirling engine heat exchangers. / 16th International Stirling Engine Conference At: Bilbao – 2014. – P. 21-57.
3. El-Ghafour, M. El-Ghandour, N.N. Mikhael. Three-Dimensional Computational Fluid Dynamics Simulation of Stirling Engine. // *Energy Conversion and Management*. – 2019. – Vol. 180 (8). – P. 533-549.
4. Коекин В. Ю., Булович С. В. Математическое моделирование методом узлового анализа теплофизических процессов в роторно-лопастном двигателе с внешним подводом тепла // *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки*. 2023. Т. 16. № 3. С. 49–58.
5. Коекин В. Ю., Булович С. В. Численное моделирование термогазодинамики роторно-лопастного двигателя с внешним подводом тепла / *Неделя науки ФизМех: сборник статей Всероссийской научной конференции, 3–7 апреля 2023 г.* – СПб.: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2022. – С.93-96.

ОЦЕНКА ПРИМЕНИМОСТИ МЕТОДА VOF ДЛЯ РАСЧЕТА РАССЛОЕННОГО ГАЗОЖИДКОСТНОГО ТЕЧЕНИЯ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ

В настоящее время на газовых месторождениях возникают вопросы о выносе жидкости из протяженных горизонтальных и наклонных стволов, в частности представляет интерес определение их расходных характеристик в режиме расслоенного течения. Метод VOF [1] широко используется для моделирования течений жидкости со свободной поверхностью, однако его применимость для расчета расслоенного газожидкостного течения в канале изучена недостаточно хорошо [2, 3].

Целью настоящей работы является тестирование метода VOF на модельной задаче плоского установившегося расслоенного течения в наклонном канале при наличии градиента давления, для которой в литературе имеются экспериментальные данные [4].

На рис. 1 показана область течения. Рассматривается установившееся расслоенное течение в плоском канале. Высота канала $H = 0.1$ м, высота слоя жидкости $h = 0.038$ м, наклон канала $tg(\alpha) = 0.001$. Задача решалась в периодической постановке в пакете ANSYS Fluent 19.3 с использованием модели турбулентности $k-\omega$ SST [5]. Задаваемый перепад давления -2.1 Па/м. Геометрические параметры и градиент давления взяты из эксперимента [4]. Расчеты проводились на нескольких сетках с $y^+ < 1$ (размер первой пристеночной ячейки, нормированный на высоту канала, $\Delta Y_{min} = 5e-4$). В середине канала все сетки были равномерными, относительный шаг сетки, ΔY_{max} , варьировался от 0.01 до 1.25e-3.

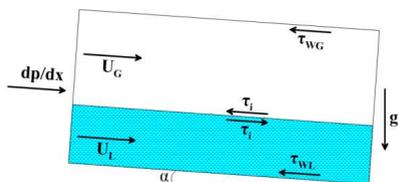


Рис. 1. Схема расслоенного газожидкостного течения в наклонном канале

Рис. 2 иллюстрирует влияние расчетной сетки на результаты вычислений. Видно, что при использовании стандартного VOF-подхода (рис. 2а) сетка почти не влияет на решение (в рассмотренном диапазоне значений ΔY_{max}), однако расход газа существенно занижен по сравнению с экспериментальными данными [4]. Такое несоответствие связано с тем, что стандартный VOF-подход дает нефизичные значения турбулентной вязкости газа на интерфейсе. Для решения этой проблемы в уравнение переноса ω вводится дополнительный источник, (поправка Егорова [6]), обеспечивающий подавление турбулентной вязкости вблизи границы раздела фаз (опция «Turbulence Damping» в пакете Fluent). Как видно из рис. 2б, включение поправки Егорова обеспечило значительно лучшее совпадение с экспериментом, однако для получения сеточно-независимых результатов потребовалась гораздо более мелкая сетка, чем в стандартном VOF-подходе.

Отметим, что поправка Егорова включает в себя безразмерный параметр В, который по умолчанию во Fluent равен 10, однако в литературе имеются попытки его модификации,

^(*) Ю.М. Коляян, yu1anw@mail.ru

например, [7]. На рис. 2в показана зависимость среднерасходной скорости газа при разных значениях параметра В на разных сетках. Видно, что имеет место сильное влияние сетки на результаты решения, причем требования к сетке меняются в зависимости от В. Так, при стандартном значении $B = 10$ сеточно-независимое решение получается при $\Delta Y_{max} \leq 2.5e-3$, тогда как при $B = 50$ достаточно сетки с $\Delta Y_{max} = 5e-3$, причем изменение В практически не повлияло на решение. Таким образом, за счет увеличения параметра В можно снизить требования к сетке без ухудшения качества решения. Однако можно заметить, что при $B \geq 800$ сеточная сходимость не получена даже на сетке с $\Delta Y_{max} = 1.25e-3$, то есть задавать слишком большие значения В нежелательно.

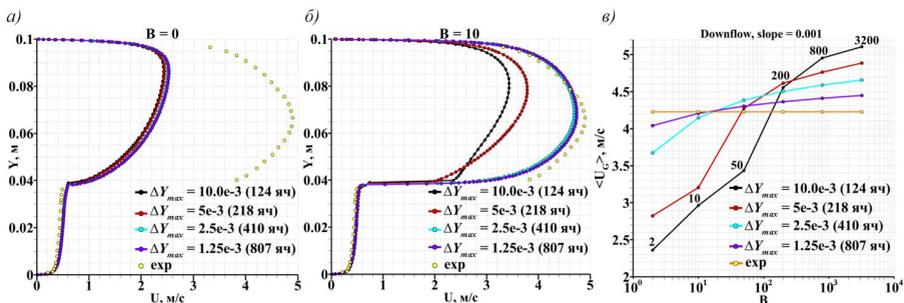


Рис. 2. Результаты расчетов на разных сетках: а) профили скорости при использовании стандартного VOF; б) профили скорости при использовании VOF с поправкой Егорова; в) среднерасходная скорость газа при использовании VOF с поправкой Егорова

Помимо VOF-моделирования, в работе выполнены расчеты по двузонной модели с выделением межфазной границы, на которой обеспечивается равенство касательных напряжений и скоростей со стороны газа и жидкости (рис. 3). Рассматривались два варианта модели, отличающиеся граничными условиями для параметров турбулентности на интерфейсе со стороны жидкости. В первом варианте (далее – модель 1) предполагается, что интерфейс – это движущаяся стенка для обеих фаз, т.е. турбулентные пульсации со стороны жидкости полностью подавляются; скорость движения этой стенки V_i подбиралась вручную для обеспечения одинакового трения со стороны газа и жидкости. Второй вариант (далее – модель 2) предполагает использование мягких условий для параметров турбулентности со стороны жидкости. Для этого рассматривалась вспомогательная задача о течении жидкости в канале высотой $2h$ с движущейся верхней стенкой. Значение скорости воды в середине канала (на высоте h) подставлялось в расчет «газового» канала, как скорость интерфейса V_i . Скорость движения стенки вспомогательного канала V_w подбиралась вручную для обеспечения одинакового трения на интерфейсе со стороны газа и жидкости.

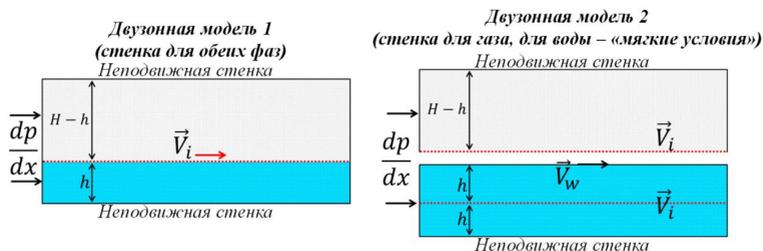


Рис. 3. Двузонные модели с выделением межфазной границы

На рис. 4 показаны профили скорости жидкости (слева) и газа (справа) при всех рассмотренных способах моделирования. Видно, что двузонные модели достаточно хорошо согласуются с данными эксперимента [4], различие двух двузонных моделей не принципиально, поэтому их можно в дальнейшем использовать в качестве эталона. Результаты, полученные при помощи VOF-подхода с поправкой Егорова, также хорошо согласуются с экспериментом, при этом они ближе к двузонной модели 1. Стандартный VOF, как уже отмечалось ранее, дает неудовлетворительное совпадение. Отметим в скобках, что решение с помощью VOF-подхода с поправкой Егорова получено при $B = 50$, поэтому результаты слегка отличаются от данных на рис 2б.

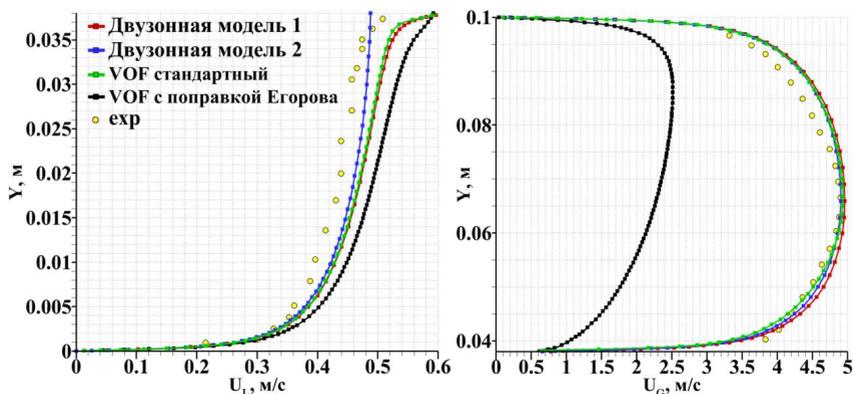


Рис. 4. Сопоставление способов моделирования

Таким образом, на основании проведенного исследования можно заключить, что использование классического VOF-подхода для рассмотренной задачи неприемлемо, поскольку в таком случае наблюдается существенное занижение расхода газа. Расчет с поправкой Егорова обеспечил достаточно хорошее совпадение с данными измерений, однако он более требователен к расчетной сетке. Расчеты по двузонной модели также обеспечили хорошее согласование с экспериментом, что позволяет использовать такой подход как эталонный для дальнейшего тестирования метода VOF при других значениях режимных параметров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hirt C., Nichols B. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // *J. Comput. Phys.* – 1981. – Vol. 39. – P. 201-225.
2. Bartosiewicz Y., Lavieville J., Seynhaeve J.-M. A first assessment of the NEPTUNE_CFD code: Instabilities in a stratified flow comparison between the VOF method and a two-field approach // *Heat and Fluid Flow.* – 2008. – Vol. 29. – P. 460-478.
3. Fan W., Anglart H. Progress in Phenomenological Modeling of Turbulence Damping around a Two-Phase Interface // *Fluids.* – 2019. – Vol. 4. – № 4 (3). – P. 1-20.
4. Fabre J., Suzanne C., Masbernat L. Experimental Data Set No. 7: Stratified Flow, Part I: Local Structure // *Multiph. Sci. Technol.* – 1987. – Vol. 3. – P. 285-301.
5. Menter F. R., Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications // *AIAA J.* – Vol. 32. – № 8. – 1994. – P. 1598-1605.
6. Egorov, Y. Contact Condensation in Stratified Steam-Water Flow. EVOL-ECORDA-D 07. – 2004.
7. Frederix E., Mathur A., Dovizio D., Geurts B., Komen E. Reynolds-averaged modeling of turbulence damping near a large-scale interface in two-phase flow // *Nucl. Eng. Des.* – 2018. – Vol. 333. – P. 122-130.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОГРАВИТАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ
ВБЛИЗИ ЦИЛИНДРА ПРИ ВАРИИРОВАНИИ НАКЛОНА ЕГО ОСИ

Введение. Явление теплопереноса при свободной конвекции играет важную роль для проектирования и расчета систем охлаждения. Так, например, свободная конвекция используется для эффективного охлаждения проводников электрического тока (стержней круглого сечения) или наружного охлаждения (или нагрева) труб круглого сечения, переносящих высокотемпературные (или низкотемпературные) среды. В поле гравитационной силы свободноконвективное течение, возникающее вблизи нагретых поверхностей, направлено вертикально вверх вдоль направления силы тяжести. Однако ориентация теплоотдающих поверхностей (труб и стержней) может быть произвольной, что создает специфические черты теплообмена в зависимости от их расположения в пространстве. В литературе имеются обширные данные исследований свободноконвективного течения, формирующегося вблизи одиночного нагретого цилиндра, и теплообмена, начиная с ранних работ, опубликованных в 1892 [1]. В [1] собраны данные наиболее известных экспериментальных исследований о теплоотдаче в зависимости от определяющих течение параметров. В настоящей работе проводится численное моделирование термогравитационной конвекции вблизи нагретого цилиндра при варьировании наклона его оси, сопоставление данных расчетов осуществляется с корреляционными зависимостями из [1].

Постановка задачи. Рассматривается конвекция вблизи цилиндра, диаметр которого $D = 25$ мм, длина $L = 300$ мм (рис. 1а), $L/D = 12$. Расчетная область показана на рис. 1а, минимальное расстояние от поверхности цилиндра до внешних (открытых) границ области составляет $8D$.

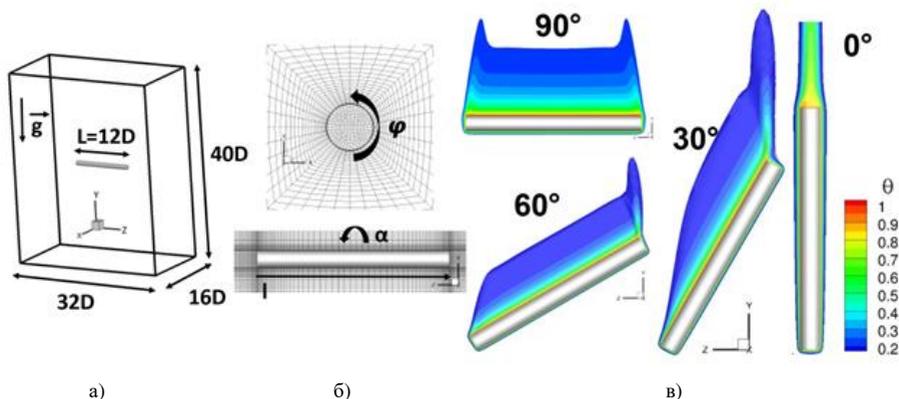


Рис. 1. а) Геометрия расчетной области; б) фрагмент расчетной сетки в двух сечениях; в) поля безразмерной температуры, полученные при разных значениях α для $Ra = 3 \times 10^5$

^(*) Т.С. Корскова, korskova.tatyana@yandex.ru

Температура окружающей среды задана равной $T_{\infty} = 295 \text{ K}$, на поверхности цилиндра задается постоянная температура T_w , которая изменяется от 310 до 500 K (значение перепада температуры $\Delta T = T_w - T_{\infty}$ варьируется в диапазоне 15...200 K). Ускорение свободного падения g направлено противоположно оси y (рис. 1а). Проведены расчеты, в которых угол между осью цилиндра и вектором ускорения свободного падения был равен $\alpha = 0^\circ$ (вертикальный цилиндр), 30° , 60° и 90° (горизонтальный цилиндр).

В пакете ANSYS Fluent численно решалась система уравнений Навье-Стокса и баланса энергии. Плотность воздуха ρ изменялась в соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона. Зависимость от температуры динамического коэффициента вязкости μ и коэффициента теплопроводности λ определена полиномами третьей степени, в соответствии с данными [2], удельная теплоемкость задана постоянной $C_p = 10^3 \text{ Дж/(кг K)}$. На основе выбранных физических параметров коэффициент температуропроводности $a = \lambda/\rho C_p$ изменяется в диапазоне $(2.4...5.3) \times 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$, значения числа $Pr = \mu C_p/\lambda$ близки к 0.73. Значения числа Релея $Ra = g\beta\Delta T D^3/(\nu a)$ находятся в диапазоне $(0.2...3) \times 10^5$, здесь $\beta = 1/T_{\infty}$ – коэффициент объемного расширения, что, согласно [1], соответствует ламинарному режиму свободноконвективного течения.

Расчеты выполнены в 2D (при $\alpha = 90^\circ$) и 3D постановках. Для всех расчетов получено сошедшее по невязкам стационарное решение. В 3D расчетах использовалась сетка, состоящая из гексагональных элементов, общее число ячеек которой составило 250 тысяч, вид сетки вблизи цилиндра в двух сечениях показан на рис. 1б.

Результаты расчетов. На рис. 1в показаны данные расчетов для разных значений угла α при $Ra = 3 \times 10^5$. Приведены поля безразмерной температуры $\theta = (T - T_{\infty})/\Delta T$ в центральном сечении, проходящем вдоль оси цилиндра, при $\theta \geq 0.2$. Под действием сил плавучести формируется подъемное течение воздуха и над поверхностью цилиндра образуется тепловой факел: при $\alpha = 90^\circ$ факел симметричный относительно координатной оси z , при $\alpha \neq 90^\circ$ область распространения теплового факела с наветренной стороны (нижний торец цилиндра) уменьшается при изменении α от 90° до 0° , при этом вблизи подветренной стороны (верхний торец) увеличивается.

Рассмотрим подробнее течение и теплоотдачу при обтекании горизонтально ориентированного цилиндра. На рис. 2а представлено распределение линий тока, окрашенных в вертикальную компоненту скорости, в двух вертикальных сечениях – пересекающем цилиндр и на некотором расстоянии от торца цилиндра; на поверхности цилиндра показано распределение локального числа $Nu = q_w D/(\lambda \Delta T)$. С увеличением вертикальной координаты характерные значения скорости возрастают и при $Ra = 2 \times 10^4$ варьируются от 0.5 см/с (под цилиндром) до 6 см/с (над цилиндром). С ростом величины Ra в 12.5 раз характерные значения скорости увеличиваются примерно в 3.3 раза и составляют от 2 до 20 см/с. По распределению Nu можно отметить локальный максимум вблизи наветренной стороны цилиндра и постепенное уменьшение его значений вдоль окружного направления цилиндра. Отметим, что распределения скорости и Nu в сечениях, построенные на расстояниях, больших D от торца цилиндра, различаются слабо, на меньших расстояниях проявляются краевые эффекты.

На рис. 2б приведены распределения локального числа Нуссельта $Nu_{\phi} = q_{w,\phi} D/(\lambda \Delta T)$ вдоль окружного направления цилиндра в центральном поперечном сечении, полученные для разных значений Ra . Окружная координата изменяется в диапазоне от $\phi = 0^\circ$ (наветренная сторона цилиндра) до $\phi = 180^\circ$ (подветренная). Видно, что при увеличении значений числа Релея теплоотдача с поверхности цилиндра увеличивается, при этом локальное изменение Nu_{ϕ} для этих вариантов схоже. При $\phi < 120^\circ$ значения чисел Нуссельта слабо изменяются и сопоставимы с локальным максимумом при $\phi = 120^\circ$. При $\phi \geq 120^\circ$ значения Нуссельта для всех Ra уменьшается примерно на 80%. На графике приведены

экспериментальные данные, приведенные в [1] для $Ra = 10^5$. Получено достаточно хорошее согласие расчетных данных с экспериментальными.

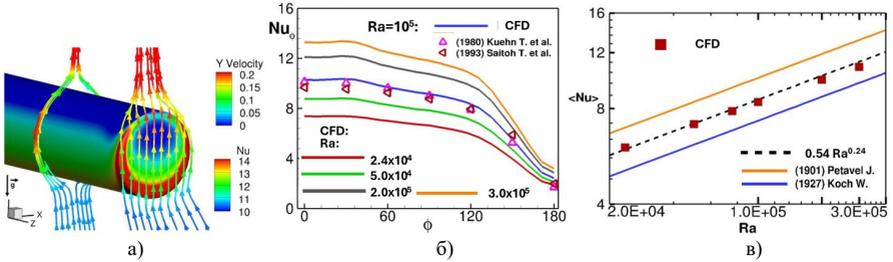


Рис. 2. Расчетные данные для горизонтального цилиндра: а) распределение Nu по поверхности цилиндра и линий тока при $Ra = 3 \times 10^5$; б) распределение Nu_ϕ по окружному направлению цилиндра; в) значения $\langle Nu \rangle$, осредненного по поверхности цилиндра

На рис. 2в приведены осредненные по поверхности цилиндра значения Nu . Отметим, что в [1] имеется широкий набор экспериментальных данных по $\langle Nu \rangle$, на рис. 2в приведены данные с максимальными и минимальными значениями $\langle Nu \rangle$. Согласно [1], чаще всего экспериментальные данные обобщаются зависимостью: $\langle Nu \rangle = C Ra^n$, наиболее известные константы $C = 0.5$, $n = 0.25$. Зависимость, полученная в представляемых расчетах: $\langle Nu \rangle = 0.54 Ra^{0.24}$, обозначена на графике штриховой линией. Данные расчетов согласуются с экспериментальными по $\langle Nu \rangle$.

На рис. 3а представлено распределение Nu , осредненного по поперечным сечениям цилиндра вдоль его оси l , для максимального перепада температур ($Ra = 3 \times 10^5$) и разных углов наклона оси цилиндра. Для всех вариантов заметно локальное увеличение теплоотдачи на расстоянии $0.5D$ от торца цилиндра. С увеличением угла α значения Nu_l уменьшаются для схожих l . Показано, что в диапазоне $60^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ течение и теплосъем слабо изменяются при изменении угла наклона оси цилиндра. Существенные изменения наблюдаются при $\alpha \leq 30^\circ$.

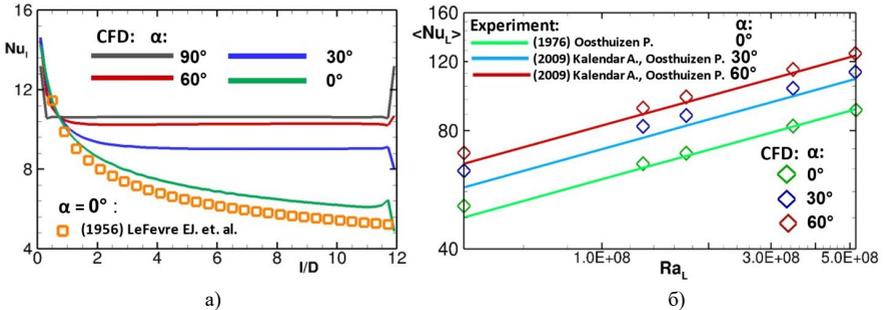


Рис. 3. а) Значения Nu , осредненные по окружному направлению, вдоль оси цилиндра; б) значения Nu , осредненные по площади цилиндра

Полученные в расчетах данные об осредненных по поверхности цилиндра значениях Nu для разных значений α и Ra_L показаны на рис. 3б, в качестве масштаба длины в определении Nu и Ra взят размер L . По данным [1] зависимость $\langle Nu \rangle$ от Ra_L для разных значений α часто представляется в виде: $\langle Nu \rangle = C (Ra_L \cos(\alpha))^n$, где для констант берут значения $C = 1.2$, $n = 0.25$. Для рассмотренных значений α данные расчетов согласуются с экспериментальными по $\langle Nu \rangle$ в диапазоне значений $Ra_L = (0.4 \dots 5) \times 10^8$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Boetcher S. K. S. Natural convection from circular cylinders. Springer Cham. – 2014. – 48 p.
2. Гебхарт Б., Джалурия Й., Махаджан Р.Л., Саммакия Б. Свободноконвективные течения, тепло- и массообмен: В 2-х книгах, кн.2: Пер. с англ. М.: Мир. – 1991. – 528 с.

УДК 533.662.21

А.П. Корчагин, А. Мамчиц, С.Е. Шувалов, А.А. Макеев
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ЗАКОНЦОВОК ЛОПАСТИ ВОЗДУШНОГО ВИНТА НА ПАРАМЕТРЫ ТЯГИ И АКУСТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ МЕТОДАМИ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Введение. С широким распространением беспилотных летательных аппаратов возрастают требования к техническим характеристикам изделий данного типа, а соответственно и к отдельным компонентам. Обретает значимость такая характеристика, как заметность изделия. Применительно к воздушным винтам основными показателями становятся не только КПД и тяга, но и уровень издаваемого шума. Изменяя геометрические параметры воздушного винта, можно добиться сбалансированных технических характеристик.

В работе представлен сравнительный анализ различных модифицированных законцовок лопастей воздушного винта HQProp 9x5x3, проанализированы данные по тяге, а также оценено акустическое давление (и соответствующий ему шум) в окружающем пространстве интегральным методом Фокса Вильямса – Хокингса.

Цель работы – сравнительный анализ различных законцовок лопастей воздушного винта с учетом оценки изменения тяги и акустического давления, создаваемого его вращением.

Геометрия базовой модели. В качестве объекта исследования был выбран воздушный винт HQProp 9x5x3 (рис. 1а). Для проведения расчета построены области с доменом для скользящей сетки. Характеристические размеры расчетных областей составляют 10 диаметров воздушного винта (рис. 1б) [1].

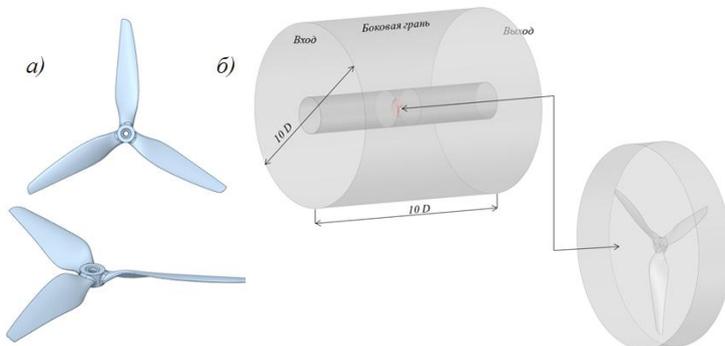


Рис. 1. а) геометрия воздушного винта HQProp 9x5x3; б) геометрия расчетной области

^(*) А.П. Корчагин, alexandr.korchagin16@gmail.com

Описание модели. Движение пропеллера в воздушном пространстве моделируется вращением домена со скользящей сеткой при заданной угловой скорости в нестационарной постановке. Расчетная модель состоит из ~3 млн. ячеек, где ~1.5 млн. ячеек относятся к домену со скользящей сеткой (рис. 2). За начальные условия приняты атмосферное давление – 101325 Па и температура окружающей среды - 288К. На границах («вход», «выход», «боковая грань») – нулевое манометрическое давление. При проведении расчетов скорость вращения воздушного винта варьируется в диапазоне от 1000 до 8000 об/мин. На основе рассматриваемых величин скоростей вращения винта была выбрана RANS модель турбулентности Standard k- ω [2]. Расчеты выполнены с помощью инструмента Ansys Fluent.

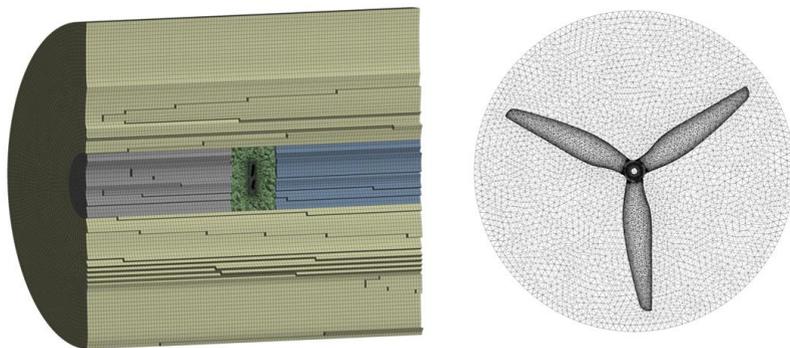


Рис. 2. Расчетная конечно-объемная модель с доменом скользящей сетки

Валидация и верификация модели. С целью проверки результатов моделирования проведено несколько экспериментов на оригинальном воздушном винте. Согласно полученной зависимости тяги от скорости вращения, построенная модель верифицирована и валидна в интересующем нас рабочем диапазоне от 5000 до 8000 об/мин (рис. 3).

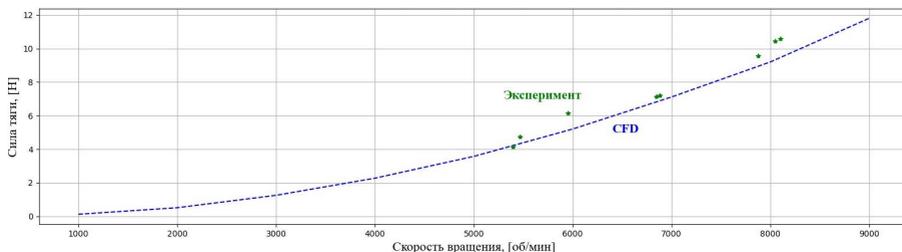


Рис. 3. Зависимость тяги от скорости вращения воздушного винта HQProp 9x5x3

Геометрия модели с законцовками лопастей. Для анализа влияния формы воздушного винта на силу тяги и акустическое давление модифицированы законцовки лопастей: последовательно повернуты 3 концевых профиля на углы 10, 15, 20, 25 градусов относительно исходного положения (рис. 4).

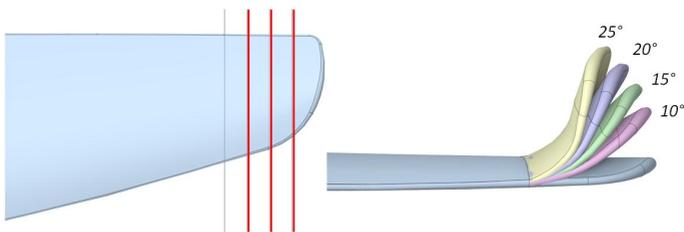


Рис. 4. Модификация геометрии лопасти воздушного винта HQProp 9x5x3

Результаты. Акустическое давление рассчитывается с помощью интегрального метода Фокса Вильямса – Хокингса [3,4]. Для измерений акустического давления взята 91 контрольная точка на расстояниях 0,5, 5,5, 20,5, 30, 40, 50, 100 метров по горизонтали и 0,5, 5,5, 20,5, 30, 40, 50 метров по вертикали в обоих направлениях. Пример сравнительного анализа исходного и одного из модифицированных вариантов винта представлен в табл. 1.

Табл. 1. Сравнительный анализ акустического давления и тяги исходного и модифицированного винта под углом 25° на каждый профиль в процентах

		25 град. — 5000 об/мин							25 град. — 7000 об/мин								
		Падение тяги			10,08%				Падение тяги			5,96%					
X	Z	0,5	5,5	20,5	30	40	50	100	X	Z	0,5	5,5	20,5	30	40	50	100
50		1,37	1,01	4,52	10,87	18,16	24,60	25,66	50		-0,61	-1,40	2,09	8,48	8,50	8,58	5,28
40		1,82	1,52	5,77	11,98	17,10	17,93	18,86	40		-0,07	-0,85	3,77	6,68	7,06	6,46	3,78
30		2,05	1,96	7,48	11,54	12,48	12,82	14,06	30		0,34	-0,03	4,87	5,54	5,20	4,68	3,41
20,5		2,07	2,14	7,48	8,51	9,01	9,25	10,67	20,5		0,61	0,83	4,08	4,00	3,42	2,82	3,38
5,5		1,60	2,70	4,23	4,42	4,59	4,81	6,67	5,5		0,71	1,69	1,94	2,18	2,37	2,53	3,17
0,5		1,07	2,09	2,35	2,68	3,05	3,42	5,93	0,5		0,64	1,05	1,75	2,00	2,21	2,39	3,07
0		4,25	1,87	2,78	3,08	3,42	3,77	5,87	0		3,29	0,71	1,70	1,97	2,19	2,37	3,06
-0,5		1,15	1,73	2,69	3,01	3,36	3,71	5,82	-0,5		0,60	0,87	1,89	2,10	2,17	2,35	3,05
-5,5		1,69	1,71	2,79	2,88	3,11	3,41	5,42	-5,5		0,78	1,16	1,97	2,22	2,43	2,60	3,17
-20,5		2,20	2,00	1,80	2,31	3,58	4,58	5,63	-20,5		0,70	0,59	2,16	1,55	1,92	2,17	3,60
-30		2,25	1,83	1,36	1,58	2,07	3,18	6,86	-30		0,43	-0,59	1,13	2,64	2,63	1,89	3,20
-40		2,14	1,72	1,62	0,64	1,23	1,76	7,76	-40		0,04	-0,88	1,94	3,51	3,07	3,10	2,79
-50		1,84	1,40	2,18	0,56	-0,02	0,77	7,05	-50		-0,48	-1,46	1,70	1,37	4,24	3,47	2,64

Заключение. В результате проведенных вычислительных экспериментов установлено, что законцовки лопастей позволяют уменьшить акустическое давление, распространяемое воздушным винтом, с отрицательным влиянием на тягу. В процентном соотношении результаты показывают ощутимые различия, а в фактическом значении величин результат сложно оценивать как существенный: максимальное понижение шума составляет 4,6 дБ.

В продолжение данной работы планируется рассмотреть влияние законцовок лопастей на больших скоростях вращения, однако при таких условиях следует учитывать деформации воздушного винта под действием внешних сил.

ЛИТЕРАТУРА

- Макеев А.А., Мамчиц А., Шувалов С.Е. Оценка характеристических размеров расчетной области для цифрового моделирования воздушного винта малых размеров / Радионавигация и Время: Труды СЗРЦ концерна ВКО «Алмаз–Антей» №12 (20) – 2023. – СПб.: Балтийская печать, 2023. – С.128-134.
- Kutty N.A., Rajendran P. 3D CFD Simulation and Experimental Validation of Small Apc Slow Flyer Propeller Blade // Aerospace. – 2021.–№4(1), P.10.
- Ffowcs Williams J.E., Hawkins D.L. Sound Generated by Turbulence and Surfaces in Arbitrary Motion – Philosophical Transactions of the Royal Society. Vol. A264, numb. 1151, 1961. p.321-342.
- Полякова Н.С. Оценка точности методов расчета аэродинамического шума с использованием пакета ANSYS FLUENT: дис. ... магистр; направление: 010600 – Прикладные математика и физика. – СПб.: ФГАОУ ВО «СПбГПУ», 2012.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ РАСПЛАВЛЕННОГО СТЕКЛА В ДВУМЕРНОЙ МОДЕЛИ ТИГЛЯ

Введение. Основной целью остекловывания жидких высокоактивных отходов является перевод радионуклидов и других опасных для окружающей среды химических соединений в твердую форму, которая должна удовлетворять ряду требованиям.

Для процесса остекловывания наиболее часто используются керамические печи с прямым резистивным нагревом [1]. Нагрев расплава стекла в такой печи осуществляется за счет протекания электрического тока между электродами через расплав по одностадийной технологии. Это, наряду с относительно простой электротехнологической частью печи и низким энергопотреблением, является основным преимуществом по сравнению с другими печами. Тигель представляет собой емкость, в которой отходы смешивают со стеклообразующими материалами и нагревают до температуры плавления стекла при помощи нескольких электродов, проводящих ток через расплав стекла (рис. 1). При этом важно обеспечить равномерное распределение температуры и однородность расплава, чтобы избежать образования дефектов в стекле и обеспечить надежную изоляцию отходов.

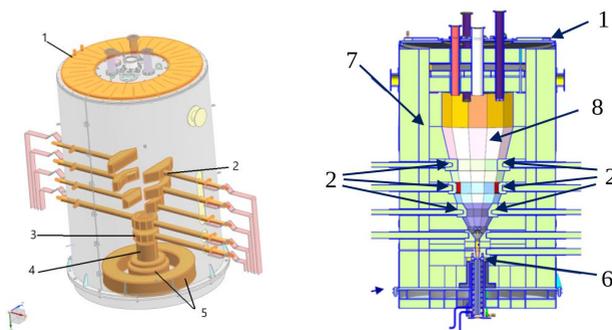


Рис. 1. Схема индукционного плавителя типа «холодный тигель» (ИПХТ)

1 – крышка, 2 – токоподводы, 3 – донный электрод, 4 – охлаждающие фильтры, 5 – охлаждение основания, 6 – слив, 7 – теплоизоляция, 8 – область тигля с расплавом

Одним из важных факторов, влияющих на процесс плавления стекла в тигле, является свободная конвекция — движение среды в поле силы тяжести, вызванное разностью температур. Разность температур в тигле определяется тем, насколько сильно охлаждаются электроды для предотвращения их разрушения под воздействием больших температур, а также интенсивностью протекающего через стекломассу электрического тока. Для получения данных о конвективных процессах в активной зоне целесообразно использовать численное моделирование.

Основной целью данной работы является адаптация численного метода для решения модельной двумерной сопряженной задачи гидродинамики, теплофизики и электричества в открытом программном пакете (ПП) OpenFOAM, а также верификация программного кода

^(*) Д.Ю. Кучиев, kuchiev_dyu@spbstu.ru

путем сравнения решений, полученных с помощью OpenFOAM [2] и с помощью коммерческого программного пакета COMSOL Multiphysics [3].

Постановка задачи. Рассматривается упрощенная модельная двумерная геометрия, учитывающая основные аспекты протекающего процесса (рис. 2). Для моделирования свободной конвекции в поле силы тяжести расплавленного стекла в тигле использовалось приближение Буссинеска. В рассматриваемой модельной задаче использовались условия постоянной температуры на стенках тигля, взятые из решения полной трехмерной задачи с учетом сопряженного теплообмена между тиглем и окружающими его элементами, которое было получено при помощи пакета COMSOL. Вязкость, плотность, удельная теплоемкость, проводимость и теплопроводность стекла задавались в виде функции температуры.

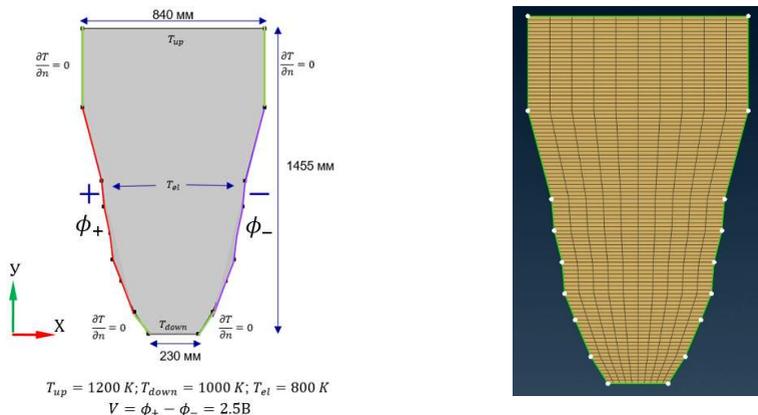


Рис. 2. Расчетная область (слева) и сетка (справа)

Вычисления проводились на регулярной «структурированной» сетке с числом ячеек 130x170 (рис. 2); дополнительные исследования показали, что на такой сетке достигается сеточно независимое решение.

Ввиду того, что в базовой версии OpenFOAM v11 не предусмотрена возможность решения задачи тепловой конвекции и электропроводности, был создан собственный решатель для численного интегрирования уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска, уравнения энергии (с источником тепла за счет джоулева нагрева) и уравнения Пуассона для электрического потенциала.

Сравнение результатов в COMSOL и OpenFOAM. Полученные с использованием пакета OpenFOAM стационарные численные решения демонстрируют хорошее соответствие с результатами, полученными в пакете COMSOL Multiphysics (рис. 3). Небольшое отличие в распределении скорости связано, по-видимому, с сильной зависимостью вязкости от температуры. Так, небольшие (порядка 1%) отличия в температурном поле могут привести к изменениям коэффициента вязкости порядка 7%. Это различие может быть обусловлено особенностями численных методов и моделей, используемых в каждом из пакетов.

В качестве иллюстрации картины течения, на рис. 4 приведены поля температуры, вязкости и модуля скорости, полученные в расчете с помощью пакета OpenFOAM. Аналогичные распределения, полученные при помощи пакета COMSOL, близки к представленным на рис. 4. Таким образом, можно сделать вывод, что ПП OpenFOAM дает приемлемое по точности решение.

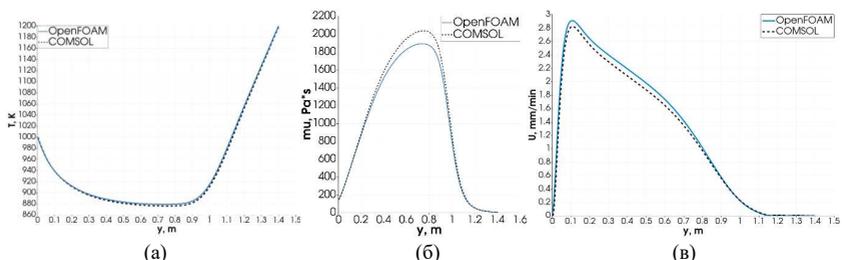


Рис. 3. Сопоставление распределений вдоль $x=0$ (а) – температуры, (б) – вязкости, (в) – модуля скорости для двух программных пакетов

Также было исследовано влияние подведенной разницы потенциалов на структуру течения (рис. 5). Максимальная скорость расплава увеличивается с ростом напряжения, что связано как с повышением объемного тепловыделения, так и с понижением вязкости вследствие повышения температуры.

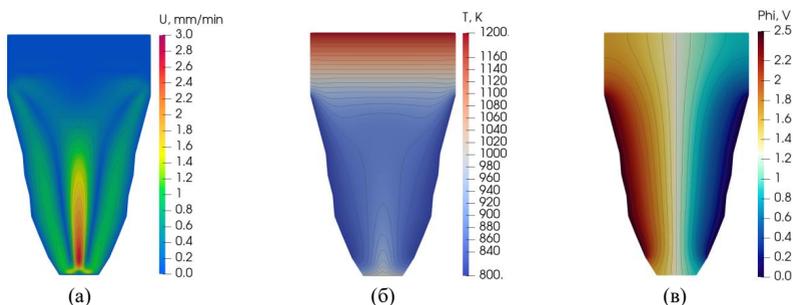


Рис. 4. Распределение величин (а) – температура, (б) – вязкость, (в) – модуль скорости

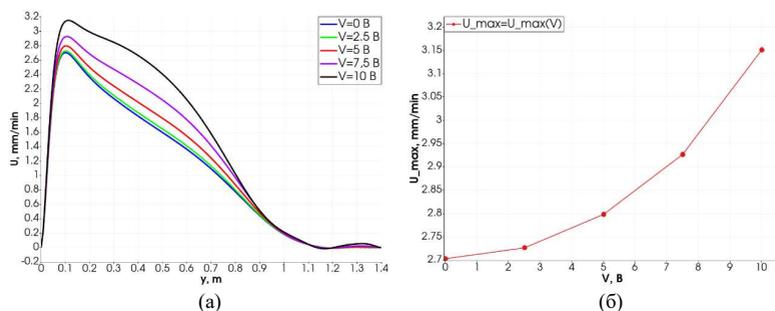


Рис. 5. (а) – Распределение вертикальной компоненты скорости вдоль $x=0$, (б) – Зависимость максимальной скорости от разности потенциалов на электродах

Заключение. Анализа полученных результатов показал, что адаптированный для решения данного класса задач решатель из ПП OpenFOAM может быть использован для проведения расчетов конвекции расплава стекла в тигле. При сравнении с решениями, полученными при помощи ПП COMSOL, наблюдается некоторое отличие в распределении скорости, которое вызвано сильной зависимостью вязкости от температуры: небольшие

(порядка 1%) отличия в температурном поле дают изменения коэффициента вязкости порядка 7%. Отмеченная особенность сильной зависимости вязкости от температуры проявляется и при исследовании влияния температуры электродов на течение: при уменьшении температуры вязкость значительно увеличивается, что приводит к заметному уменьшению скорости течения во всей области.

Исследование влияния перепада напряжения на электродах на течение показало, что изменение напряжения с 0 до 10 В приводит к интенсификации конвекции и увеличению максимальной скорости в 1.2 раз.

ЛИТЕРАТУРА

1. Экспериментальные и численные исследования для разработки промышленной печи остекловывания высокоактивной плавкой в холодном тигле/ И.Н. Скриган // Сборник докладов студентов, аспирантов и молодых ученых «64-й науч.-тех. конф. профессорско-преподавательского состава университета». – Санкт-Петербург, 26 января – 5 февраля 2011. – С. 146–150
2. Notes on Computational Fluid Dynamics: General Principles / Christopher J. Greenshields, Henry G. Weller // CFD Direct Limited, 2022 // URL: <https://doc.cfd.direct/notes/cfd-general-principles/> (дата обращения: 22.03.2024)
3. Introduction to COMSOL multiphysics extregistered / COMSOL Multiphysics, Burlington, MA. – 1998. – p. 2018.

УДК 536.24

Л.Л. Лушникова, С.А. Галаев
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ С ОРЕБРЕННОЙ СТЕНКОЙ

Введение. В настоящее время в промышленности широко применяются теплообменные аппараты. Отсюда возникает необходимость повышения эффективности теплообменников за счет увеличения теплоотдачи между стенками устройства и омывающей ее жидкости. Одним из способов интенсификации теплообмена является оребрение стенок каналов. Интенсификация теплообмена при оребрении стенок каналов достигается за счет дополнительного перемешивания охлаждающей жидкости, вызванного формирующимися около ребер вихревыми структурами.

В статье [1] приведены результаты экспериментального исследования турбулентного течения через канал с оребрением одной из стенок, в котором авторы выявили, что максимальная и минимальная теплоотдача наблюдались на стенке перед ребром и на передней кромке вершины ребра. Позднее была выпущена работа [2], посвященная анализу течения и теплообмена в продольно-периодической геометрии. Авторы исследования определили, что теплоотдача зависит от числа Рейнольдса, относительной высоты ребер и расстояния между ними. В работе [3], базирующейся на геометрии из эксперимента [1], описаны результаты численного моделирования течения и теплообмена с использованием программного обеспечения Open FOAM, а также исследование влияния выбранной модели турбулентности на прогнозируемую интенсификацию теплообмена.

Постановка задачи. В работе рассматривается двумерный канал, геометрия которого представлена на рис. 1, с периодическим расположением ребер на одной из стенок. Предполагается, что длина канала достаточна для получения установившегося течения и

^(*) Л.Л. Лушникова, luschnikovalyubov@yandex.ru

теплообмена, поэтому расчетная область ограничена одним шагом оребрения. Границы периодичности проходят через середину ребра. В качестве линейного масштаба D использовалась высота канала $2h=0.2$ м, а длина расчетной области составляла 7.2 высоты ребра $e=0.4h$. В исследовании рассматривались режимы течения с числами Рейнольдса $Re=\rho VD/\mu$, определенными по высоте канала и средней скорости потока в поперечном сечении между ребрами, равными $1.31 \cdot 10^4$, $2.52 \cdot 10^4$ и $3.72 \cdot 10^4$.

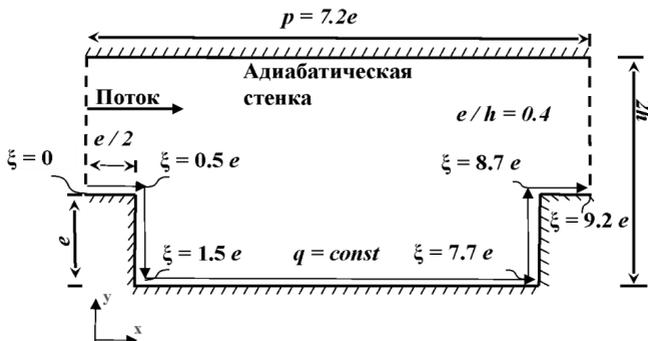


Рис. 1. Геометрия канала

На правой и левой границах ставилось условие периодичности течения. На левой границе задавались характерная температура потока равная 300К и массовый расход, обеспечивающий необходимое число Рейнольдса. На нижней стенке и поверхностях ребра ставилось условие постоянного теплового потока $q = 1000$ Вт/м². Верхняя стенка полагалась адиабатической. Плаучесть в модели не учитывалась в предположении малого температурного напора между стенкой и жидкостью.

Математическая модель и численный метод. Течение описывалось осредненными по Рейнольдсу уравнениями Навье-Стокса (уравнения Рейнольдса) и уравнением энергии. Для замыкания системы использовалось семь моделей турбулентности: двухпараметрические модели $k-\varepsilon$, $k-\omega$, $k-\omega$ SST и $k-\omega$ BSL, однопараметрическая модель Спаларта-Аллмараса, модели реинольдсовых напряжений Stress BSL и Stress ω .

Для численного интегрирования балансовых уравнений переноса использовался метод конечных объемов. Численное моделирование осуществлялось с применением программного комплекса ANSYS Fluent 2021 R1. Расчеты выполнены с применением метода Coupled. Для дискретизации конвективных потоков использовалась противопоточная схема второго порядка точности Second Order Upwind. Пространственная дискретизация градиентов осуществлялась по схеме Least squares cell based.

Расчетная область покрывалась структурированной сеткой с ортогональными ячейками. По результатам исследования сеточного влияния на получаемое решение был выбран базовый вариант сетки, для которого в продольном направлении канала количество ячеек равнялось 102 со сгущением к сторонам ребра, а в поперечном направлении – 111 ячеек со сгущением к стенкам канала и ребра.

Результаты расчетов. Рис. 2 иллюстрирует течение в канале для варианта с моделями турбулентности $k-\varepsilon$, $k-\omega$ SST и Спаларта-Аллмараса. Для большинства вариантов, отличающихся применяемой для замыкания уравнений Рейнольдса моделью турбулентности, наблюдается образование большой рециркуляционной зоны в межреберном пространстве (на рис. 2 обозначена “зона 1”), а также малой зоны обратного течения за ребром (зона 2) и еще одной области рециркуляции вблизи наветренной стороны ребра

(зона 3). Для моделей $k-\omega$ SST и Спаларта-Аллмараса характерно, что рециркуляционная зона 1 занимает практически все расстояние между ребрами и сливается с зоной 3 перед ребром. При использовании модели $k-\varepsilon$ зона 1 оказывается существенно меньше и занимает примерно половину межреберного пространства. Присоединение потока между зонами 1 и 3 получено только в расчетах с моделями турбулентности $k-\varepsilon$ и Stress BSL. Для остальных рассмотренных моделей присоединение потока не наблюдалось.

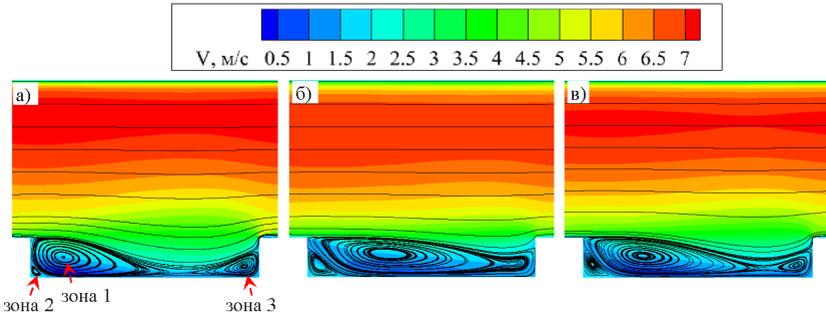


Рис. 2. Поля скорости с линиями тока для $Re = 1.31 \cdot 10^4$, полученные по трем моделям турбулентности: а) $k-\varepsilon$, б) $k-\omega$ SST, в) Спаларта-Аллмараса

На рис. 3 представлены результаты сопоставления локальных чисел Нуссельта ($Nu = \alpha D / \lambda$) на оребренной стенке, полученных при численном моделировании и в эксперименте [1]. Модели турбулентности с двумя уравнениями переноса дают достаточно близкие к эксперименту результаты, а модели реингольдсовых напряжений и Спаларта-Аллмараса показывают значения ниже экспериментальных. Перед ребром для всех применяемых моделей не наблюдается локального увеличения числа Nu , характерного для эксперимента [1] и не отмечавшегося в работах других авторов [3, 4]. Отметим, что применение модели $k-\omega$ BSL дает наилучшее согласование с экспериментом.

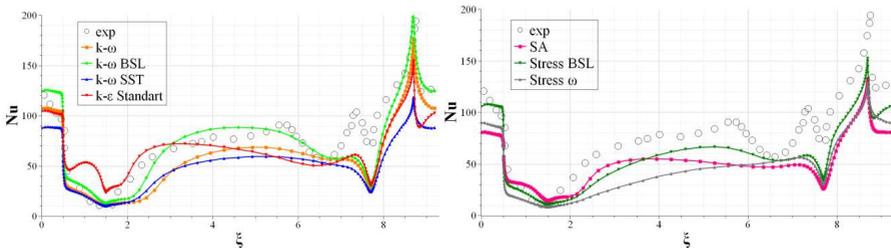


Рис. 3. Распределение числа Нуссельта на нижней стенке и ребрах для $Re = 1.31 \cdot 10^4$

На рис. 4 представлены результаты параметрического исследования по влиянию шага оребрения на интенсификацию теплообмена. По оси ординат отложено отношение чисел Нуссельта в оребренном и гладком каналах. Результаты, полученные с применением $k-\omega$ SST модели турбулентности, для вариантов с шагом оребрения меньшим $6.5e$ ($p/D = 1.3$) предсказывают ухудшение теплоотдачи по сравнению с гладким каналом. Расчет с моделью $k-\omega$ BSL прогнозирует интенсификацию для всех рассмотренных вариантов геометрии. При этом вне зависимости от применяемой модели турбулентности максимальное значение интенсификации теплоотдачи для трех режимов течения достигается при шаге между ребрами близком к $14.5e$ (трех калибров канала).

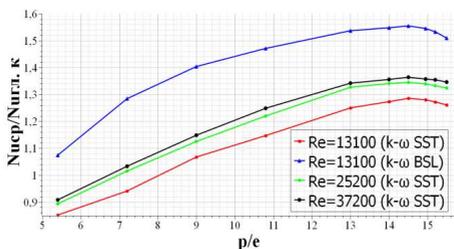


Рис. 4. Зависимость $Nu_{cp}/Nu_{cp,г.к.}$ от шага оребрения

Заключение. Представлены результаты численного моделирования течения и теплообмена в плоском канале с оребренной стенкой. Показано, что в области между ребрами формируется три зоны рециркуляции, интенсифицирующие теплоотдачу. Выявлено влияние выбранной модели турбулентности на моделирование течения в канале и теплоотдачи оребренной стенки. Сопоставление с экспериментальными данными показывает, что модели турбулентности с двумя уравнениями переноса дают достаточно близкие к эксперименту значения теплоотдачи, а модели реинольдсовых напряжений и Спаларта-Аллмараса занижают результаты. Оптимальный для интенсификации теплообмена шаг оребрения по результатам численного моделирования составляет около 14.5 размера ребра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lockett J. F. and Collins M. W. Holographic interferometry applied to rib-roughness heat transfer in turbulent flow // *Int. J. Heat Mass Transfer.* – 1990. – Vol. 33. – № 11. – P. 2439-2449.
2. Ciofalo M. and Collins M. W. Large-eddy simulation of turbulent flow in plane and rib-roughened channels // *Int. J. of Numerical Methods in Fluids.* – 1992. – Vol. 15 – P. 53-489.
3. P. Wehling, B.A. Younis, B. Weigand. Heat transfer enhancement in a ribbed channel: Development of turbulence closures // *Int. J. of Heat and Mass Transfer.* – 2014. – № 76. – P. 509-522.
4. T. Liou, J. Hwang, S. Chen, Simulation and measurement of enhanced turbulent heat transfer in a channel with periodic ribs on one principal wall, *Int. J. Heat Mass Transfer.* – 1993. – № 36. – P. 507–517.

УДК 532.5

П.В. Любимов

Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II^(*)

СПОСОБ ГЕРМЕТИЗАЦИИ ПОЛОСТИ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО УЧАСТКА ГАЗОПРОВОДА С ЛОКАЛЬНЫМ СКВОЗНЫМ ДЕФЕКТОМ

Герметизация повышает долговечность, надежность и эффективность работы оборудования в целом. В отношении газопроводов известно множество способов герметизации, но все они не способны осуществляться без остановки работы участка декомпрессии. Предлагаемый способ, основанный на использовании временного герметизирующего устройства (ВГУ), реализуется в момент разгерметизации, используя развивающееся падение давления как движущую силу, до момента перекрытия дефекта, что снимает с операторов необходимость останавливать доставку углеводорода в линии для восстановления работоспособности участка.

^(*) П.В. Любимов, pavel.lyub@yandex.ru

На рис. 1. приведен внешний вид горизонтального участка газопровода и ВГУ.

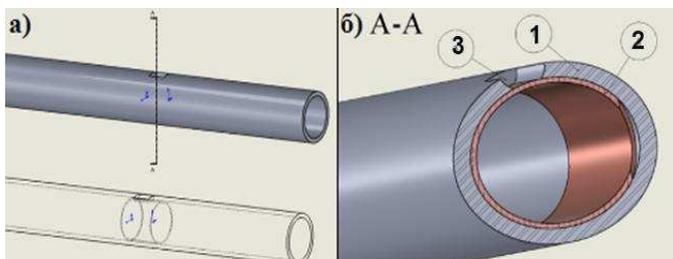


Рис. 1. Газопровод: а) горизонтальный участок газопровода со сквозным дефектом, б) разрез вида А-А, 1-газопровод, 2-ВГУ, 3- локальный сквозной дефект

В табл. 1 предложены к рассмотрению параметры среды и геометрия газопровода.

Табл. 1. Характеристики среды и газопровод

Характеристика	Значение
Материал линии газопровода	Сталь
Материал ВГУ	Акрил
Рабочее давление среды (р)	0,5 МПа
Расход (Q)	31,21 м ³ /с
Диаметр газопровода – наружный (dn)	1440 мм
Диаметр ВГУ – наружный (D _н)	1195 мм
Длина газопровода (L)	15 м
Площадь сквозного дефекта (F)	0,8 м ²

Условие, при котором ВГУ остается на месте (p -падение давления на участке втулки, w – скорость газа):

$$\Delta p * \pi (D^2 - d^2) \leq F_{\text{тр.покоя}}$$

Условие движения ВГУ ($\Delta p'$ – падение давления, w' – скорость газа при разгерметизации):

$$\Delta p' * \pi (D^2 - d^2) > F_{\text{тр.покоя}}$$

Левая часть неравенств характеризует силу, которая прилагается к одной из граней, встречной по направлению потока; так, для первого неравенства эта часть описывает состояние покоя ВГУ, а для второго состояние, при котором она сдвинется после образования нового перепада давления на участке, правая часть - силу, препятствующую перемещению ВГУ.

По расходу и диаметру определяется скорость потока, аналогично определяются скорость во втулке при ее диаметре и скорости при разгерметизации при новом расходе, которые создают достаточный для перемещения ВГУ перепад давления по полости газопровода [2]. При разгерметизации газопровода определяется массовый расход среды по формуле:

$$Q' = \mu * F * \sqrt{\frac{2k}{k-1} * \rho * p * \left[\left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}$$

где ρ – плотность газа при рабочем давлении и температуре [кг/м³], F – площадь отверстия [м²], μ – коэффициент расхода, принимается равным 0,65.

Схема истечения газа из локального сквозного дефекта представлена на рис. 2.

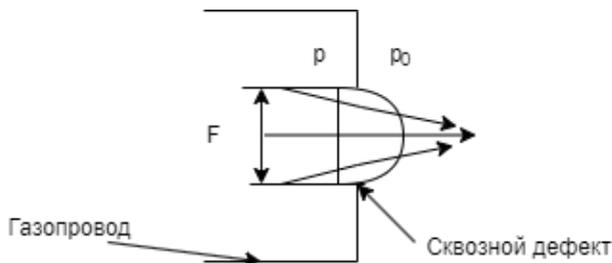


Рис. 2. Схема истечения, F – площадь сквозного отверстия, p – рабочее давление газа, p_0 – давление внешней среды

Также для определения коэффициента гидравлического сопротивления необходимо определить число Re , характеризующее режим течения жидкости, которое определяется соотношением инерционных и вязкостных сил в потоке. По числу Re определяется коэффициент гидравлического сопротивления [3]. Для случаев с целостной полостью и нарушенной герметичностью газопровода определяются изменения давления на участке по длине ВГУ при заданных скоростях и расходах газа. Разница в давлениях на участке с втулкой и без нее рассчитывается относительно установленных неравенств, и относится к левой части того же неравенства.

Разгерметизация отсутствует:

$$\Delta p = \Delta p_2 - \Delta p_1$$

Наличие сквозного дефекта:

$$\Delta p' = \Delta p'_2 - \Delta p'_1$$

На рис. 3. представлен результат численного моделирования.

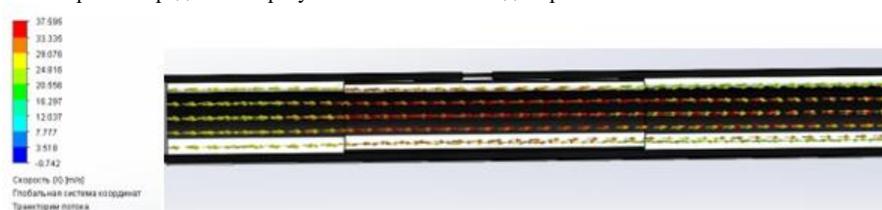


Рис. 3. Поле скорости

Для определения необходимых “пусковых” сил, преодолевающих силы трения ВГУ, использовались пакеты программного комплекса САПР, SolidWorks flow simulation и SolidWorks motion [3], также построено поле скорости среды.

Для использования рассчитанной геометрии на участке газотранспортной линии необходимо провести прочностной расчет на допустимое внутреннее избыточное давление:

$$[p] = \frac{2[\sigma]\varphi_p(s-c)}{D+s-c}$$

где σ – допускаемое напряжение, [Мпа], φ_p – коэффициент прочности продольного сварного шва, принимается равным 1, так как акриловые трубы изготавливаются посредством экструзии. Результаты расчета сведены в табл. 2.

На рис. 4 приведена эпюра сил трения, позволяющая определить “пусковое” значение силы трения, сила, при которой рассматриваемая вариация ВГУ сдвинется до перекрытия сквозного отверстия, для смоделированного объекта – газопровода с ВГУ.

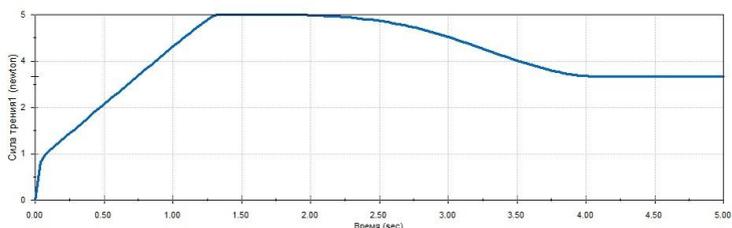


Рис. 4. Эпюра сил трения

Табл. 2. Характеристики среды и газопровода.

Характеристика	Значение
Скорость потока до образования отверстия	27.8 м/с
Скорость потока внутри ВГУ	33.5 м/с
Средняя шероховатость стали	0.012
<i>Re</i>	$6.5 \cdot 10^4$
Скорость потока после образования отверстия	315.9 м/с
Скорость потока внутри ВГУ после образования сквозного дефекта	380 м/с
Плотность газа	3.3 кг/м^3
Коэффициент гидравлического сопротивления	0.035
Падение давления до образования отверстия	0.6 Па
Падение давления после образования отверстия	77.3 Па
Сила, прилагаемая к грани ВГУ до разгерметизации	0.04 Н
Сила, прилагаемая к грани ВГУ после разгерметизации	5.2 Н
Длина ВГУ	1 м
Толщина ВГУ	41.3 мм
Сила необходимая для приведения ВГУ в движение	5 Н
Допустимое внутреннее избыточное давление	0,71 МПа

На основании вышеизложенных результатов, полученных как аналитическими методами, так и применением пакетов математического моделирования и анализа SolidWorks и MathCad, можно заключить, что рассматриваемый способ герметизации газопровода возможно осуществить при достаточной движущей силе, обусловленной как геометрией ВГУ и газопровода, так и площадью сквозного дефекта, который устанавливает новый режим течения. Также следует обратить внимание на необходимость тщательной проверки конструкции и материалов цилиндрической втулки, чтобы гарантировать ее надежность и долговечность в эксплуатации. Проведение дополнительных испытаний на моделях и в реальных условиях эксплуатации поможет оптимизировать процесс герметизации и улучшить его эффективность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Испытания газопроводов на прочность и герметичность. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://clck.ru/39Kj2w> (дата обращения: 08.03.2024).
2. A comprehensive review on single phase heat transfer enhancement techniques in heat exchanger applications / Tabish Alam, Man-Hoe Kim // Renewable and Sustainable Energy Reviews. – 2018. –ISSN 1364-0321. – V. 81. – P. 813-839.
3. SolidWorks Flow Simulation Tutorial // MySolidWorks: информ. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://clck.ru/39ooPW> (дата обращения 10.01.2024).

ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ И ТЕСТИРОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ РЕАЛЬНОГО ГАЗА В КОДЕ SINF/FLAG-S ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДИНАМИКИ СУЩЕСТВЕННО СЖИМАЕМОГО ГАЗА

При численном расчете достаточно широкого класса течений использование уравнения состояния совершенного газа приводит к значительным отклонениям от реального поведения, кроме этого, при сильном изменении термодинамических параметров свойства газа нельзя считать постоянными. Наиболее существенные отличия проявляются при параметрах газа, близких к критическим, фазовых переходах, также в случае веществ со сложным молекулярным строением [1-2]. Для расчета такого класса течений необходимо использовать эмпирические аппроксимации для конкретных веществ или более универсальные модели, имеющие уравнения состояния, учитывающие реальные свойства газа. Настоящая работа посвящена программной реализации термического и калорического уравнений состояния реального газа на базе конечно-объемного «неструктурированного» программного кода SINF/Flag-S, разрабатываемого в СПбПУ.

Основная модификация кода SINF/Flag-S была направлена на реорганизацию структуры кода для возможности относительно легкого внедрения произвольного уравнения состояния. Для этого был написан отдельный модуль, в который вынесены все процедуры расчета необходимых термодинамических параметров, и к которому можно обращаться из любой части кода. На базе модифицированной версии кода была программно реализована модель реального газа Анжье-Редлиха-Квонга (АРК), описанная в [3]. Кроме этого, был написан отдельный модуль для учета зависимости теплоемкости от температуры, которая задается в виде полинома до восьмой степени включительно [3].

Верификация реализованной модели реального газа с учетом переменной теплоемкости была выполнена путем проведения тестовых расчетов невязкого течения в сопле Лавала, постановка и геометрия основана на данных [4] (отношение высоты входного сечения к высоте критического составляет 2.5, длины сопла к высоте критического сечения – 216). Расчетная область содержала 100×10 ячеек. Расчеты проводились для газа с большой молекулярной массой, а именно паров октана. Теплоемкость октана в приближении идеального газа составляла, $C_p = 2467$ Дж/(кг·К) в случае расчетов по модели реального газа значение констант в модели АРК, а также константы полинома зависимости теплоемкости от температуры (C_p [Дж/(кг·К)] = $299.23 + 5.14T - 0.0016176T^2$) задавались в соответствии с базой данных ANSYS Fluent. На входе в сопло задавались полная температура $T_0 = 400$ К и давление $p_0 = 4 \cdot 10^5$ Па, на выходе – экстраполяция всех переменных. Решение, полученное с использованием кода SINF/Flag-S, сопоставлялось с решением, полученным по такой же модели с использованием кода ANSYS Fluent. Для расчет конвективных слагаемых в обоих кодах использовалась схема AUSM второго порядка точности.

Результаты расчетов, полученные по двум кодам, приведены на рис. 1: показаны распределения температуры и теплоемкости вдоль оси сопла. Здесь и далее «real» означает применение модели АРК с учетом переменной теплоемкости («ideal» означает использование уравнения состояния совершенного газа и постоянной теплоемкости). Видно, что наблюдается полное совпадение результатов, полученных при использовании кода SINF/Flag-S и ANSYS Fluent. Отметим также существенное отличие результатов, полученных по модели реального газа от случая совершенного газа с постоянными свойствами.

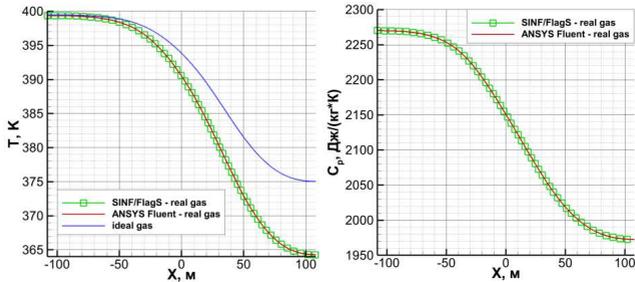


Рис. 1. Расчетные кривые, полученные по коду SIN/Flag-S и коду ANSYS Fluent: распределения температуры (слева), распределения теплоемкости (справа)

Как уже было отмечено ранее, реальные свойства газа необходимо учитывать в случае, если температура или давление газа меняются в широких диапазонах. Для исследования влияния этого учета применительно к встречающимся на практике задачам были проведены расчеты для условий экспериментального исследования обтекания затупленного тела сверхзвуковым потоком, выполненного на Малой Ударной Трубе лаборатории газовой динамики ФТИ им. А.Ф. Иоффе. В эксперименте сжатый в ударной трубе рабочий газ тормозился в торце камеры низкого давления и с параметрами торможения ($T_0 = 3660$ К и $p_0 = 1.92$ МПа) поступал через входную щель высотой 6 мм в сверхзвуковое клиновидное сопло длиной 29 см (угол клина 15° от оси сопла). Обтекаемое тело с передней кромкой радиусом 1 см располагалось на срезе сопла. В качестве рабочего газа использовался азот. Число Маха потока на выходе из сопла составляло 5, число Рейнольдса $7.5 \cdot 10^5$ [1/м]. Газ за отраженной ударной волной (на входе в сопло) имеет очень высокую температуру, а при расширении в сопле температура существенно падает, в результате в ходе эксперимента реализуется достаточно большой диапазон температур (от 293 К до 3660 К).

Для условий описанного эксперимента проведены численные расчеты, в которых решались уравнения Навье-Стокса для вязкого сжимаемого газа в стационарной постановке. Зависимость коэффициента вязкости от температуры определялась формулой Сазерленда. Расчеты проводились в двумерной постановке без учета влияния пограничных слоев на боковых стенках сопла, расчетная область содержала торец камеры низкого давления, из которого происходит истечение газа в сопло, сверхзвуковое сопло и основную часть рабочей камеры с обтекаемым телом. Течение предполагалось симметричным относительно оси сопла. На срезе камеры низкого давления задавались указанные выше параметры торможения, на выходе значения экстраполировались из расчетной области, на стенках сопла и поверхности тела ставились условия прилипания, все поверхности поддерживались при постоянной температуре $T_{wall} = 293$ К. Расчеты проведены для двух вариантов: с использованием уравнения состояния совершенного газа при постоянной теплоемкости $C_p = 1040$ Дж/(кг·К) и с применением модели АРК при переменной теплоемкости C_p [Дж/(кг·К)] = $868.623 + 0.4416T - 1.687 \cdot 10^{-4}T^2 + 2.997 \cdot 10^{-8}T^3 - 2.004 \cdot 10^{-12}T^4$ (данная зависимость была взята из базы данных ANSYS Fluent для азота). Расчет конвективных слагаемых выполнялся по схеме AUSM второго порядка точности.

Поле числа Маха, полученное в расчете с использованием модели совершенного газа, представлено на рис. 2. В сверхзвуковом сопле газ расширяется и достигает значения числа Маха 5 на срезе сопла, там, где установлено тело. Искривление изолиний числа Маха связано с косыми скачками уплотнения, формирующимися при течении в сопле, и их отражениями от стенок. При натекании сверхзвукового потока на затупленное тело, перед телом формируется отошедший скачок уплотнения.

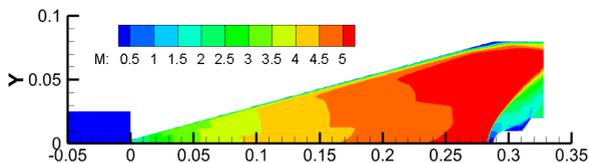


Рис. 2. Поле числа Маха, полученное в расчете с использованием модели совершенного газа

Поле изобарной теплоемкости C_p в случае расчета с использованием модели реального газа показано на рис. 3. Температура за отошедшим скачком уплотнения вблизи обтекаемого тела резко возрастает, и значение теплоемкости в этой области существенно увеличивается (на 25%). Распределения числа Маха вдоль оси сопла для двух вариантов (совершенный газ и модель реального газа) представлены на рис. 4. Видно, что учет реальных свойств азота приводит к тому, что расчетные значения числа Маха получаются меньше, чем в случае совершенного газа. В результате, отошедший скачок уплотнения расположен ближе к обтекаемому телу. Приведенные данные иллюстрируют достаточно заметное отличие результатов, полученных в расчетах с использованием модели реального газа, от расчетных данных, полученных по модели совершенного газа.

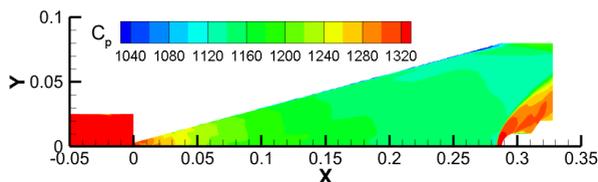


Рис. 3. Распределение C_p для реального газа

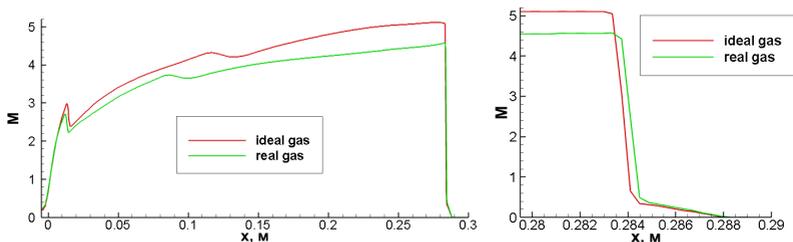


Рис. 4. Распределения числа Маха вдоль оси сопла, полученные в расчетах с использованием модели совершенного и реального газа (слева) и увеличенный участок вблизи тела (справа)

ЛИТЕРАТУРА

1. Вукалович М.П., Новиков И.И. Уравнение состояния реальных газов. Москва, Государственное энергетическое издательство, 1948 г.
2. В.Е. Poling, J.M. Prausnitz, and J.P. O'Connell. The properties of Gases and Liquids. McGraw-Hill, International Edition, 5th edition, 2007.
3. ANSYS Fluent Theory Guide – Release 2022 R2.
4. Смирновский А.А. Численное моделирование транзвуковых течений реального газа на основе уравнений Навье-Стокса: дис. на соискание ученой степени магистра. – Санкт-Петербург: СПбПУ, 2005. – С. 47

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ТЕПЛООБМЕННОЙ НАСАДКИ СО СЛОЖНОЙ СТРУКТУРОЙ ДЛЯ СИСТЕМ ВЕНТИЛЯЦИИ

Введение. Исследование вентиляционных систем с целью повышения их энергоэффективности – актуальный вопрос для современного мира с растущим спросом на энергоресурсы. К одной из таких систем относится децентрализованная вентиляционная система, в основе которой лежит приточно-вытяжная работа рекуператора. Рекуператор позволяет не только осуществить оптимальный воздухообмен для здоровья человека, но и нагреть приточный воздух теплотой удаляемого, т.е. уменьшить тепловые потери. Ключевую роль в аккумулировании теплоты и эффективности всего устройства играет теплообменная насадка. В работах [1, 2] теоретически и экспериментально были изучены параметры, влияющие на эффективность насадки. В работах [3, 4] были изучены теплообменники с трижды минимальной периодической поверхностью в качестве структуры заполнения при помощи численного моделирования. Так, например, в работе [3] проводилось сравнение теплообменников. Рабочей средой являлись две жидкости разных температур. Увеличение эффективности теплообменника со сложной структурой составило до 35% по сравнению с пластинчатым теплообменником. В работе [4] исследовали теплообменник с такой же сложной структурой из полимерной смолы, который был напечатан на 3D принтере. Рабочей жидкостью являлась вода. Результаты экспериментов показали 55% увеличение эффективности по сравнению с обычным теплообменником.

В данной работе представлены результаты экспериментального исследования теплообменной насадки в реверсивных режимах работы. В качестве исследуемой насадки использовался теплообменник сложной структуры, который был изготовлен методом 3D-печати.

Основная часть. Экспериментальная установка представлена на рис 1. Установка представляет собой трубу диаметром 140 мм и длиной 300 мм. Для уменьшения тепловых потерь стенки трубы были теплоизолированы. В трубу была установлена теплообменная насадка. Вентилятор обеспечивал подачу воздушного потока при исследовании реверсивных режимов. Измерительная система состояла из хромель-алюмелевых термопар, восьмиканального регулятора ТРМ148, преобразователя АС-4 и компьютера. Измерения проводились в автоматизированном режиме. Расход воздуха измерялся анемометром. В качестве исследуемой насадки использовался теплообменник сложной структуры. Структура описывается аппроксимированным уравнением:

$$\sin(x) \cos(y) + \sin(y) \cos(z) + \sin(z) \cos(x) = 0$$

Данная поверхность не содержит прямых линий и плоских симметрий. Структура состоит из повторяющихся элементов с положительной и отрицательной кривизной с периодичностью по трем осям. Теплообменник был изготовлен методом 3D-печати. Материал теплообменника – политилентерефталатгликоль (PETG). Диаметр насадки составил 140 мм, длина варьировалась от 90 до 150 мм. Внешний вид теплообменной насадки показан на рис. 2.

Эксперименты проводились в натуральных условиях. Методика проведения эксперимента была следующей: вентилятор работал в двух поочередно меняющихся реверсивных режимах, каждый из которых длился 60 секунд. В одном режиме воздух выходил из

комнаты, тем самым оставляя теплоту в теплообменной насадке, в другом режиме уличный воздух поступал в комнату, принимая запасенное тепло. При проведении исследований использовалась различная длина теплообменной насадки. Для каждой длины насадки проводилось снятие данных не менее чем 30 переключений (реверсов).

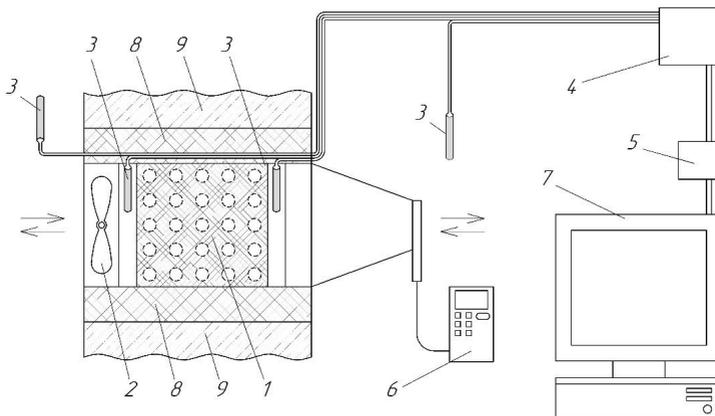


Рис. 1. Схема экспериментальной установки:

1 – теплообменная насадка; 2 – вентилятор; 3 – термопара; 4 – восьмиканальный измеритель ТРМ 148; 5 – преобразователь АС-4; 6 – анемометр; 7 – рабочая станция; 8 – теплоизоляция; 9 – бетонная стена



Рис. 2. Внешний вид теплообменной насадки

В ходе проведения исследований был получен коэффициент теплоутилизации (рис. 3), который рассчитан по методике, приведенной в работе [5]. Сплошная линия на рисунке представляет собой аппроксимацию экспериментальных данных.

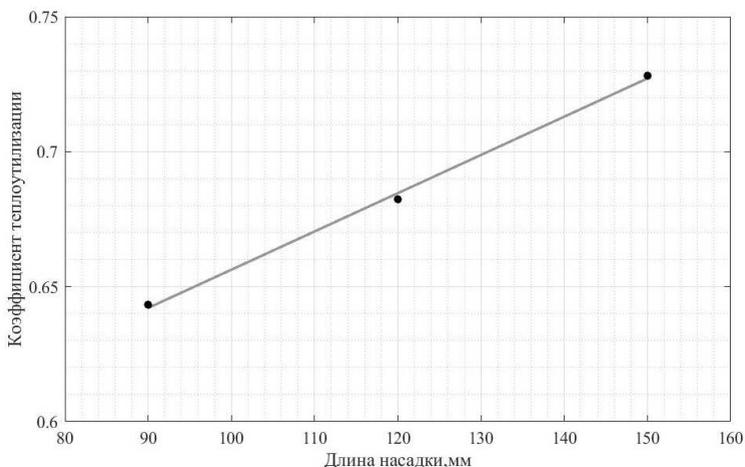


Рис. 3. Зависимость коэффициента теплоутилизации от длины теплообменной насадки

Заключение. В ходе проведенных исследований были получены следующие результаты:

- структура в виде трижды минимальной периодической поверхности, как тип заполнения теплообменной насадки, показала свою эффективность при работе в реверс режимах;
- данный тип теплообменной насадки может использоваться в децентрализованных вентиляционных системах;
- при увеличении длины теплообменной насадки в 1.7 раза коэффициент теплоутилизации увеличивается на 11,3%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Aristov Y.I., Mezentsev I.V., Mukhin V. A. A new approach to regenerating heat and moisture in ventilation systems // Energy and buildings. – 2008. – Vol. 40 (3). – P. 204-208.
2. Nizovtsev M.I., Borodulin V.Y., Letushko V.N. Influence of condensation on the efficiency of regenerative heat exchanger for ventilation // Applied Thermal Engineering. – 2017. – Vol. 111. – P. 997-1007.
3. Alteneiji M. et al. Heat transfer effectiveness characteristics maps for additively manufactured TPMS compact heat exchangers // Energy Storage and Saving. – 2022. – Vol. 1(3). – P. 153-161.
4. Dixit T. et al. High performance, microarchitected, compact heat exchanger enabled by 3D printing // Applied Thermal Engineering. – 2022. – Vol. 210. – P. 118339.
5. Аристов Ю.И., Мезенцев И.В., Мухин В.А. Новый подход к регенерации теплоты и влаги в системе вентиляции помещений II. Прототип реального устройства // Инженерно-физический журнал. – 2006. – Т. 79(3). – С. 151-157.

Н.А. Монахов¹, П.А. Попов¹, А.В. Павлов², В.А. Сахаров¹, Р.О. Куракин¹
¹ФТИ им. А.Ф. Иоффе^(*)
²Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ИЗМЕРЕНИЕ ТЕПЛООВОГО ПОТОКА В КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКЕ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА С ПОМОЩЬЮ ДАТЧИКА НА ГЕТЕРОГЕННОЙ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЕ

Введение. Исследование теплообмена при обтекании тел различной формы высокоскоростными потоками газа является одной из актуальных задач современного аэрофизического эксперимента. Наиболее полное воспроизведение условий реального полета возможно лишь с использованием газодинамических установок импульсного действия, например, ударных труб с отражающим соплом [1]. Интенсивное силовое, тепловое и эрозионное воздействие высокоскоростного течения на поверхность тела и на чувствительные элементы датчиков теплового потока существенно ограничивает область применимости традиционно используемых средств измерений, таких как тонкопленочные датчики сопротивления и коаксиальные термопары.

Одним из возможных решений данной проблемы является использование датчиков на основе гетерогенной металлической структуры, разработанных в СПбПУ Петра Великого. Чувствительный элемент представляет собой пластинку из чередующихся слоев металлов с различным коэффициентом термоЭДС и ориентированных под некоторым углом к рабочей поверхности (рис. 1а). Слои соединяются друг с другом при помощи диффузионной сварки, провода для регистрации электрического сигнала привариваются к боковым граням. Это обеспечивает высокую надежность соединений и высокую стойкость к механическому и тепловому воздействию высокоскоростного потока газа. Принцип действия датчика основан на генерации термоэлектрического поля в чувствительном элементе, обладающем анизотропией коэффициента термоЭДС при появлении в нем градиента температуры [2].

Целью данной работы является исследование применимости датчика для измерения конвективного теплового потока на поверхности затупленного тела при обтекании высокоскоростным потоком газа в экспериментах на ударных трубах с отражающим соплом.

Экспериментальная установка. Эксперименты были выполнены на Большой ударной трубе ФТИ им. А.Ф. Иоффе [3]. Длина камеры низкого давления 12.6 м, камеры высокого давления 3.3 м, внутренний диаметр 100 мм. Конец камеры низкого давления соединен с демпферным баком, внутри которого установлено сверхзвуковое сопло. Исследуемая полусферическая модель диаметром 70 мм располагалась внутри бака на расстоянии 70 мм от выходного сечения сопла. Датчик теплового потока был изготовлен из 8 слоев меди и 8 слоев никеля толщиной 0.15 мм (рис. 1б), имел размеры в плане 3х3 мм при общей толщине 0.5 мм. Вставка с датчиком (рис. 1в) устанавливалась в критической точке модели.

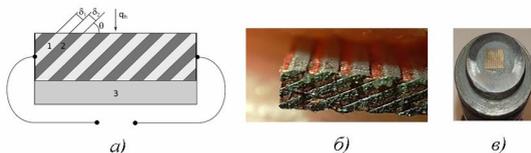


Рис. 1. а) Структура датчика на основе слоистых металлических структур; б) Макрофотография фрагмента структуры из пары медь-никель; в) Внешний вид датчика на съемной вставке

(*) Н.А. Монахов, nikolay.monakhov@mail.ioffe.ru

Перед началом эксперимента камера низкого давления отделялась от демпферного бака с помощью тонкой диафрагмы, устанавливаемой в критическом сечении сопла. В момент отражения падающей ударной волны, диафрагма разрушалась и начиналось истечение газа через сопло. В качестве рабочего газа использовался азот. Параметры газа за отраженной ударной волной на входе в сопло и параметры потока в выходном сечении сопла были рассчитаны с помощью кода Nenzf1d, входящего в Gas Dynamic Toolkit (GDTk) (табл. 1) [4]. Такой подход на основе моделей реального газа позволяет учесть неравновесный характер течения в сопле, что приводит к изменению эффективного показателя адиабаты рабочего газа и отличию результатов расчета от одномерной идеальной теории сопла. Экспериментальные значения теплового потока сравнивались со значением, полученным по теории Фэя–Ридделла [5].

Табл. 1. Начальные условия экспериментов и рассчитанные параметры газа за отраженной ударной волной на входе в сопло и в его выходном сечении.

Режим	P_1 , mbar	M_1	P_5 , кПа	T_5 , К	T_{ex} , К	v_{ex} , М/с	p_{ex} , Па
1	27	6.29	1000	4300	618	3077	302
2	15	5.48	397	3360	441	2698	110

Калибровка датчика теплового потока. Перед проведением экспериментов была выполнена калибровка датчика по отраженной ударной волне. Для этой цели он был установлен на торцевом фланце, закрепленном в конце камеры низкого давления Малой ударной трубы ФТИ им. А.Ф. Иоффе. В одномерном приближении, при отсутствии диссоциации и ионизации газа, степенной зависимости теплопроводности и плотности от температуры, а также постоянной теплоемкости газа за отраженной ударной волной тепловой поток в стенку описывается выражением [6]:

$$q\sqrt{t} = 1.13 \sqrt{\frac{\rho C \lambda}{2}} T_5 \sqrt{\frac{1 - \theta_w^\nu}{\nu} - \frac{1 - \theta_w^{\nu+1}}{\nu + 1}} \quad (1)$$

где ρ , λ , C – плотность, теплопроводность и удельная теплоемкость газа за отраженной ударной волной, $\theta_w = T_5 / T_w$ – отношение температуры газа за отраженной ударной волной T_5 к температуре стенки T_w , $\nu = 3/4$ – показатель степени в температурной зависимости теплопроводности газа.

Обработка электрического сигнала датчика проводилась по методике [7], основанной на одномерной тепловой и термоэлектрической модели, в рамках которой электрический сигнал пропорционален разности температур рабочей и тыльной поверхности. Тепловой поток находился в результате циклического решения одномерного уравнения теплопроводности с корректировкой температуры рабочей поверхности датчика, рассчитываемой по сигналу датчика. Искомый вольт-ваттный коэффициент S_0 , находился из условия минимального отличия среднего значения величины $q\sqrt{t}$ полученного в эксперименте и рассчитанного по теоретической зависимости (1). Для используемого датчика по результатам калибровочного эксперимента $S_0 = 15$ мкВ/Вт.

Результаты измерений теплового потока в критической точке. На рис. 2а и 2в приведены зарегистрированные сигналы датчика теплового потока для режима 1 и 2. Нулевой момент времени соответствует приходу стартовой ударной волны к поверхности модели. Из-за невысокого отношения сигнал/шум при предварительной обработке сигналов использовался Фурье-фильтр с верхней границей среза 25 кГц. На рис. 2б и 2г приведены измеренные (черные линии) и рассчитанные по теории Фэя–Ридделла (красные линии) тепловые потоки. Характерное время установления обтекания на модели не превышает 200 мкс, что существенно меньше длительности стационарного обтекания модели. Несмотря на высокий уровень осцилляций, вызванных математическими особенностями процедуры

обработки сигналов, получено хорошее совпадение экспериментальных и теоретических значений.

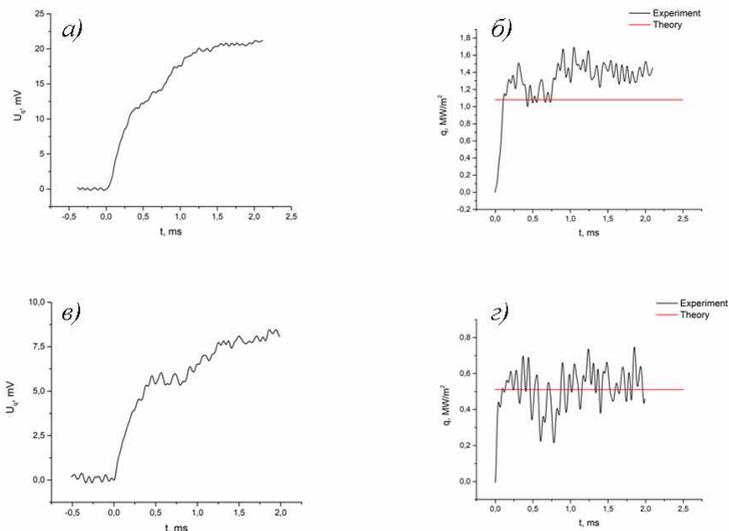


Рис. 2. Электрические сигналы датчика и рассчитанный по нему тепловой поток, полученные в режиме 1 (а и б) и режиме 2 (в и г)

Заключение. Представлены результаты калибровки датчика теплового потока нагретым газом за отраженной ударной волной. Проведено измерение теплового потока в критической точке затупленного тела при различной энтальпии набегающего потока газа. Получено хорошее согласие экспериментальных результатов с теорией, что демонстрирует применимость датчика на основе гетерогенных металлических структур и методики обработки его сигнала в экспериментах на ударных трубах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Igra O., Seller F. Experimental methods of shock wave research. – Springer International Publishing, 2016. – 488 p.
2. Sapozhnikov S.Z., Mityakov V.Yu., Mityakov A.V. Heatmetry: The Science and Practice of Heat Flux Measurement: Heat and Mass Transfer. - Springer International Publishing, 2020. – 225 p.
3. Масленников В.Г., Сахаров В.А. Двухдиафрагменная ударная труба Физико-технического института // ЖТФ. - 1997. – Т. 67. – №11. – С. 88-95.
4. GDTk - a collection of software for doing gas dynamics, from simple desktop calculations through to simulations on supercomputers [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://gdtk.ucloud.net> (дата обращения 20.03.2024).
5. Fay J.A., Riddell F.R. Theory of Stagnation Point Heat Transfer in Dissociated Air // J. Aerosp. Sci. – 1958. – Vol. 25. – №5. – P. 73-85.
6. Fay J.A., Kemp N.H. Theory of heat transfer to a shock-tube end-wall from an ionized monatomic gas // Journal of Fluid Mechanics. – 1965. – Vol.21. – № 4. – P. 659-672.
7. Попов П.А., Бобашев С.В., Резников Б.И., Сахаров В.А. Метод расчета нестационарного теплового потока по сигналу датчика на основе анизотропных термозащитных элементов из монокристалла висмута // Письма в ЖТФ. – 2018. – Т. 44. – №8. – С. 3-10.

ИЗМЕРЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ И ТЕПЛООВОГО ПОТОКА В ПЕРЕДНЕЙ ОТРЫВНОЙ ОБЛАСТИ ПРИ ОБТЕКАНИИ ЦИЛИНДРА СПУТНЫМ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ В ЭКСПЕРИМЕНТАХ НА УДАРНОЙ ТРУБЕ

Введение. Исследование особенностей взаимодействия ударных волн, формирующихся при обтекании сверхзвуковым потоком различных препятствий, с пограничным слоем является одной из актуальных задач современной газодинамики. К настоящему моменту достаточно подробно изучены основные особенности вязко-невязкого взаимодействия в широком диапазоне чисел Маха и Рейнольдса набегающего сверхзвукового потока [1-2]. Основным направлением современных исследований является анализ нестационарных газодинамических процессов в области взаимодействия. При этом доля работ, в которых выполняется измерение такой важной для практических приложений величины, как локальный тепловой поток, невелика [3-4], особенно в случае исследования нестационарных режимов обтекания.

В настоящей работе представлены результаты экспериментального исследования взаимодействия сверхзвукового потока за ударной волной с цилиндрическим препятствием, закрепленным на обтекаемой поверхности. Исследуются вязкие эффекты вблизи области сочленения и их влияние на картину обтекания; приведены результаты измерения давления и теплового потока в передней отрывной области.

Экспериментальная установка. Эксперименты проводились на ударной трубе ФТИ им. А.Ф. Иоффе. Труба имеет прямоугольное сечение 150x50мм, длина камеры высокого давления составляет 1.08 м, камеры низкого давления – 10 м. В конце камеры низкого давления на расстоянии 8.6 м от диафрагмы расположена рабочая секция, оборудованная сменным боковым окном. При теневой диагностике устанавливалось прозрачное окно, для измерения давления и теплового потока использовалось окно с закрепленными заподлицо датчиками. Измерение скорости падающей ударной волны осуществлялось с помощью двух пьезоэлектрических датчиков давления, расположенных на расстоянии 730 мм друг от друга. Внутри рабочей секции устанавливался поперечно обтекаемый цилиндр диаметром 12 мм и длиной 50 мм. В качестве рабочего газа использовался воздух при начальном давлении 1.33 кПа, число Маха падающей ударной волны составляло 4.8. Рассчитанная по начальным условиям эксперимента скорость спутного потока 1350 м/с, число Маха спутного потока 1.8, плотность 0.087 кг/м³, температура 1465 К, единичное число Рейнольдса 2.5·10⁶ м⁻¹.

Измерение давления на стенке трубы в области сочленения с цилиндром производилось при помощи пяти пьезоэлектрических датчиков PCB Piezotronics с диаметром рабочей поверхности 5.5 мм, установленных на линии симметрии (расстояние между центрами соседних датчиков составляло 9 мм). Для измерения теплового потока использовался датчик на анизотропном термоэлементе из монокристалла висмута [5]. Датчик размером в плане 4x0.4 мм и толщиной 0.35 мм также устанавливался на линии симметрии. Предварительная калибровка теплового датчика по отраженной ударной волне [6] позволила установить его вольт-ваттный коэффициент и определить динамические характеристики. Для получения подробных данных о распределении локальных характеристик вблизи цилиндра выполнена серия опытов, в которых проводились измерения давления и теплового потока на

(*) Н.А. Монахов, nikolay.monakhov@mail.ioffe.ru

различных расстояниях от цилиндра, при этом изменение расстояния достигалось путем смещения цилиндра на державке.

Результаты. Рис. 1 иллюстрирует развитие газодинамической структуры течения вблизи цилиндра: приведены теневые картины обтекания в различные моменты времени. При взаимодействии ударной волны и спутного потока за ней с цилиндром формируется отошедшая ударная волна, отход которой равен $\Delta/D = 0.67$ (в момент времени 110 мкс после контакта с цилиндром). За время взаимодействия величина отхода увеличивается не более чем на 10%. Вверх по потоку от головной ударной волны видны слабые возмущения, обусловленные наличием обширной отрывной области и формирующихся за счет этого косых скачков уплотнения. В начальные моменты обтекания взаимодействие потока с элементами крепления модели и со стенками рабочей камеры практически не влияет на структуру течения. Заметное смещение головной ударной волны вверх по потоку и разрушение наблюдаемой в более ранние моменты картины течения начинается в момент времени $t \approx 500$ мкс.

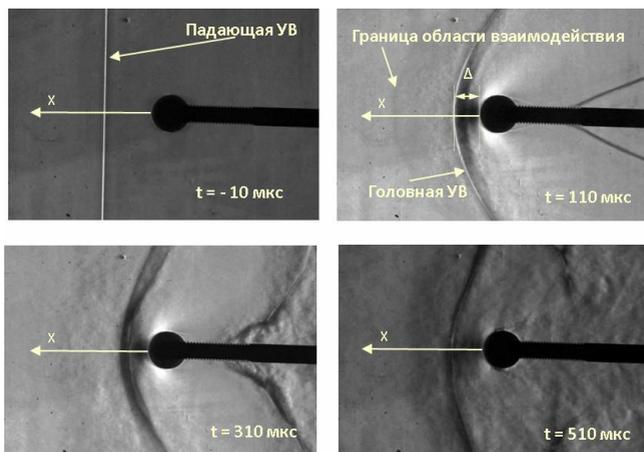


Рис. 1. Теневые картины обтекания цилиндра в различные моменты времени после контакта падающей ударной волны с цилиндром

На рис. 2а приведены зависимости давления от времени в нескольких точках на стенке трубы на различных расстояниях перед цилиндром. Время отсчитывается от момента контакта падающей ударной волны с цилиндром. Движение отошедшей от цилиндра ударной волны вверх по потоку проявляется на графиках, приведенных на рис. 2а, в виде резкого увеличения давления при $t > 500$ мкс, что согласуется с результатами теневой диагностики. Построенное по этим результатам пространственное распределение давления в различные моменты времени изображено на рис. 2б (значения получены осреднением по интервалу 50 мкс). Наблюдаются две зоны повышенного давления, которые с течением времени немного меняют свое положение. Первый локальный максимум давления находится вблизи цилиндра, второй – на расстоянии порядка $X/D = 2$. Уровень давления на расстояниях $X/D > 3$ соответствует давлению за падающей ударной волной в невозмущенном потоке. На рис. 3 показаны результаты измерений теплового потока на различных расстояниях от цилиндра. Вблизи цилиндра наблюдаются осцилляции теплового потока большой амплитуды (рис. 3а), которые иллюстрируют существенно нестационарный характер течения в этой области. Пространственное распределение осредненного теплового потока,

приведенное на рис. 3б (осреднение проводилось по интервалу 50 мкс, также показаны среднеквадратичные отклонения) показывает наличие глобального максимума, расположенного на расстоянии $X/D < 0.5$ от тела. Величина этого максимума в несколько раз превышает значение теплового потока в невозмущенном пограничном слое. Наблюдается еще один локальный максимум, величина которого значительно меньше, а его положение в различные моменты времени меняется в пределах $1 < X/D < 1.5$. Вверх по потоку от цилиндра значения теплового потока уменьшаются, а при $X/D > 3$ его уровень соответствует значениям, характерным для пограничного слоя на стенке ударной трубы при отсутствии цилиндра. Таким образом, размеры отрывной области можно оценить, как $L \approx 3D$.

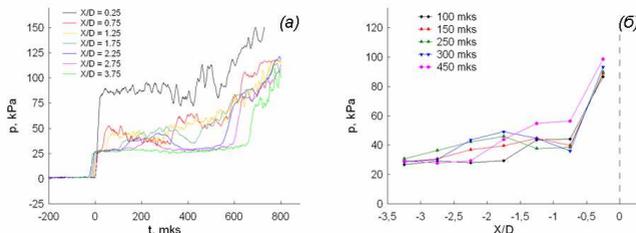


Рис. 2. а) Зависимость давления от времени в нескольких точках на стенке трубы на различных расстояниях перед цилиндром; б) осредненные распределения давления на линии симметрии в области перед цилиндром

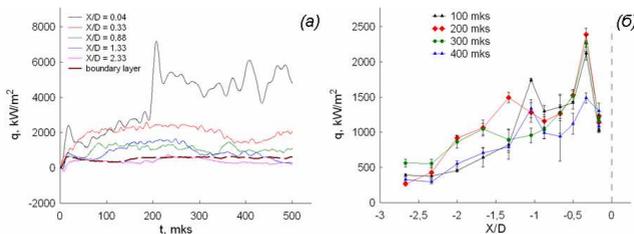


Рис. 3. а) Зависимость теплового потока от времени в нескольких точках на стенке трубы на различных расстояниях перед цилиндром; б) осредненные распределения теплового потока на линии симметрии в области перед цилиндром

ЛИТЕРАТУРА

- Gaitonde D.G. Progress in shock wave/boundary layer interactions // Prog. Aerosp. Sci. – 2015. – Vol. 72. – P. 80–99.
- Sabnis K., Babinsky H. A review of three-dimensional shock wave–boundary-layer interactions // Prog. Aerosp. Sci. – 2015. – Vol. 143. – P. 100953.
- Wang S.F., Ren Z.Y., Wang Y. Effects of Mach number on turbulent separation behaviours induced by blunt fin // Exp Fluids. – 1998. – Vol. 25. – №4. – P. 347–351.
- Tutty O.R., Roberts G.T., Schuricht P.H. High-speed laminar flow past a fin–body junction // J. Fluid Mech. – 2013. – Vol. 737. – P. 19–55.
- Sapozhnikov S.Z., Mityakov V.Yu., Mityakov A.V. Heatmetry: The Science and Practice of Heat Flux Measurement: Heat and Mass Transfer. – Springer International Publishing, 2020. – P. 209.
- Попов П.А., Монахов Н.А., Лапушкина Т.А., Поняев С.А., Куракин Р.О. Калибровка тепловых датчиков на анизотропных термозементах и гетерогенных металлических структурах с помощью отраженной ударной волны // Письма в ЖТФ. – 2022. – Т. 48. – №20. – С. 7–10.

РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ СОЗДАНИЯ СУРРОГАТНЫХ МОДЕЛЕЙ
МЕТОДАМИ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ
О ДВУМЕРНОМ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ В КАНАЛЕ С КРУТЫМ РАЗВОРОТОМ

Введение. Специалистам хорошо известно, что численное моделирование турбулентных течений требует значительных вычислительных ресурсов. Расчеты даже на многопроцессорных системах и кластерах могут занимать весьма продолжительное время (многие часы, дни и недели). Актуальным для инженерной практики направлением исследований являются задачи оптимизации, которые предполагают установление значений для наборов геометрических, режимных и иных параметров систем, отвечающих заданным критериям оптимальности. В условиях общей трудоемкости и высоких затрат на проведение массовых гидродинамических расчетов для получения данных в объемах, достаточных для качественной и надежной оптимизации, востребованными становятся экономичные методики, направленные на существенное сокращение требуемых ресурсов.

Одним из перспективных и систематически внедряемых в практику подходов является применение так называемых *суррогатных моделей*, которые построены на основе ограниченного количества информации с использованием методов машинного обучения (МО) [1, 2]. Подходы, основанные на МО, способны эффективно аппроксимировать сложные нелинейные зависимости между входными и выходными параметрами исследуемых систем. Это позволяет значительно уменьшить время, необходимое для выполнения анализа и оптимизации, поскольку ресурсоемкие расчеты и/или дорогостоящие эксперименты заменяются относительно быстрыми вычислениями через суррогатные модели.

Целью данной работы являются оценка качества применения суррогатных моделей в задачах гидродинамики и разработка методики создания таких моделей на основе методов активного обучения (MAO). Последнее позволит эффективно отбирать наиболее информативные расчетные конфигурации для пополнения обучающих выборок и повышения точности суррогатной модели, что может существенно уменьшить количество расчетов.

Постановка задачи. Инженерно-физический прототип и источник массива данных для МО – турбулентное изотермическое течение несжимаемой жидкости в осесимметричном канале с крутым поворотом потока (рис. 1). Подобная геометрия типична для обратных каналов многоступенчатых центробежных компрессоров, широко используемых, например, в газовой промышленности. Набор данных был сформирован ранее в результате проведения многопараметрических расчетов (всего 972) при варьировании пяти параметров – числа Рейнольдса (10^5 , $5 \cdot 10^5$), угла между радиальной (расходной) и окружной компонентами скорости на входе в канал ($10 \dots 60^\circ$), отношения ширины входа к входному диаметру (b_4/D_4 : 0.005, 0.02, 0.1), отношения ширины выхода к ширине входа (b_5/b_4 : 1.0, 1.25, 1.5), отношения радиуса поворота канала к ширине входа (R_{45}/b_4 : 0.9, 2.5, 5.0). Расчеты были выполнены с помощью CFD-кода SINF методом RANS на основе схемы пространственной дискретизации второго порядка точности. Для каждого набора параметров вычислялся коэффициент потерь давления в канале, служивший в представляемом исследовании целевой функцией.

Методика создания модели и апробация. Разработанная методика создания суррогатной модели состоит из двух этапов. Первый этап предполагает проведение оценки максимально достижимого качества аппроксимации модели при ее обучении на полном

^(*) Д.А. Муранов, muranov_da@spbstu.ru

тренировочном наборе данных. Применялись следующие методы МО: линейная регрессия, случайный лес, градиентный бустинг и гауссовский случайный процесс (основная статистическая модель для MAO). Оценка качества производилась с привлечением базовых метрик задачи регрессии (R^2 , MSE) на наборах данных, неиспользованных в процессе обучения. Второй этап состоит в изучении возможностей создания алгоритма обучения, который позволил бы существенно уменьшить количество данных, необходимых для достижения приемлемого уровня точности предсказания. Реализация алгоритма основана на MAO с выбором на каждой итерации процесса совокупности параметров, с которыми необходимо провести расчет для получения максимального прироста качества модели при добавлении соответствующего объекта в обучающий набор данных. Методы МО реализовывались на языке программирования Python с применением библиотеки scikit-learn, а для модуля активного обучения и гауссовских случайных процессов использовались библиотеки modAL и GPy.

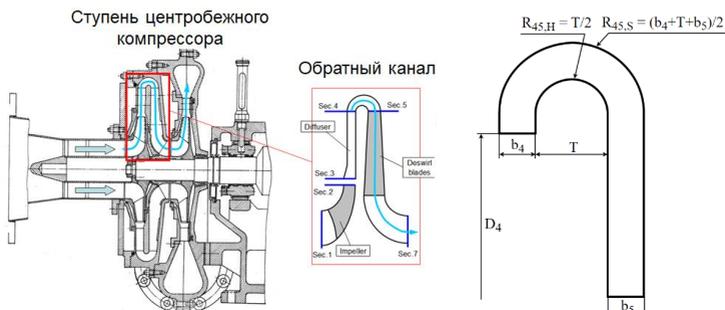


Рис. 1. Схема ступени и обратного канала центробежного компрессора

Апробация методики предполагала разделение исходного набора данных на тренировочный и валидационный. Разделение проводилось в соотношении 3:1, так что тренировочный набор включал 729 примеров, а валидационный – 243. Дополнительно в целях улучшения качества работы модели была проведена нормализация данных с приведением значений параметров к диапазону $[-1; 1]$.

Гауссовский случайный процесс. В условиях ограниченных объемов данных перспективными считаются методы МО, основанные на гауссовских случайных процессах. Гауссовский случайный процесс представляет собой совокупность случайных величин, совместное распределение которых имеет вид многомерного нормального, поэтому процесс можно трактовать как распределение на функциях. Поскольку параметры задачи характеризуются нормальным распределением, достаточно задать вектор математического ожидания и ковариационную функцию, чтобы получить предсказания коэффициента потерь на основе входных параметров канала. Обычно вектор математического ожидания задается единственным с размерностью, равной размерности вектора аргумента, а в качестве ковариационной функции берется семейство функций с небольшим набором параметров, которые уточняются в процессе обучения через градиентную оптимизацию.

Методы активного обучения. Поскольку в качестве метода МО для создания модели используется гауссовский случайный процесс, имеется возможность предсказывать не только коэффициент потерь, но и его дисперсию, что позволяет определять в пространстве параметров канала области с наибольшей неопределенностью. Для этих значений проводится гидродинамический расчет, а полученное значение коэффициента потерь добавляется в тренировочный набор, после чего модель обучается заново на расширенном

наборе, и процесс повторяется заданное число раз. Представленный алгоритм относится к MAO и называется «отбор на основе неопределенности» (uncertainty sampling). Вместо одного процесса можно использовать сразу несколько и на основе неопределенности каждого из них выбирать объекты для включения в тренировочный набор – такой алгоритм известен как «отбор по несогласию в комитете» (query by committee). В работе также применяются методы «жадного отбора» (greedy sampling), которые не учитывают неопределенность предсказаний модели и могут давать менее точные результаты.

Результаты исследований. На рис. 2 приведены результаты оценки максимально достижимого качества предсказаний суррогатной модели. Видно, что для моделей, основанных на нелинейных методах МО (случайный лес, градиентный бустинг), метрика качества MSE принимает значения порядка 10^{-3} , что в относительных единицах соответствует отклонению менее 1%. Качество работы гауссовского случайного процесса оказалось сопоставимым с нелинейными методами.

Рис. 3 дает оценку качества работы созданной суррогатной модели, основанной на гауссовском случайном процессе, для всех задействованных MAO. Наилучшие результаты дают методы отбора на основе неопределенности и по несогласию в комитете. Стоит отметить также, что использование MAO позволяет уменьшить количество необходимых расчетов примерно в 2.4 раза по сравнению с созданием табличной функции посредством численного моделирования.

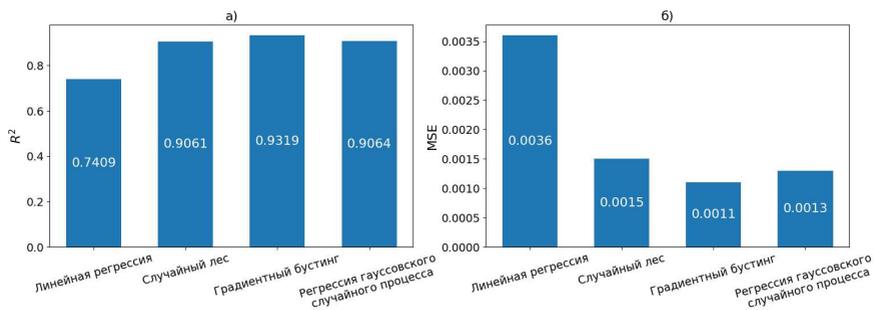


Рис. 2. Оценка максимально достижимого качества модели; а) – метрика R^2 , б) – метрика MSE .

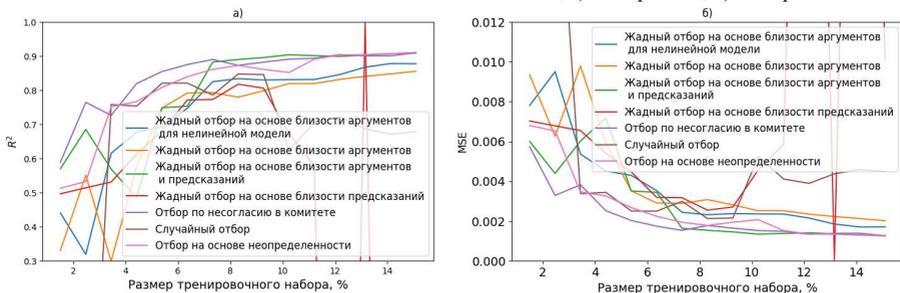


Рис. 3. Оценка использованных методов активного обучения; а) – метрика R^2 , б) – метрика MSE .

Заключение. Обобщая результаты, можно сделать вывод о целесообразности использования основанных на методах МО суррогатных моделей для предсказания характеристик течений в условиях большого числа параметров. Подходы, основанные на активном обучении, являются существенно более экономичными по сравнению с численным моделированием. Дальнейшие исследования могут быть направлены на внедрение в модель байесовской оптимизации для получения оптимальных параметров исследуемого объекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Brunton S.L., Noack B.R., Koumoustakos P. Machine Learning for Fluid Mechanics // Annu. Rev. Fluid Mech. – 2020. – Vol. 52. – P. 477-508.
2. Queipo N.V., Hafitka R.T., Shyy W., Goel T., Vaidyanathan R., Tucker P.K. Surrogate-based analysis and optimization // Progress in Aerospace Sciences. – 2005. – Vol. 41(1). – P. 1-28.

УДК 544.3, 536.46, 661.48

М.А. Олисов¹, Д.С. Пашкевич^{1,2}

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
²ООО «Новые химические продукты», Санкт-Петербург

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ЦЕЛЕСООБРАЗНОСТИ РЕГЕНЕРАЦИИ ФТОРА И ЛИТИЯ ИЗ ГЕКСАФТОРФОСФАТА ЛИТИЯ ПРИ ЕГО ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ВОДОРОДОМ И КИСЛОРОДОМ В РЕЖИМЕ ГОРЕНИЯ

В связи с расширением производства литий-ионных аккумуляторов (ЛИА) становится перспективным изучение методов регенерации фтора и лития из электролита отработанных ЛИА и возвращение этих веществ в производственный цикл. В данном исследовании была рассмотрена возможность регенерации лития и фтора из гексафторфосфата лития $LiPF_6$, одного из наиболее распространенных компонентов электролита ЛИА, при взаимодействии $LiPF_6$ с H_2 или CH_4 и O_2 в режиме горения.

Ранее с помощью расчетов и экспериментов [1, 2] было показано, что целесообразно и возможно регенерировать фтор из целого ряда фторидов в виде HF при их взаимодействии с кислородом и водородосодержащими соединениями в режиме горения, который фактически является высокотемпературным гидролизом фторидов. Используя этот метод, за счет химического тепловыделения формируют высокую температуру в зоне реакции, что позволяет не нагревать реакционную смесь стенкой реактора и поддерживать температуру стенки на уровне 100 °С, при которой исключена конденсация HF . Кроме того известно, что в процессах горения скорость реакции весьма высока, что позволяет получить высокую удельную производительность реактора.

Экспериментами было показано, что при температуре в зоне горения порядка 2000 К при гидролизе некоторых фторидов удается получить состав продуктов процесса, близкий к термодинамически равновесному [3]. Поэтому были проведены термодинамические расчеты для реакций взаимодействия $LiPF_6$ с водой, кислородом и водородосодержащими веществами и расчеты термодинамически равновесных составов веществ в системах элементов $Li-P-F-H-O$ и $Li-P-F-H-O-C$ с помощью некоммерческого расчетного кода «АСТРА-4» для обоснования целесообразности регенерации фтора и лития из $LiPF_6$ в режиме горения.

На рис. 1 приведены термодинамически равновесные составы веществ, рассчитанные для систем элементов $Li-P-6F-4H-2O$ ($LiPF_6 + 2H_2 + O_2$) (а) и $Li-P-6F-8H-8O-2C$ ($LiPF_6 + 2CH_4 + 4O_2$) (б) в зависимости от температуры для давления 1 атм. Для упрощения

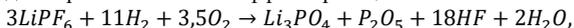
представления результатов на рисунке показаны концентрации тех веществ, концентрация которых в смеси составляла более 1 %.

На основе результатов проведенных расчетов можно сделать следующие выводы.

Для $LiPF_6$ термодинамически не запрещена полная регенерация фтора в виде HF для всего реального диапазона изменения температуры. Основным литийсодержащим веществом является $LiPO_3$, из которого фторированием элементарным фтором можно получить LiF и PF_5 для дальнейшего синтеза $LiPF_6$.

В качестве водородосодержащего вещества предпочтительно использование водорода, поскольку в этом случае упрощается процесс конденсации HF из газового потока.

В литературе не были обнаружены термодинамические функции для $LiPO_3$, поэтому был сделан расчет теплового эффекта реакции



который составил -1735 кДж. Адиабатическая температура продуктов этого процесса без учета их диссоциации составляет 2172 К.

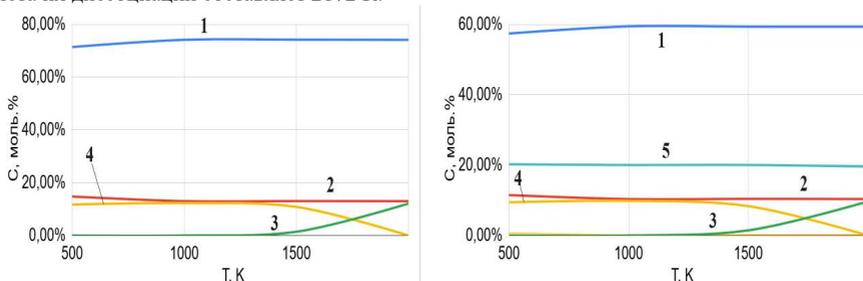


Рис. 1. Концентрация компонентов C (моль. %) в термодинамически равновесной смеси веществ в системе элементов а) $Li-P-F-2O-4H$ и б) $Li-P-F-8O-8H-2C$ в зависимости от температуры T : 1 — $HF_{газ}$; 2 — $H_2O_{газ}$; 3 — $LiPO_3_{конд}$; 4 — $LiPO_3_{газ}$; 5 — $CO_2_{газ}$

Были проведены расчеты термодинамически равновесных составов для системы элементов $Li-P-F-2xH-xO$, где x изменяли от 1 до 8, при температуре 2000 К и давлении $0,1$ МПа, табл. 1.

Табл. 1. Термодинамически равновесные составы для системы элементов $Li-P-F-H-O$ для температуры 2000 К в зависимости от количества молекул водорода и кислорода

Исходный состав веществ	Концентрации веществ в термодинамически равновесной смеси, мол. %				
	HF	LiF	H_2O	$LiPO_3$	POF_3
$LiPF_6+2H_2+O_2$	72,80	8,65	0,42	8,96	9,17
$LiPF_6+4H_2+2O_2$	74,14	0,45	13,03	12,13	0,25
$LiPF_6+8H_2+4O_2$	56,83	0,23	32,34	10,61	0,00
$LiPF_6+16H_2+8O_2$	30,06	0,07	64,91	4,96	0,00

Из результатов, приведенных в табл. 1, следует, что практически полная регенерация фтора в виде HF (концентрации LiF и POF_3 менее 1 % каждого) достигается при концентрации воды в продуктах 13%. В этом случае содержание HF в плавиковой кислоте составляет 85%.

Таким образом, регенерация фтора и лития из $LiPF_6$ в качестве компонента отработавшего электролита ЛИА при взаимодействии $LiPF_6$ с водородсодержащими веществами и кислородом в режиме горения термодинамически не запрещена.

ЛИТЕРАТУРА

1. Pashkevich, D. S. Regeneration of Fluorine in the Form of Hydrogen Fluoride from Volatile Fluorine-Containing Wastes in a Hydrogen-Containing Fuel–Oxygen–Containing Oxidant Flame // Russian journal of physical chemistry B. – 2019. – Vol. 13, No. 6. – P. 993-1003.
2. Pashkevich D.S., Mamaev A.V. Production of hydrogen fluoride by processing fluorine-containing wastes and by-products of modern industries // Southamton, Boston: «WITpress». – 2018. – Vol. 231. – P. 111-123.
3. Pashkevich, D.S., Alekseev Yu. I., Mukhortov D.A., Kambur P.S. et al. Obtaining Hydrogen Fluoride During the Interaction of Uranium Hexafluoride with Hydrogen and Oxygen in a Combustion Regime. Experiment // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2021. – Vol. 94, No. 4. – P. 1335-1342.

УДК 533.6.071.8

Ф.А. Орлов¹, П.А. Попов¹, Н.А. Монахов¹, М.А. Котов²
¹ФТИ им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург (*)

²Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

ИЗМЕРЕНИЕ ТЕПЛООВОГО ПОТОКА ЗА ОТРАЖЕННОЙ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ ДАТЧИКАМИ НА ОСНОВЕ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИ АНИЗОТРОПНОЙ ПЛЕНКИ

Измерение конвективных и лучистых тепловых потоков является базовым методом диагностики в газодинамическом эксперименте на ударных трубах. Они используются для исследования процессов теплообмена вблизи поверхности моделей, обтекаемых сверхзвуковым потоком газа, определения теплофизических параметров газов при высоких температурах, кинетических процессов за сильными ударными волнами, процессов воспламенения газообразного топлива. Основными особенностями являются малое рабочее время экспериментов от $1 \mu s$ до $1 ms$, высокая плотность тепловых потоков $\sim 1 MW/m^2$, высокие температуры, достигающие $10000 K$. Актуальным направлением в области научного приборостроения является разработка новых датчиков теплового потока, обладающих высоким быстродействием, широким динамическим диапазоном и достаточной механической прочностью.

В настоящей работе исследуется время реакции на мгновенное тепловое воздействие, диапазон измеряемых частот, а также вольт-ваттный коэффициент датчика на основе термоэлектрически анизотропной пленки из теллурида германия. В экспериментах использовался датчик размером $4 \times 5 mm$ и толщиной пленки $\approx 1 \mu m$. Для защиты от окисления на его рабочей поверхности нанесена защитная пленка толщиной $\approx 0.1 \mu m$. Принцип действия основан на генерации термоэлектрического поля в анизотропной пленке в направлении, перпендикулярном вектору теплового потока [1]. Электрический сигнал описывается соотношением $U = \alpha \lambda A (T_h - T_0) / h$, где α и λ – эффективный коэффициент термоэдс и теплопроводности пленки, A и h – ее площадь и толщина, T_h и T_0 – температура рабочей и тыльной поверхности. В стационарном тепловом режиме, сигнал связан с тепловым потоком соотношением $U = AS_0 q$, где S_0 – вольт-ваттный коэффициент.

Эксперименты проводились на малой ударной трубе ФТИ им. А.Ф. Иоффе (рис. 1а) в режиме отражения падающей волны от торца камеры низкого давления. Длина камеры высокого давления $1 m$, камеры низкого давления $4.3 m$, внутренний диаметр $50 mm$. Заподлицо с внутренней поверхностью камеры низкого давления установлены датчики давления $D1$ и $D2$ на расстоянии $58 mm$ друг от друга, которые использовались для измерения скорости падающей ударной волны и давления за ней. Электрические сигналы

(*) П.А. Попов, pavel.popov@mail.ioffe.ru

регистрировались с помощью цифрового осциллографа с временным разрешением $0.1 \mu\text{s}$. В торце камеры низкого давления был установлен фланец (рис. 1б) с датчиком теплового потока H и датчиком давления $D3$ PCB 113B27, который использовался для определения момента прихода падающей волны и контроля давления за отраженной волной. Их сигналы регистрировались с временным разрешением $0.02 \mu\text{s}$.

Для предотвращения повреждения датчика теплового потока твердыми частицами, которые могут образовываться при разрыве металлической диафрагмы, камеры ударной трубы были разделены с помощью быстродействующего клапана. В проведенных ранее тестовых экспериментах было установлено, что величина и профиль давления за падающей волной, измеренные датчиками $D1$ и $D2$, а также за отраженной волной, измеренные датчиком $D3$, при использовании металлической диафрагмы и быстродействующего клапана полностью совпадают.

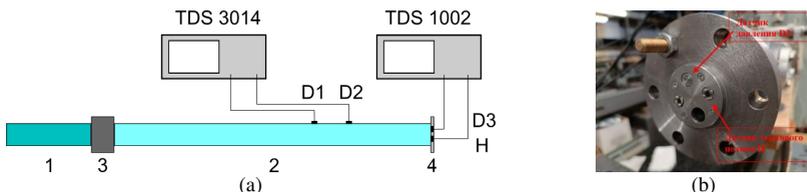


Рис. 1. Схема экспериментальной установки (а) и фланец с датчиком (б): (1) и (2) – камера высокого и низкого давления; (3) – быстродействующий клапан, (4) – фланец с датчиками; $D1 - D3$ – датчики давления; H – датчик теплового потока

По начальным данным эксперимента рассчитывалось теоретическое значение теплового потока в торец ударной трубы за отраженной волной. В одномерном приближении, при отсутствии диссоциации и ионизации газа и при зависимостях коэффициента теплопроводности $\lambda \sim T^\nu$ и плотности $\rho \sim T^{-1}$, а также постоянной теплоемкости C_p , оно может быть рассчитано по соотношению [2]:

$$q(t) = 1.13 \sqrt{\frac{\rho_5 \lambda_5 C_5}{2t}} T_5 \sqrt{\frac{1 - \theta_w^\nu}{\nu} - \frac{1 - \theta_w^{\nu+1}}{\nu + 1}} \quad (1)$$

где ρ_5 , λ_5 , C_5 – плотность, теплопроводность и теплоемкость газа за отраженной ударной волной, t – время, $\theta_w = T_5/T_w$ – отношение температуры газа за отраженной ударной волной к температуре стенки, $\nu = 0.75$. Для сравнения экспериментальных и теоретических данных удобно использовать постоянное значение нормированного теплового потока $q \cdot \sqrt{t}$, зависящее только от параметров газа. Далее подбирался такой вольт-ваттный коэффициент S_0 , при котором отличие теоретического и среднего экспериментального значения $q \cdot \sqrt{t}$ было минимально. Ранее было установлено, что сразу после отражения падающей волны тепловой поток достигает максимального значения за время $\sim 0.1 \mu\text{s}$, за которой следует фаза установившегося теплообмена, описываемого зависимостью (1) [3]. Наличие первой фазы с быстрым изменением теплового потока позволяет оценить динамические характеристики датчика.

В табл. 1 приведены начальные условия экспериментов и рассчитанные по ним свойства рабочего газа за отраженной волной, а также значение приведенного теплового потока и полученного вольт-ваттного коэффициента. Аргон при температурах до начала ионизации в полной мере удовлетворяет исходным предположениям зависимости (1), и данный режим рассматривался в качестве эталонного. Представляет интерес анализ

возможности использования азота в качестве рабочего газа, несмотря на увеличение C_p на 10% в данном диапазоне температур.

Табл. 1. Начальные условия экспериментов, рассчитанные параметры рабочего газа за отраженной волной, теоретическое и среднее экспериментальное значение приведенного теплового потока и полученный вольт-ваттный коэффициент датчика

M_1	P_1, kPa	T_5, K	$\rho_5, kg/m^3$	$C_{p5}, J/(kg \cdot K)$	$\lambda_5, W/(m \cdot K)$	$(q\sqrt{t})_{th}, W \cdot \sqrt{s}/m^2$	$(q\sqrt{t})_{exp}, W \cdot \sqrt{s}/m^2$	$S_0, mV/W$
2.45	6.67 Ar	1453	0.603	520	0.0594	3151	3153	7.0
2.24	6.67 N ₂	845	0.573	1133	0.06126	2125	2135	7.4

На рис. 2 черной кривой показан сигнал датчика теплового потока, синей кривой измеренное давление за отраженной волной, красной кривой приведенный тепловой поток, полученный в режиме $M = 2.45$ (а и б) и в режиме $M = 2.24$ (с и d). Горизонтальная линия соответствует теоретическим значениям, рассчитанным по начальным условиям экспериментов. Вертикальными линиями показан диапазон осреднения экспериментального значения приведенного теплового потока.

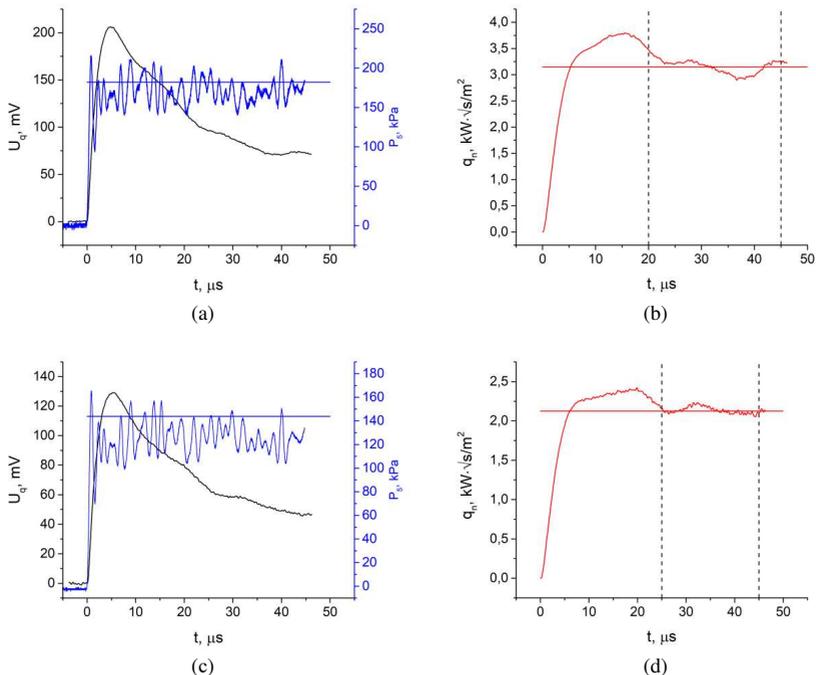


Рис. 2. Сигнал датчика теплового потока (черная кривая), измеренное давление за отраженной ударной волной (синяя кривая) и приведенный тепловой поток (красная кривая), полученный в режиме $M = 2.45$ (а и б) и режиме $M = 2.24$ (с и d).

Наблюдаемые осцилляции сигнала датчика давления связаны с особенностями установки во фланце и не вызваны газодинамическими причинами. Видно, что наличие защитной пленки увеличивает время установления в датчике стационарного распределения температуры, а соответственно уменьшает его быстродействие. Использование азота в качестве рабочего газа приводит к повышению вольт-ваттного коэффициента на $\approx 10\%$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Rowe D. M. (ed.). Thermoelectrics handbook: macro to nano. – CRC press, 2018.
2. Fay J. A., Kemp N. H. Theory of heat transfer to a shock-tube end-wall from an ionized monatomic gas // Journal of Fluid Mechanics. – 1965. – Т. 21. – №. 4. – С. 659-672.
3. Попов П. А. и др. Калибровка тепловых датчиков на анизотропных термоэлементах и гетерогенных металлических структурах с помощью отраженной ударной волны // Письма в ЖТФ. – 2022. – Т. 48. – №. 20. – С. 7-10.

УДК 533.6.071.8

Д.С. Осадчий¹, Е.В. Колесник¹, П.А. Попов², В.А. Сахаров², Н.А. Монахов²
¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)
²ФТИ им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В УДАРНОЙ ТРУБЕ С ОТРАЖАЮЩИМ СОПЛОМ НА ОСНОВЕ КВАЗИОДНОМЕРНОГО ПОДХОДА

Экспериментальное исследование обтекания моделей высокоэнthalпийным потоком газа проводится на импульсных газодинамических установках различного принципа действия. Одной из часто используемых конфигураций является ударная труба с отражающим соплом, установленным в торце камеры низкого давления. Достоверное определение всех параметров сверхзвукового потока газа в выходном сечении сопла является весьма сложной задачей в силу ограниченного количества измеряемых величин. Стандартным подходом является расчет равновесных параметров газа за отраженной волной по начальному давлению в камере низкого давления и измеренной скорости падающей волны. Далее, с помощью одномерной модели, учитывающей реальные свойства рабочего газа и конечную скорость химических реакций в сопле, рассчитываются параметры в выходном сечении [1]. Такой способ позволяет определить искомые величины с приемлемой точностью без использования значительных вычислительных ресурсов. Однако, он не позволяет учесть влияние процессов, происходящих в ударной трубе: конечное время раскрытия диафрагмы, замедление падающей волны и образование пограничного слоя, сложную структуру взаимодействующих волн, определить рабочее время. Также затруднительно оценить точность получаемых результатов.

В отдельных случаях, возможно провести детальное численное моделирование большинства газодинамических процессов в ударной трубе, однако это является чрезвычайно сложной и трудоемкой задачей [2], и такой подход неприменим в серийном эксперименте. Компромиссным вариантом является квазиодномерное моделирование основных процессов с упрощенным учетом вязких эффектов и теплообмена на внутренней поверхности ударной трубы, а также полуэмпирическое определение коэффициентов потери импульса в области изменения сечения. Это позволяет с достаточной для практического

(*) Д.С. Осадчий, danos2001@mail.ru

применения точно рассчитать все необходимые параметры газа на входе в сопло и определить рабочее время установки на данном режиме.

В работе рассмотрены два характерных режима Большой ударной трубы ФТИ им. А.Ф. Иоффе [3] (табл. 1), отличающиеся числом Маха падающей волны, а соответственно, и волновой структурой в области отражения. Длина камеры высокого давления (КВД) составляет 3.3 м, камеры низкого давления (КНД) 12.6 м, внутренний диаметр 10 см. На расстоянии 4.72 м, 11.56 м, 11.85 м от начала КНД установлены 3 датчика давления, используемые для измерения скорости и давления за падающей волной. Четвертый датчик установлен в торце у входа в сопло и используется для измерения давления за отраженной волной.

Табл. 1. Начальные данные экспериментов

Режим	Давление N_2 в камере низкого давления P_1, kPa	Давление H_2 в камере высокого давления P_4, MPa	Число Маха M_1 падающей волны
1	10.3	5.30	5.71
2	60.8	2.75	3.19

Численный расчет проводился с помощью кода L1d, который входит в Gas Dynamics Toolkit (GDTk) [4], с учетом реальных свойств азота при высоких температурах, вязких эффектов и теплообмена на внутренней поверхности ударной трубы. В расчете предполагалось мгновенное раскрытие диафрагмы без изменения сечения и не рассматривалось истечение рабочего газа за отраженной ударной волной через сопло в демпферный бак. Для всех расчетов достигнута сеточная сходимость при 1000 лагранжевых ячеек в КВД и 5000 ячеек в КНД.

На рис. 1 показаны $x - t$ диаграммы для режима с большим (а и с) и малым (б и д) числом Маха падающей волны M_1 , отличающиеся волновой структурой в области отражения, полученные в расчете с учетом вязких эффектов. В первом случае отраженная волна взаимодействует с контактной поверхностью и образуется волна разрежения, движущаяся обратно к торцу. Во втором случае отраженный фронт веера волн разрежения достигает торца камеры низкого давления вскоре после отражения падающей ударной волны, за которым следует приход контактной поверхности.

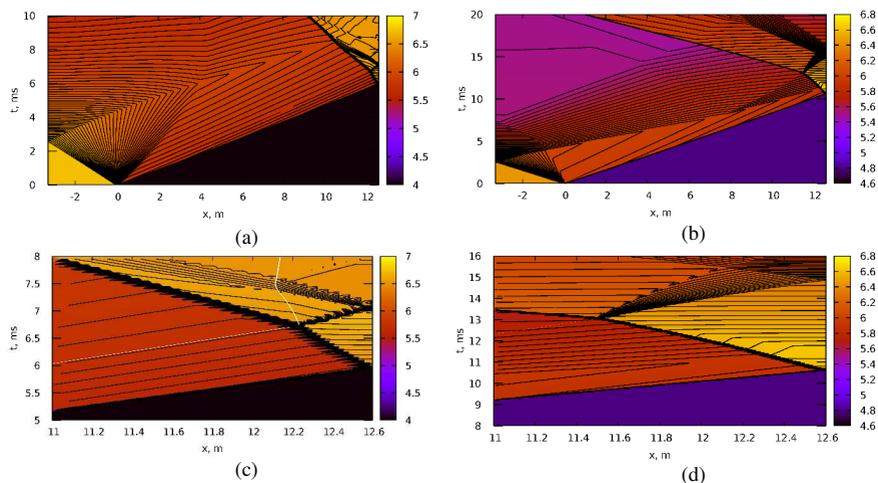


Рис. 1. $x - t$ диаграммы для режима 1 (а и с) и режима 2 (б и д)

В табл. 2 приведены экспериментальные u_1^{exp} и рассчитанные скорости падающей волны для невязкого u_1^{inv} и вязкого u_1^{visc} расчета, давление за отраженной волной в случае невязкого расчета P_5^{inv} . Также приведено давление P_5^{eq} , рассчитанное с помощью кода Nenzfld [1], входящего в GDTk, по начальному давлению P_1 и числу Маха падающей волны M_1 в приближении равновесного состояния за отраженной ударной волной после многократных отражений волн сжатия от контактной поверхности с учетом реальных свойств азота [5]. Видно, что учет вязких эффектов позволяет рассчитать затухание ударной волны и определить ее скорость с точностью 1-2%.

Табл. 2. Экспериментальная и расчетная скорость падающей волны, давление за отраженной волной в случае невязкого расчета и равновесное значение, рассчитанное по начальному давлению в КНД и скорости падающей волны.

Режим	$U_1^{exp}, m/s$	$U_1^{inv}, m/s$	$U_1^{visc}, m/s$	P_5^{inv}, MPa	P_5^{eq}, MPa
1	1988	2212	2017	3.82	2.96
2	1110	1243	1132	5.06	3.74

На рис. 2 показано измеренное давление (черные кривые), рассчитанное с помощью L1d без учета (синие кривые) и с учетом вязких эффектов (красные кривые), а также равновесное значение (зеленые кривые) для режима 1 (рис. 2a) и режима 2 (рис. 2b). Видно, что все способы расчета позволяют получить качественно верные результаты. Поскольку скорость падающей волны в расчете без учета вязких эффектов постоянна, то давление за отраженной волной также неизменно до момента прихода волн сжатия от взаимодействия с контактной поверхностью. Учет вязких эффектов приводит к непрерывному замедлению падающей волны, а соответственно, и к изменению всех параметров газа по длине КНД и росту давления за отраженной ударной волной. Поскольку в расчете предполагается бесконечно тонкий фронт контактной поверхности, то ее взаимодействие с отраженной волной приводит к возникновению волны разрежения и скачкообразному падению давления. В реальности, контактная поверхность размыта и полученное в эксперименте давление убывает достаточно плавно. Следует отметить, что начало фазы постепенного падения давления, соответствующей приходу отраженной волны разрежения, совпадает в обоих расчетах и близко к экспериментальному (рис. 2a).

Особенностью режима 2 (рис. 2b) является падение давления практически сразу после момента отражения падающей волны, что вызвано приходом отраженной волны разрежения. В случае расчета без учета вязких эффектов здесь также, как и в предыдущем режиме, давление сохраняется постоянным, а их учет приводит к росту давления.

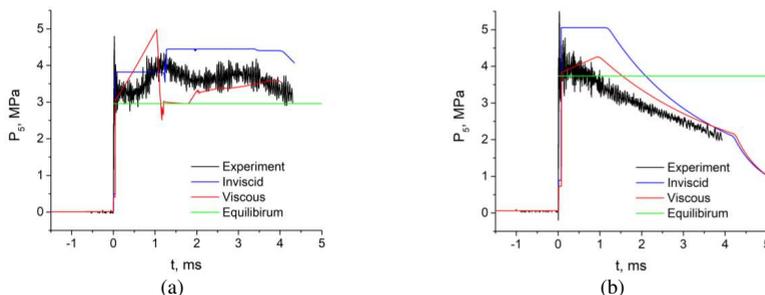


Рис. 2. Измеренное давление за отраженной волной (черные кривые), расчет без учета (синие кривые) и с учетом вязких эффектов (красные кривые) для режима (a) и режима (b). Зеленой линией показано равновесное давление

Заключение. В работе проведено численное моделирование основных газодинамических процессов для двух режимов Большой ударной трубы без учета и с учетом вязких эффектов на поверхности камеры низкого давления с помощью квазиодномерного кода L1d (GDTk). Приближенный учет вязких эффектов приводит к замедлению падающей ударной волны, отличие расчетной скорости от экспериментальной не превышает 1-2%. Вместе с тем, приближенный учет приводит и к замедлению контактной поверхности, что противоречит теоретическим и экспериментальным данным. Наблюдается завышение рассчитанного давления за отраженной ударной волной по сравнению с экспериментальным значением в обоих вариантах расчета, однако характерные точки на полученных кривых давления совпадают. Расчет без учета вязких эффектов приводит к качественно верным результатам, но заметно отличается по скорости падающей ударной волны, значению и форме кривой давления за отраженной ударной волной.

ЛИТЕРАТУРА

1. Код Nenzf1d (GDTk). [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://gdtk.uqcloud.net/> (дата обращения: 10.04.2024).
2. McGilvray M., Dann A.G., Jacobs, P.A. Modelling the complete operation of a free-piston shock tunnel for a low enthalpy condition // Shock Waves. – 2013. – Vol. 23. – P. 399-406.
3. Масленников В.Г., Сахаров В.А. Двухдиафрагменная ударная труба Физико-технического института // Журнал технической физики. – 1997. – Т. 67. – № 11. – С. 88-95.
4. Jacobs P.A. Quasi-one-dimensional modelling of a free-piston shock tunnel // AIAA Journal. – 1994. – Vol. 32 (1). – P. 137-145.
5. Copper J.A. Experimental Investigation of the Equilibrium Interface Technique // Phys. Fluids. – 1962. – Vol. 5 (7). – P. 844-849.

УДК 532.574.7

Л.А. Осадчий¹, А.В. Гарбарук²

¹Лицей “Физико-техническая школа” им. Ж.И. Алферова^(*)

²Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТОРОИДАЛЬНЫХ ВИХРЕЙ В ВОЗДУХЕ

Тороидальный вихрь — это течение, при котором область вращающейся жидкости или газа распространяется, сохраняя форму тора. Такие вихри наблюдаются в природе, например, вулканы создают подобные вихри при извержениях. Такие вихри — удобный объект для исследования, так как они являются "предсказуемой, воспроизводимой, контролируемой и стабильной структурой потока" [1].

Экспериментальному исследованию тороидальных вихрей посвящено много исследований. Так, в работе [2] представлены результаты изучения формирования вихревых колец, их устойчивости и влияния на них различных параметров. Основное внимание уделяется зависимости свойств колец от свойств генератора с акцентом на определение условий, при которых генератор создает ламинарные или турбулентные вихревые кольца. В статье [3] представлены результаты экспериментального исследования тороидальных вихрей. Авторы изучали влияние характеристик генератора вихрей на распределение начальной энергии между кинетической энергией поступательного движения и кинетической энергией вращения. Таким образом, в известных авторам работах было рассмотрено влияние характеристик генератора вихрей на свойства тороидальных вихрей на этапе формирования

(*) Л.А. Осадчий, levos06@mail.ru

вихря, а не на динамику его дальнейшего распространения. Это и определило цели настоящей работы, состоящие в изучении зависимости положения и скорости вихря от диаметра выходного отверстия генератора торoidalных вихрей и от начальной скорости их движения.

Экспериментальная установка, используемая для настоящего исследования, состоит из генератора вихрей и видеокамеры с частотой кадров 240 кадров в секунду, используемой для видеосъемки распространения вихря. Генератор, известный как "ящик Вуда", представляет собой кубический резервуар с ребром 0.75 м, вместо одной грани которого натянута эластичная ткань. В противоположной грани куба — отверстие, диаметр d которого можно изменять от 0.1 до 0.16 м. Для визуализации вихрей в воздух внутри генератора при помощи дым-машины добавляется глицериновый туман (взвесь мелких капель). Удар по мембране создает в ящике избыточное давление, благодаря чему из сопла возникает импульсная струя длительностью около 0.3 секунд (время, за которое мембрана от начала движения достигает максимального прогиба). После этого в воздухе распространяется вихревое кольцо, визуализированное глицериновым туманом, которое снимается на видеокамеру (рис 1 а, 1 б). Предполагая, что максимальная концентрация тумана находится в центре вихря и учитывая, что глицериновый туман на темном фоне является светлым, будем считать, что центр вихря соответствует самой светлой области на кадре. Основываясь на этом предположении, была разработана программа компьютерного анализа видеозаписи, позволяющая определить положение вихря с точностью до 7,5 мм.

Для численного моделирования распространения вихря была разработана программа для решения нестационарных уравнений Навье-Стокса в цилиндрических координатах методом конечных разностей со схемой типа предиктор-корректор (метод Чорина) [4]. Размер прямоугольной расчетной области составил 3.2 на 1.6 м, что соответствует 20 на 10 диаметров самого большого сопла. Размер структурированной расчетной сетки составил 160x80, при этом величина шага сетки была равна 20 мм в обоих направлениях (расчеты на измельченной сетке показали, что выбранная сетка является достаточной). В качестве начальных условий в углу этой области, соответствующему началу координат, то есть в центре моделируемого сопла, задается начальная скорость потока (такая же, как на выходе из сопла в эксперименте). Радиус области соответствует радиусу сопла, а длина — расстоянию, проходимому воздухом с его начальной скоростью за время удара по мембране (0.3 с). Положение вихря в каждый момент времени определяется как максимум ротора векторного поля скорости (см. рис. 2). На расчет двух секунд распространения вихря (750000 итераций) на процессоре apple M2 pro ушло 92 минуты.

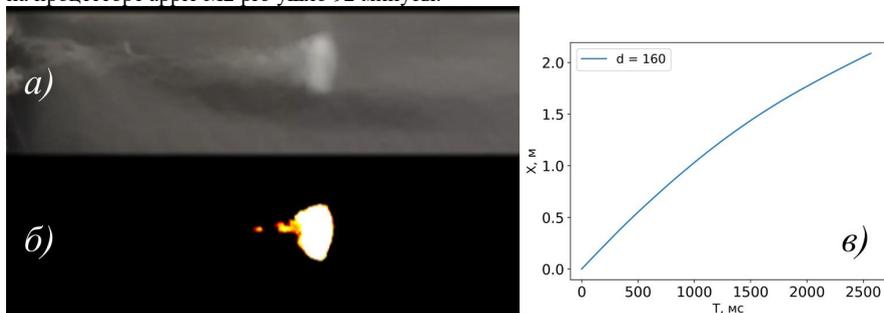


Рис. 1. а) Исходное видео с камеры; б) Обработанное видео, по которому определялось положение вихря; в) Зависимость положения вихря от времени при диаметре сопла генератора $d = 160$ мм

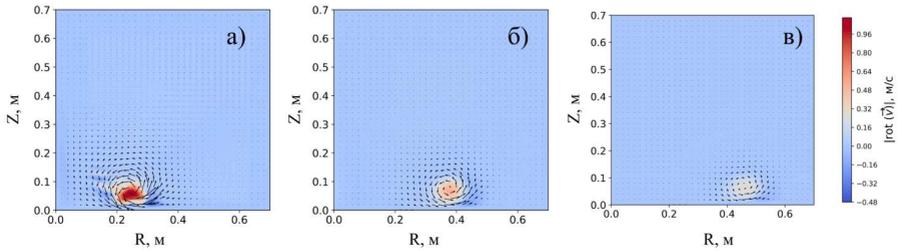


Рис. 2. Моделирование распространения вихря через время t после его генерации: а) $t = 100$ мс; б) $t = 180$ мс; в) $t = 260$ мс

Результаты. В результате обработки получены экспериментальные (рис. 3а) и расчетные (рис. 3б) зависимости координаты вихря от времени. Они были сглажены методом скользящего среднего, продифференцированы по времени и обезразмерены (масштабом скорости является начальная скорость вихря u_0 , а масштабом времени — отношение диаметра сопла к этой скорости).

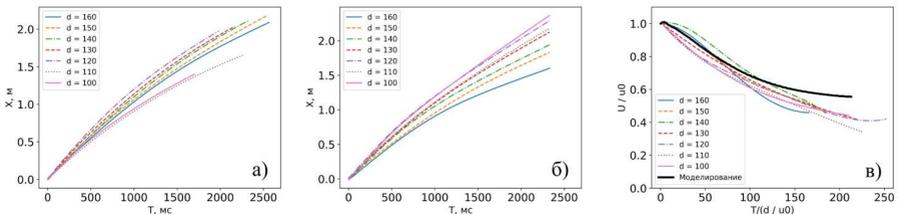


Рис. 3. Экспериментальная (а) и расчетная (б) зависимости координаты вихря от времени при разных диаметрах (d , в мм) сопла генератора вихрей, а также сравнение экспериментальной и расчетной зависимостей безразмерной скорости от безразмерного времени (в)

Хотя расчеты проводились для всех диаметров, безразмерные результаты оказались очень близки, поэтому в дальнейшем приводятся средние результаты по всем диаметрам сопла. Наблюдаемые зависимости позволяют сделать вывод о постепенном уменьшении скорости вихря, которое вначале происходит практически линейно. Когда скорость вихря становится до величины порядка 40-60% от исходной скорости, идентификация вихря становится затруднительной как в эксперименте, так и в расчете. Это связано, в первую очередь, с постепенной диссипацией вихря: как видно из рис. 4, при двукратном уменьшении скорости вихря ротор скорости в его центре падает почти на порядок.

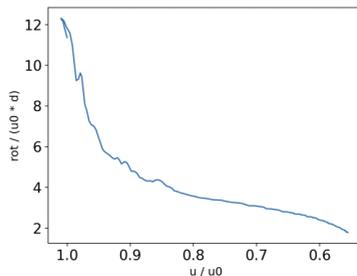


Рис. 4. Расчетная зависимость ротора скорости в центре вихря от его продольной скорости

Важно отметить, что экспериментальные и расчетные данные хорошо согласуются между собой на начальном участке развития вихря, что свидетельствует о достоверности полученных результатов. По мере развития вихря увеличивается как различие между расчетом и экспериментом, так и разброс экспериментальных данных. Хотя такое поведение кажется естественным, конкретной причины увеличения различий со временем установить не удалось.

Выводы Безразмерные зависимости скорости от времени, полученные в расчете и в эксперименте, хорошо согласуются между собой на начальном участке движения вихря, когда скорость падает практически линейно. В дальнейшем скорость падает медленнее, однако определение конкретной зависимости затруднительно, поскольку вихрь становится трудноразличим, когда его скорость падает до 40-60% начальной скорости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ferrari, S., Ambrogio, S., Walker, A., Verma, P., Narracott, A., Wilkinson, I., Fenner, J. The Ring Vortex: Concepts for a Novel Complex Flow Phantom for Medical Imaging // Open Journal of Medical Imaging – 2017. – Vol. 7. – P. 28-41.
2. A. Glezer The Formation of Vortex Rings // Physics of Fluids – 1988. - Vol. 31(12). – P. 3532-3542.
3. J.Z. Irdmusa, C.A. Garris Influence of initial and boundary conditions on vortex ring development // AIAA Journal – 1987. – Vol. 25(3). – P. 371-372.
4. A.J. Chorin A Numerical Method for Solving Incompressible Viscous Flow Problems // Journal of Computational Physics – 1997. – Vol. 135(2). – P. 118-125.

УДК 532.517

А.Д. Подмаркова, М.А. Засимова, Н.Г. Иванов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ АВТОКОЛЕБАНИЙ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ПРИТОЧНЫХ СТРУЙ В МОДЕЛИ АТРИУМА

Введение. Течение воздуха в вентилируемых помещениях, определяемое подачей турбулентных струй в ограниченное пространство, часто сопровождается выраженными нестационарными явлениями. Это, в частности, ярко проявилось при экспериментальном и численном моделировании вентиляции университетской аудитории с использованием нескольких приточно-вытяжных диффузоров, где были зафиксированы статистически установившиеся крупномасштабные колебания взаимодействующих струй [1].

Подача нескольких приточных струй рассматривалась и в экспериментах [2, 3], где изучалось распространение красителя из точечного источника в заполненной водой модели атриума, однако никак не обсуждалась возможность развития автоколебаний струй на фоне мелкомасштабной турбулентности. Для данной экспериментальной конфигурации позднее были выполнены расчеты течения и массообмена на основе решения осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (RANS-подход), продемонстрировавшие качественное согласие с экспериментом по картинам распределения примеси [4]. При использовании различных моделей турбулентности, в частности стандартной $k-\varepsilon$ или $k-\omega$ Уилкокса, на сетках вплоть до 3 млн ячеек, для поля течения в [4] были получены сошедшиеся стационарные решения, однако при использовании $k-\omega$ SST модели турбулентности даже для сетки, состоящей примерно из 400 тыс. ячеек, стационарного решения в [4] получить не удалось.

^(*) А.Д. Подмаркова, ann.podmarkova@mail.ru

В настоящей работе представлены результаты расчетов развития автоколебательных режимов течения воздуха при взаимодействии нескольких приточных струй, полученные на основе решения нестационарных уравнений Рейнольдса (URANS-подход) и вихререзающего метода моделирования крупных вихрей (LES подход).

Постановка задачи и параметры течения. Рассматривается помещение в форме прямоугольного параллелепипеда со скошенной гранью (рис. 1а). В соответствии с условиями [2, 3] на скошенной грани размещены пять одинаковых прямоугольных приточных отверстий высотой h_0 и шириной $4h_0$, расстояние между центрами соседних отверстий – $4h_0$ (рис. 1а,б). В [2, 3] были задействованы все пять входов, в настоящей работе помимо этого базового варианта рассматривались варианты с двумя открытыми входами (см. рис. 1в и табл. 1). Высота атриума составляет $H = 30h_0$, длина $L = 38h_0$, ширина $W = 24h_0$. Объем помещения составляет 26.8 м^3 . Блок входных отверстий отстоит от левой и правой торцевых стенок на расстояние $9h_0$ и $12h_0$ соответственно. На одной из стенок размещено прямоугольное выходное отверстие размером $3.5h_0 \times 24.7h_0$ (рис. 1б). Отметим, что геометрия атриума была отмасштабирована ($h_0 = 0.1 \text{ м}$) так, чтобы обеспечить принятое в [2, 3] число Рейнольдса.

Табл.1. Варианты конфигураций входов и характеристики колебаний по данным URANS

Вариант	#1	#2	#3	#4
Число струй	5	2		
S/h_0	4	4	8	16
$T' \times 10^{-2}$	9.5	27.1	5.4	10.8
$Sh_H \times 10^2$	3.2	1.1	5.5	2.8

Рассматривается течение воздуха с постоянными физическими свойствами: плотностью $\rho = 1.2 \text{ кг/м}^3$, вязкостью $\mu = 1.81 \times 10^{-5} \text{ кг/(м·с)}$. На входных сечениях задается равномерное распределение скорости $V_0 = 0.327 \text{ м/с}$. На выходе из расчетной области задается постоянное нормированное давление. Остальные поверхности представляют собой твердые стенки, на которых задаются условия прилипания. Число Рейнольдса, построенное по высоте входного сечения, составляет $Re = \rho V_0 h_0 / \mu = 2.2 \times 10^3$.

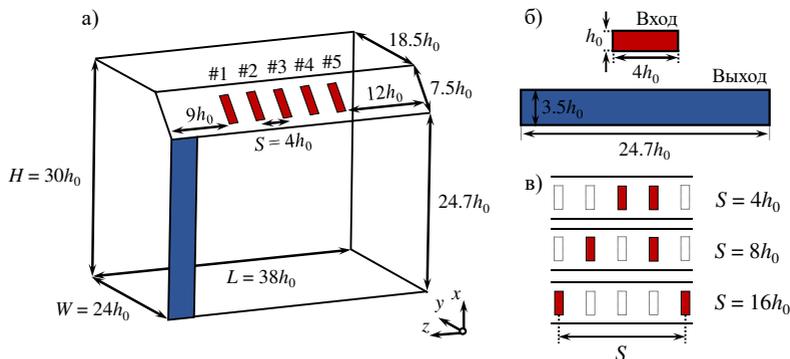


Рис. 1. а) расчетная область, б) размеры входов и выхода, в) входные сечения для вариантов #2 - #4

Вычислительная модель. Моделирование турбулентного течения осуществлялось на основе URANS подхода ($k-\omega$ SST модель турбулентности) и LES подхода (подсеточная

модель Смагоринского). На входе задавались значения интенсивности турбулентности $I = 10\%$ и отношения турбулентной вязкости к молекулярной $TVR = 25$.

Использовались расчетные сетки, содержащие до 9 млн гексагональных ячеек. Расчеты проводились в гидродинамическом пакете ANSYS Fluent 19.3 с использованием ресурсов СКЦ «Политехнический» (scc.spbstu.ru), максимально задача распараллеливалась на 168 ядер. Дискретизация пространственных и временных производных выполнена со вторым порядком точности. Для получения осредненных величин накапливалась статистика протяженностью до 50 периодов колебаний.

Результаты. При подаче воздуха через пять входных отверстий на некотором удалении от входов приточные струи сливаются (рис. 2а). После взаимодействия с противоположной вертикальной стенкой струя растекается вверх и вниз; в окрестности нижней стенки значения модуля скорости достигают 40% от значения входной (рис. 2а). Движение воздуха сопровождается интенсивными колебаниями струи в поперечном направлении (вдоль оси z), о чем свидетельствуют приведенные на рис. 2б графики эволюции скорости, нормированной на значение V_0 . Данные приведены для точки мониторинга P, положение точки показано на рис. 3. По данным URANS безразмерный период колебаний T' для варианта #1 составляет 950 (см. табл. 1); осреднение данных LES по последовательным интервалам дает схожее значение периода. Посчитанное по высоте области число Струхала $Sh_H = H/TV_0$ приведено в нижней строке табл. 1 и составляет 3.2×10^{-2} .

Результаты URANS расчетов при подаче двух струй из отверстий, расположенных на различном расстоянии друг от друга, показаны на рис. 3: представлена структура течения и эволюция скорости в точке мониторинга. В варианте #2 (отверстия находятся рядом) струи сливаются на малом расстоянии от входов; результирующая струя совершает колебания слабой интенсивности с периодом примерно в три раза большим, чем в базовом варианте с пятью струями. В варианте #3 слияние двух струй, как и в варианте #1, происходит в центральной части атриума. Колебания при этом оказываются наиболее интенсивными, а период примерно в два раза меньше, чем в варианте #1. Наконец, в варианте #4 слияние струй не происходит; они распространяются по отдельности, при этом в точке P фиксируются колебания, характеризующиеся безразмерным периодом 10^3 ($Sh_H = 2.8 \times 10^{-2}$).

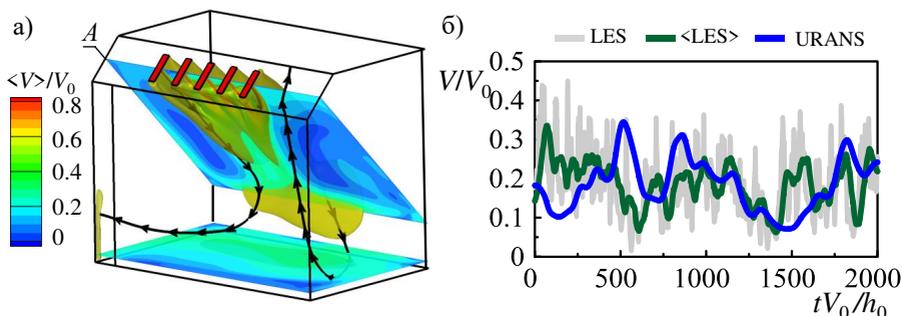


Рис. 2. а) Структура осредненного течения для варианта #1, б) эволюция скорости в точке мониторинга P, полученная в URANS и LES расчетах, $\langle LES \rangle$ – величины, осредненные по последовательным интервалам времени $54 \cdot tV_0/H$

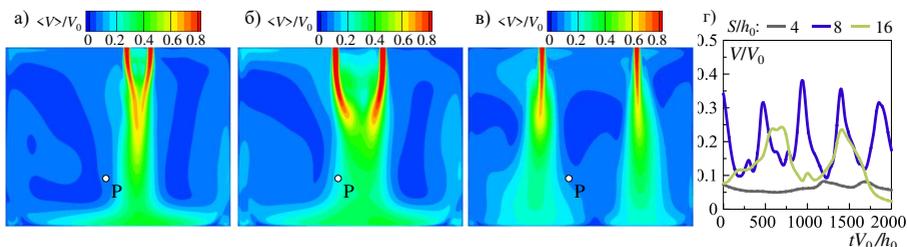


Рис. 3. Распределения осредненной скорости в сечении А для вариантов: а) #2, б) #3, в) #4, г) эволюция скорости в точки мониторинга Р по данным URANS расчетов

Таким образом, в рассмотренной модельной задаче выявлены статистически установившиеся крупномасштабные колебания струй, возникающие при взаимодействии нескольких струй. Дальнейшие исследования будут направлены на оценку влияния автоколебаний на параметры теплового комфорта в рабочей зоне вентилируемых помещений.

Исследование выполнено при поддержке гранта РНФ № 24-19-00437 (<https://rscf.ru/project/24-19-00437/>).

ЛИТЕРАТУРА

1. Markov D., Ivanov N., Pichurov G., Zasimova M., Stankov P., Smirnov E., Simova I., Ris V., Angelova R., Velichkova R.. On the procedure of draught rate assessment in indoor spaces // Applied Science. – 2020. – Vol. 10. – P. 5036-1 - 5036-20.
2. Thatcher T.L., Wilson D.J., Wood E.E., Craig M.J., Sextro R.G. Pollutant dispersion in a large indoor space: Part 1 – scaled experiments using a water-filled model with occupants and furniture // Indoor air. – 2004. – Vol. 14. – P. 258-271.
3. Finlayson E.U., Gadgil A.J., Thatcher T.L., Sextro R.G. Pollutant dispersion in a large indoor space. Part 2: Computational fluid dynamics predictions and comparison with a scale model experiment for isothermal flow // Indoor air. – 2004. – Vol. 14. – P. 272-283.
4. Ivanov N.G., Podmarkova A.D., Zasimova M.A., Markov D. Numerical simulation of pollutant dispersion in a test ventilated room // Journal of Physics: Conference Series. – 2020. – Vol. 1683 (022075). – P. 1-8.

УДК 621.412

К.Ю. Пожванюк, С.В. Булович

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В ЩЕЛЕВОМ ЗАЗОРЕ РОТОРНО-ЛОПАСТНОЙ МАШИНЫ

Работе большинства поршневых машин, совершающих сжатие или расширение рабочего тела, сопутствует процесс, получивший в литературе название как внутренние утечки. Характеризуется он расходом газа или жидкости через зазор между поршнем и гильзой цилиндра (корпусом) из полости с более высоким давлением в полость с более низким давлением. Утечки отрицательно влияют на совершаемую работу, уменьшают производительность, приводят к снижению коэффициента полезного действия машины в целом. Для большинства механизмов и устройств разработаны методики, обладающие той

^(*) К.Ю. Пожванюк, kpozhvanyuk@inbox.ru

или иной полнотой описания по определению утечек, учитывающие влияние режимных параметров и условия эксплуатации. Однако для новых образцов техники, в частности, роторно-лопастных машин (РЛМ), необходима как теоретическая и экспериментальная проверка апробированных положений, так и формирование новых знаний.

Конструкция РЛМ, где происходят процессы сжатия и расширения, представляет собой корпус, в котором находятся 4 лопасти, делящие внутреннее пространство на 4 рабочие камеры. Лопасти попарно связаны между собой и имеют форму усеченного сектора. Объем каждой из четырех рабочих камер, как изображено на рисунке 1, формируется неподвижными стенками корпуса (боковыми стенками и внутренней поверхностью цилиндра), вращающимся ротором и двумя лопастями, каждая из которых движется с переменной угловой скоростью. Для четырехкамерной РЛМ работающий, например, в режиме компрессора, одна пара рабочих камер проходит такт сжатия и выпуска, другая пара рабочих камер осуществляет такт впуска. Предметом настоящего исследования является определение утечек газа из камеры в камеру через зазоры между корпусом и движущимися лопастями.

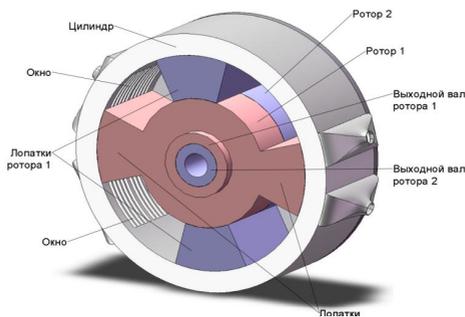


Рис. 1. Устройство РЛМ

Система уравнений, полностью описывающая процессы, происходящие в щелевом зазоре РЛМ, состоит из уравнений баланса масс, импульса и энергии:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0, \\ \frac{\partial \rho \vec{V}}{\partial t} + \rho (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\nabla p + \nabla \cdot \underline{\underline{\tau}}, \\ \frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{V} (\rho H + p)) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T + (\underline{\underline{\tau}} \cdot \vec{V})), \end{cases} \quad (1)$$

где ρ – плотность, \vec{V} – вектор скорости, p – давление, $\underline{\underline{\tau}}$ – тензор вязких напряжений, H – полная энтальпия, λ – коэффициент теплопроводности.

Данная система уравнений дополняется термическим и калорическим уравнениями состояния:

$$p = R\rho T \quad (2), \quad H = c_p T + \frac{V^2}{2} \quad (3).$$

Учет сжимаемости существенно увеличивает количество факторов, влияющих на режим течения газа в щели. В полной постановке задачи течение трехмерно, с зависимостью от времени граничных условий, скорости движения стенки и температурного фактора. Для выяснения влияния наиболее значимых из них проведем ряд упрощений в постановке задачи. В первую очередь, необходимо рассмотреть стационарный и квазистационарный режимы течения, свойственной работе машины на низких оборотах. Следующим допущением

является малое отклонение линий тока от линий равного значения радиальной координаты. В этом случае течение газа в щелевом зазоре РЛМ можно рассмотреть, как совокупность двумерных задач для разных значений радиальной координаты.

Постановка задачи. Для решения двумерных задачи было проведено численное интегрирование системы дифференциальных уравнений в пакете программ Ansys Fluent 2023 R2.

Для оценки режимов течения газа в щелевом зазоре были использованы геометрические размеры существующей машины: угловой размер лопасти $\varphi=52^\circ$, внутренний радиус лопасти у ротора $r_1=5.0 \cdot 10^{-2}$ м, наружный радиус $r_2=12.5 \cdot 10^{-2}$ м. Размер щелевого зазора между лопастью и корпусом составляет от 10 до 100 мкм. Выберем следующие значения длины щели: $L=4.5 \cdot 10^{-2}$ м, $L=8 \cdot 10^{-2}$ м, $L=11 \cdot 10^{-2}$ м, которые соответствуют геометрическим размерам в окрестности ротора, на среднем радиусе и в окрестности цилиндрического корпуса соответственно. Для корректной постановки граничных условий расчетная область была дополнена входным и выходным участками протяженностью $50H$ по обоим направлениям двумерной задачи. На рис. 2 приведена схема расчетной области (геометрические пропорции искажены).



Рис. 2. Расчетная область

Давление на входной границе задавалось равным 50 атм., величина противодействия менялась от 45 атм. до 1 атм. Температура газа задавалась равной 600 К, температура стенки была задана 300 К, 600 К, 900 К. Скорость движения стенки варьировалась в пределах ± 10 м/с. Рабочая тело – воздух с молярной массой 0.029 кг/Моль, показателем адиабаты 1.4 и удельной теплоемкостью 1005 Дж/(кг К). В расчетах была использована структурированная сетка со сгущением к твердым поверхностям, образованная четырехугольными элементами. При исследовании сеточной сходимости было получено, что сетки с числом ячеек 150 тыс. достаточно для получения сеточно-независимого решения.

Результаты расчетов. При исследовании течения в щели в окрестности ротора при величине противодействия в 6 раз меньше давления на входе ($dp=6$) наблюдается критический режим течения, на выходе из щелевого зазора значение числа Маха M равно 1. При этом происходит запирание потока, проявляющееся в том, что последующее снижение величины противодействия не влияет на величину расхода газа через щель (рис. 3).

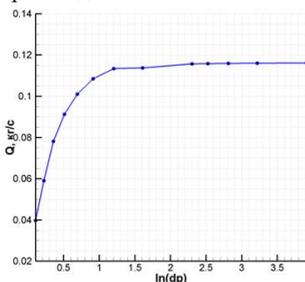


Рис. 3. Зависимость массового расхода от величины противодействия

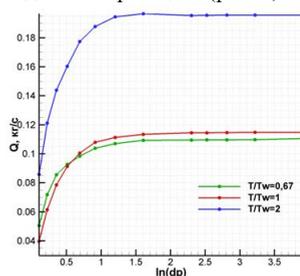


Рис. 4. Зависимость массового расхода от величины противодействия для разных температур стенки

Было исследовано влияние температурного фактора (температуры стенки) на расходные характеристики. Получено, что при неизменной величине температуры поступающего газа T , контакт с более холодной стенкой приводит к увеличению пропускной способности щели (рис. 4).

По результатам расчетов при задании движения стенки со скоростью 10 м/с в направлении течения газа значение расхода газа в щели составляет 0,125 кг/с. При изменении направления движения величина расхода составляет 0,1063 кг/с. При увеличении длины щели (выбор другой радиальной координаты), было получено, что при прочих равных условиях, запираание канала происходит при большем значении перепада давления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гринев Д.В. Конструктивные схемы и принцип работы роторно-лопастных машин // Вестник ПсковГУ. Сер. Экономические и технические науки. – 2014. – С. 142 -150.
2. Гринев Д.В., Донченко М.А., Журавлев Ю.Н., Клейн В.Ф. Кинематический анализ рычажно-кулачкового механизма преобразования движения для роторно-лопастного двигателя с внешним подводом тепла // Технологии и технические средства механизированного производства продукции растениеводства и животноводства: Сб. науч. тр., Выпуск 80 СПб.: СЗНИИМЭСХ, 2008. – С. 247–255.
3. Журавлев Ю.Н., Плохов И.В., Лукьянов Ю.Н., Донченко М.А., Тихонов С.И., Перминов А.Л., Ильин А.В., Семенов С.Н., Иванов А.В., Андреев М.Л., Хитров А.А. Расчет и проектирование роторно-лопастной машины с внешним подводом теплоты: Монография – Псков: ПГУ, 2012. – 72 с.
4. Семенов С.Н., Перминов А.Л., Лукьянов Ю.Н., Тихонов С.И. Анализ методов расчета параметров рабочих процессов в поршневых двигателях Стирлинга // Вестник ПсковГУ. Сер. Технические науки. –2016. –С. 20 -27.
5. Колесник Е.В., Булович С.В., Григорьев В.В. Расходные характеристики отверстий и длинных трубок при течении сжимаемого газа : метод. указания – СПб.: ПОЛИТЕХПРЕСС, 2020. – 47 с.
6. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. Изд. 7-е. – М.: Дрофа, 2003. – 840 с.

УДК 532.517

Д.К. Попова^{1,2}, Н.Н. Кортиков¹

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Россия^(*)

²АО “ОДК - Климов”, Санкт- Петербург, Россия

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА И ТЕМПЕРАТУРНОЙ СЕПАРАЦИИ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ПОТЕРЯМИ В СТУПЕНИ ТУРБИНЫ

Постоянный рост температуры газа на входе в турбину приводит к необходимости обеспечения работоспособности элементов ГТД, подверженных воздействию высоких температур газа. Из всех элементов высокотемпературного тракта в наиболее напряженных условиях работает лопаточный аппарат турбины [1].

Неравномерность температуры возникает вследствие раздельного расположения топливных форсунок камеры сгорания различной пропускной способности в пределах допуска и наличия завесного охлаждения стенок жаровой трубы [2]. Неравномерность поля температуры, а также взаимодействие потоков различного направления в жаровой трубе приводят к неравномерности поля скорости и появлению вихревых структур на выходе из камеры сгорания. Как показали экспериментальные исследования [3], в высокотемпературных потоках газа в зоне расположения форсунок имеет место вихревое

(*) Д.К. Попова, daria_well96@mail.ru

течение газа, действующее на течение в лопаточных венцах турбины. В зависимости от направления завихрения и различных положений вихря относительно лопаток соплового аппарата, меняется распределение линий тока и теплообмен на поверхности рабочих лопаток. Комбинация вихря и «горячего пятна» приводит к большим нестационарным колебаниям теплового потока и теплового нагружения на рабочих лопатках по сравнению со случаем, когда закрутка потока отсутствует [4]. В работе [5] проанализировано влияние только различного положения форсунок камеры сгорания (*clocking effect*) на температурную сепарацию на поверхности рабочих лопатках газовой турбины, а также на потери в ступени.

В настоящей работе приводятся результаты численного моделирования по исследованию *комбинированного* воздействия: неравномерность температуры ("горячие пятна") и скорости (наличие вихрей) потока на выходе из камеры сгорания (КС) (рис. 1) на изменение КПД турбинной ступени и температурную сепарацию на рабочих лопатках. Расчет нестационарного течения и теплообмена в турбинной ступени проведен в программном комплексе STAR CCM+ (17.06.007-R8) в трехмерной постановке [5].

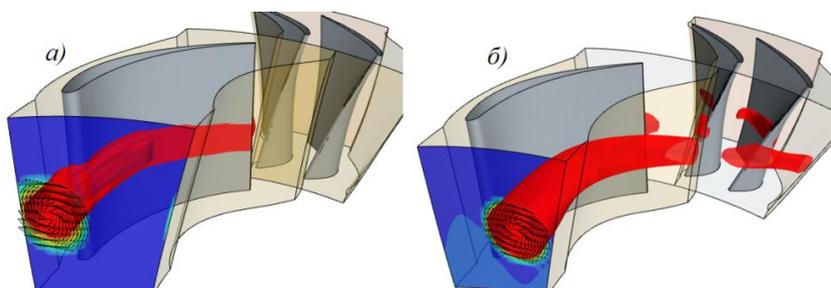


Рис. 1. Положения форсунок относительно соплового аппарата

Было рассмотрено семь случаев с различным положением форсунок КС и температурной (наличие горячего пятна) и скоростной (наличие вихря) неравномерностью на входе в расчетную область: 1) однородные поля температуры и скорости на входе в ступень (Uniform); 2) тепловое пятно по центру межлопаточного канала СА без закрутки (Mid (T)); 3) тепловое пятно по центру межлопаточного канала СА с закруткой потока по часовой стрелке (Mid (T+PosSwirl)) (рис. 1а); 4) тепловое пятно по центру межлопаточного канала СА с закруткой потока против часовой стрелки (Mid (T+NegSwirl)); 5) тепловое пятно напротив входной кромки сопловой лопатки без закрутки (LE (T)); 6) тепловое пятно напротив входной кромки сопловой лопатки с закруткой потока по часовой стрелке (LE (T+PosSwirl)) (рис. 1б); 7) тепловое пятно напротив входной кромки сопловой лопатки с закруткой потока против часовой стрелки (LE (T+NegSwirl)).

В расчетной модели числа подобия принимали следующие значения: число Рейнольдса $Re=3.4 \cdot 10^5$; число Струхала $Sh=1.05$; параметр вращения $K=0.12$; температурная неравномерность, равная отношению разницы между максимальной и средней температурами к перепаду температур в камере сгорания, $TD=0.14$; параметр закрутки $SN=(\text{плюс/минус}) 0.2$.

На рис. 2 дается распределение угла выхода потока из соплового аппарата по радиусу в зависимости от положения теплового пятна и направления закрутки. Можно видеть, что наличие закрутки приводит к изменению угла выхода на ± 2 градуса при положении теплового пятна по центру соплового аппарата (рис. 2а). При расположении пятна напротив входной кромки (рис. 2б) закрутка практически не оказывает влияния на угол выхода потока, что связано с диссипацией тепловой струи при ее столкновении с сопловой лопаткой.

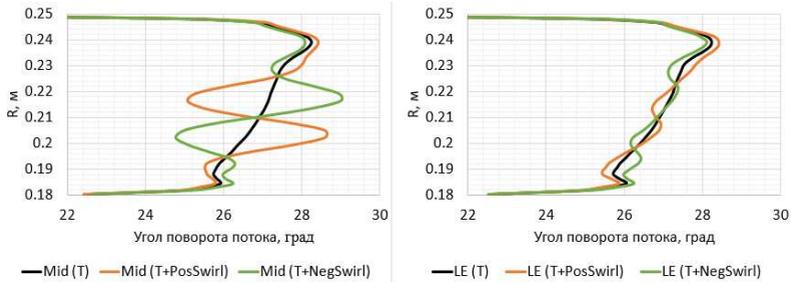


Рис. 2. Угол выхода потока из соплового аппарата

Рис. 3 иллюстрирует доминирующее влияние закрутки потока внутри форсунки на амплитуду колебаний в основном потоке (увеличение в 6 и более раз) относительно случая без закрутки и на значение фундаментальной частоты, характеризующей ротор-статор взаимодействие (на 20% и более).

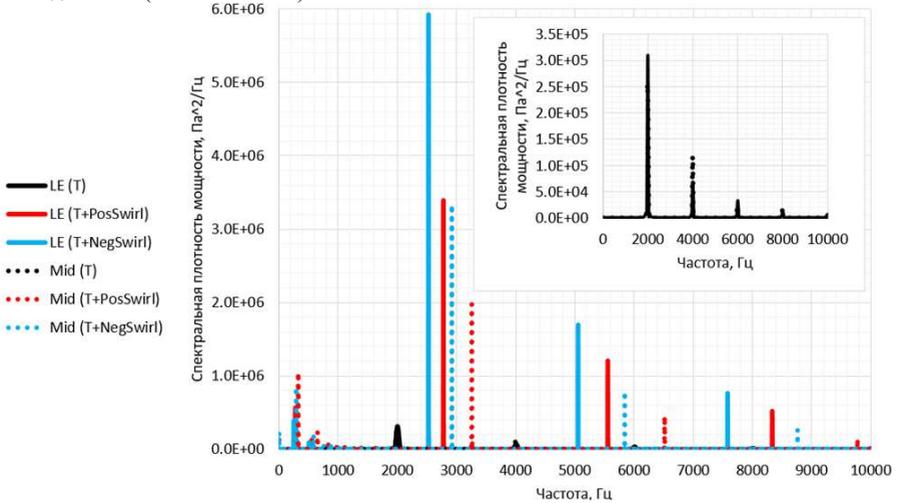


Рис. 3. Амплитудно-частотная характеристика

В результате расчетов (рис. 4) было получено, что при отсутствии закрутки потока регулировка расположения теплового пятна относительно входа в межлопаточный канал (напротив входной кромки лопатки и по центру межлопаточного канала) наблюдается разнонаправленное поведение в изменении эффективности ступени (КПД) и температурной сепарации.

В частности, расположение теплового пятна по центру приводит к благоприятному понижению температурной сепарации и к неблагоприятному понижению КПД. При сдвиге теплового пятна к входной кромке сопловой лопатки имеет место обратное. При наложении закрутки потока в тепловом пятне при расположении по центру происходит возрастание КПД с одновременным неблагоприятным ростом температурной сепарации на поверхности рабочей лопатки. При смещении теплового пятна к входной кромке происходит снижение КПД и благоприятное уменьшение температурной сепарации.

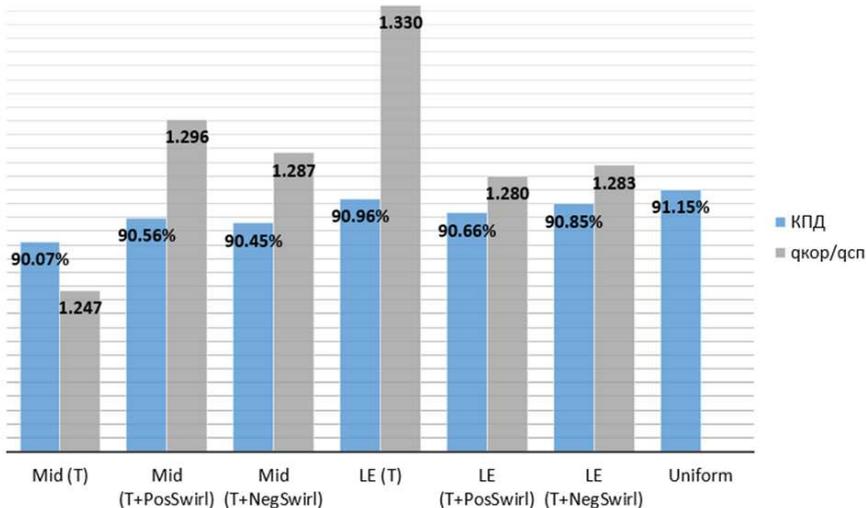


Рис. 4. Влияние положения форсунок и закрутки потока на температурную сепарацию и КПД

Таким образом, управляющее комбинированное воздействие в виде закрутки и окружного смещения форсунки не приводит к одновременному совершенствованию аэродинамических и тепловых характеристик проточной части ступени турбины. Это определяет необходимость выбора приоритета при согласовании рабочих процессов в камере сгорания и газовой турбины авиационного двигателя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Щукин А.В., Ильинков А.В., Такмовцев В.В., Ильинкова Т.А., Хабибуллин И.И. Теплофизика рабочих процессов в охлаждаемых лопатках газовых турбин: монография // А.В. Щукин [и др.]; под общ. ред. докт. техн. наук А.В. Щукина. – Казань: Изд-во КНИТУ-КАИ, 2020. – 392 с.
2. Koupper S., Bonneau G., Gicquel L., Duchaine F. Large eddy simulation of the combustor turbine interface: study of the potential and clocking effects. Proceedings of ASME Turbo Expo 2016: Turbomachinery Technical Conference and Exposition GT2016, 2016, Seoul, South Korea. 12p.
3. Yang X., Cai H., Kang J., Liu W., Li P. Influence of Hot Streak and Swirl Clocking Position on aerothermal performance of High-Pressure Turbine // Aerospace 2023, 10, 934. 29p.
4. Adams M. G., Beard P. F., Stokes M. R., Wallin F., Chan K. S., Povey T. Effect of a Combined Hot-Streak and Swirl Profile on Cooled 1.5- Stage Turbine Aerodynamics: An Experimental and Computational Study // Journal of Turbomachinery 2021, Vol. 143. 21p.
5. Попова Д.К., Кортиков Н.Н. Управление температурным состоянием и потерями в ступени газовой турбины регулировкой положения форсунок камеры сгорания. Неделя науки ФизМех : сборник материалов Всероссийской научной конференции, 3–7 апреля 2023 г. – СПб.: ПОЛИТЕХ - ПРЕСС, 2023. – с.112 - 115.

СОПРЯЖЕННЫЙ ТЕПЛО-ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ РАБОЧЕЙ ЛОПАТКИ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ ТУРБИНЫ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ

Введение. В рамках программы по модернизации газотурбинной установки на базе ГПА – 32 «Ладога» предусмотрено повышение температуры газа перед турбиной высокого давления (ТВД), а также увеличение ресурса лопаточных аппаратов, в соответствии с современными требованиями к вырабатываемой мощности, показателям теплового совершенства, срока эксплуатации и надежности ГТУ. Возможность реализации данных задач напрямую зависит от эффективности и экономичности охлаждения турбины, в частности лопаточных аппаратов первого рабочего венца. Таким образом, возникает необходимость в оценке теплового состояния и эффективности охлаждения действующей конструкции рабочей лопатки ТВД.

Описание математической модели и постановка задачи. Математическая модель основывается на решении системы уравнений осредненных по Рейнольдсу, дополненной уравнением переноса полной энергии [1, 2] и уравнением теплопроводности для решения задачи сопряженного теплообмена в твердом теле. Используется модель двухкомпонентной смеси газов продуктов сгорания и охлаждающего воздуха с решением уравнения переноса концентраций компонент смеси. На рис. 1 представлена схема расчетной модели.

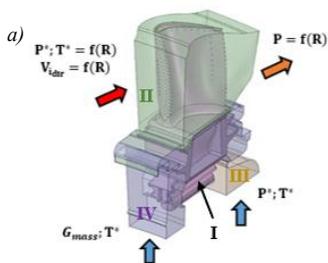


Рис. 1. Схема расчетной области

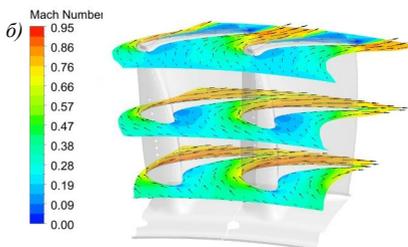


Рис. 2. Распределение числа Маха в вене

Расчеты выполнены в программном комплексе Ansys CFX 2020 R2. Для дискретизации конвективных потоков использовалась противопоточная схема второго порядка. Теплофизические свойства материалов лопатки и теплозащитного покрытия полагаются зависящими от температуры. Коэффициент теплопроводности и вязкость рабочей среды и охладителя аппроксимированы по формуле Сазерленда. Система уравнений Рейнольдса замыкалась моделью турбулентности $k-\omega$ SST с учетом эффектов сжимаемости и активированной опцией низко-рейнольдсовой коррекции (Laminar Turbulent Blend). Расчетная сетка состояла из тетраэдров в ядре потока и призматических элементов вблизи стенок расчетной области. При моделировании турбулентности использован низко-рейнольдсовый подход так, что для первого пристенного узла $y^+ < 1,5$. Всего сетка содержала около 48 млн. узлов.

(*) А.С. Романов, aleksey.romanov.01@gmail.com

На входе в проточную часть межлопаточного канала «II» задавались осесимметричные распределения направления потока, полного давления и температуры. На выходе поддерживалось радиальное распределение статического давления. На входе в систему охлаждения «III» рабочей лопатки «I» и в область течения охлаждающего воздуха в межвенцевом зазоре «IV» были заданы значения полного давления, температуры и расхода охладителя. Теплозащитное покрытие (ТЗП) рабочей лопатки моделировалось дополнительным термическим сопротивлением на интерфейсе стыковки между потоком газа и стенкой металла.

Анализ результатов решения задачи. На рис. 2 показано распределение числа Маха в характерных по высоте лопатки цилиндрических сечениях. Рабочая решетка является трансзвуковой, локальное значение числа Маха на стороне разрежения достигает 0,85. Число Рейнольдса, построенное по хорде среднего сечения лопатки и скорости потока на выходе из венца составляет $1,4 \cdot 10^6$.

Картина линий тока в межлопаточном канале, иллюстрирующая структуру течения газа вблизи поверхности лопатки, представлена на рис. 3. Можно заключить, что большая часть пера рабочей лопатки обтекается безударно и без отрыва потока, однако, в областях периферийного и корневого обводов межлопаточного канала образуются два ярко-выраженных вторичных течения, приводящие к основным потерям кинетической энергии в рабочей решетке. Перетекание потока через периферийный зазор между торцом лопатки и корпусом статора вызвано разностью давлений на вогнутой (корытце) и выпуклой (спинке) сторонах профиля. В прикорневой области формируется подковообразный вихрь, способствующий перетеканию газа по корневым обводам проточной части от корытца к спинке лопатки.

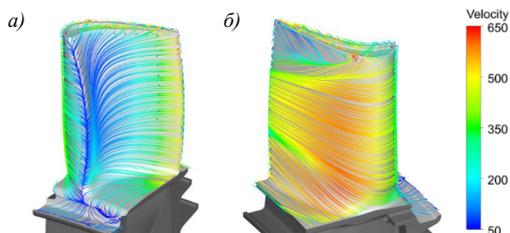


Рис. 3. Линии тока: а) со стороны давления; б) со стороны разрежения

На рис. 4 (а) и 4 (б) представлена картина, отображающая структуру течения в системе охлаждения рабочей лопатки. Число Рейнольдса, определенное по гидравлическому диаметру входного отверстия системы охлаждения и осредненному значению модуля вектора скорости, составляет $Re = 2,3 \cdot 10^5$. В каналах системы охлаждения наблюдается преимущественно радиально-винтовой характер течения, в местах поворота потока образуются инерционные отрывы и вторичные структуры, напоминающие вихри Дина. При выходе охладителя через отверстия перфорации в окрестности входной кромки лопатки формируется защитная завесная пленка, которая покрывает примерно 2/3 высоты пера лопатки. Изменение давления в каналах системы охлаждения характеризуется влиянием местных гидравлических сопротивлений, инерционных сил и изменением температуры. Массовый расход охладителя, поступающего в систему охлаждения лопатки, составляет 2,31 % от смеси газов за ТВД. Относительная разница результатов, полученных на основе CFD моделирования и одномерного гидравлического расчета составляет 6,1%, что вполне приемлемо, учитывая, что гидравлическое сопротивление элементов системы охлаждения определяется по полуэмпирической методике ХПИ [4], базирующейся на результатах многолетнего опыта эксплуатации отечественных газовых турбин.

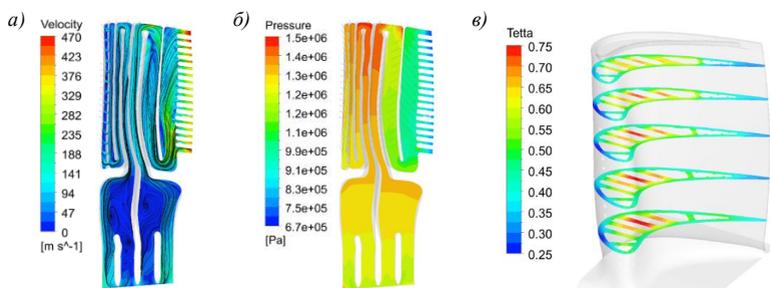


Рис. 4. Характеристики системы охлаждения: а) поле скорости и линии тока; б) поле давления; в) эффективность системы охлаждения

Рис. 4 (в) демонстрирует эффективность системы охлаждения, определяемую соотношением $\theta = (T_{\text{гор}}^* - T_M) / (T_{\text{гор}}^* - T_{\text{хол}}^*)$ [4]. Заметим, что эффективность охлаждения возрастает от входной кромки к средней части профиля и снова уменьшается к выходной кромке. Максимальное значение эффективности охлаждения достигает значений $\theta = 0,7 \div 0,77$, среднее значение показателя эффективности в каждом сечении составляет $0,47 \div 0,5$. На рис. 5 продемонстрированы температурные поля по металлу лопатки и по поверхности ТЗП. Самым теплонапряженным местом является область входной кромки вблизи спинки пера лопатки, однако за счет нанесенного ТЗП и защитной завесы удается понизить температуру металла на $100 \div 150$ °С.

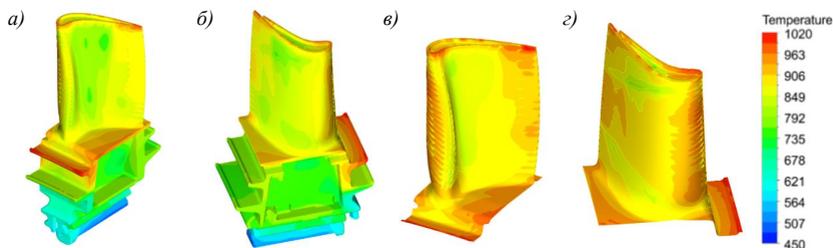


Рис. 5. Поле температуры: а) металла лопатки со стороны корытца; б) металла лопатки со стороны спинки; в) на поверхности ТЗП со стороны корытца; г) на поверхности ТЗП со стороны спинки

Заключение. В работе представлены результаты сопряженного тепло-гидравлического расчета лопатки первой ступени ТВД ГПА – 32 «Ладога». Выполнен анализ картины течения в системе охлаждения и теплового состояния лопатки. Оценка эффективности охлаждения удовлетворяет текущим требованиям и условиям эксплуатации ТВД, однако, совершенствование мощностных и тепловых показателей агрегата потребует модернизации системы охлаждения лопаточных аппаратов.

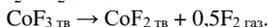
ЛИТЕРАТУРА

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. Изд. 7-е. – М.: Дрофа, 2003. – 840 с.
2. Гарбарук А.В., Стрелец М.Х., Шур М.Л. Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений. Изд-во Политехн. ун-та, 2012. – 88 с.
3. Слитенко А.Ф., Копелев С.З. Конструкции и расчет систем охлаждения ГТД. Изд-во "Основа" при Харьк. ун-те, 1994. - 240 с.
4. Иванов В.Л., Манушин Э.А. Теплообменные аппараты и системы охлаждения газотурбинных и комбинированных установок. Москва Изд-во МГТУ им. Баумана 2019. – 536 с.

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ТЕРМОСТАБИЛЬНОСТИ
ТРИФТОРИДА КОБАЛЬТА

Трифторид кобальта CoF_3 используют для неструктивного водородзаместительного фторирования летучих углеводородов, которое обычно проводят при температуре 300-400 °С [1-2]. Некоторые исследователи рассматривают возможность использования CoF_3 в качестве рабочего тела для твердотельного генератора фтора.

В обоих указанных областях применения важную роль играет термостабильность CoF_3 , т. е. степень его диссоциации на CoF_2 и F_2 в зависимости от температуры:



При фторировании углеводородов это важно знать для выбора режима процесса, когда фторирование в газовой фазе исключено. Для твердотельного генератора фтора это важно для выбора температуры, при которой должен работать генератор.

По тем же причинам важно знать область температуры, в которой давление паров CoF_3 становится существенным.

В связи с этим были проведены расчеты термодинамически равновесного состава веществ в системе элементов Co-3F в зависимости от температуры с использованием программного комплекса Астра-4 [3], основанного на поиске максимума энтропии смеси веществ и базе данных по термодинамическим функциям [4]. Результаты расчетов представлены на рис. 1 и в табл. 1.

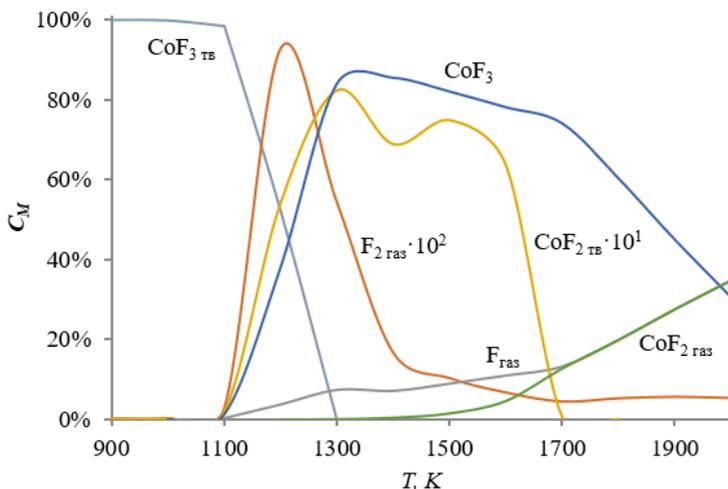


Рис. 1. Зависимость концентраций веществ (C_M , мол. %) в термодинамически равновесной смеси в системе элементов Co-3F в зависимости от температуры, рассчитанная с помощью программного комплекса Астра 4

^(*)Е.В. Садикова, sadikova_ev@mail.ru

Табл.1. Термодинамически равновесный состав веществ в системе элементов Co-3F в зависимости от температуры, рассчитанный с помощью программного комплекса Астра-4

Т, К	Концентрация, мол. %					
	CoF ₃ _{тв}	F ₂	F	CoF ₂ _{тв}	CoF ₃ _{газ}	CoF ₂ _{газ}
300	100.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
600	100.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
900	100.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
1000	99.9%	0.0%	0.0%	0.0%	0.1%	0.0%
1100	98.5%	0.0%	0.1%	0.2%	1.2%	0.0%
1200	52.2%	0.9%	3.6%	5.4%	37.9%	0.0%
1300	0.0%	0.5%	7.2%	8.2%	83.9%	0.1%
1400	0.0%	0.2%	7.0%	6.9%	85.6%	0.4%
1500	0.0%	0.1%	8.8%	7.5%	82.1%	1.5%
1600	0.0%	0.1%	10.8%	6.4%	78.2%	4.6%
1700	0.0%	0.0%	13.1%	0.0%	74.2%	12.7%
1800	0.0%	0.1%	19.7%	0.0%	60.4%	19.8%
1900	0.0%	0.1%	27.4%	0.0%	45.1%	27.5%
2000	0.0%	0.1%	34.6%	0.0%	30.7%	34.7%

На основе анализа результатов, приведенных на рис. 1 и в табл. 1 можно сделать следующие выводы:

- CoF₃ диссоциирует в основном с образованием атомарного фтора и CoF₂;
- степень диссоциации CoF₃ с образованием CoF₂ и F при температуре ниже 1000 К пренебрежимо мала;
- при T<1000 К равновесная концентрация газообразного CoF₃ пренебрежимо мала;
- в равновесной смеси концентрация газообразного CoF₃ существенно выше концентраций молекулярного и атомарного фтора вплоть до температуры 2000 К.

На основании полученных результатов можно предположить, что процесс фторирования углеводородов CoF₃ при температуре 300-400 °С протекает на поверхности частиц CoF₃, на которой фторируемое вещество адсорбируется, а не в газовой фазе. Это может позволить проводить процесс фторирования в стационарном тепловом режиме, т.к. удельная теплоемкость твердой фазы ($C_{pCoF_3}(300K) = 92 \text{ Дж}\cdot\text{моль}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, $\rho_{CoF_3}(300K) = 3.9 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$) более, чем в 1000 раз выше, чем газовой ($C_{pF_2}(300K) = 31 \text{ Дж}\cdot\text{моль}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, $\rho_{F_2}(300K) = 1,6 \text{ мг}\cdot\text{см}^{-3}$).

Кроме того, можно предположить, что использование CoF₃ в качестве рабочего тела для твердотельного генератора фтора не целесообразно, т.к. концентрация CoF₃ в газовой фазе, покидающей генератор, будет выше, чем концентрация фтора, что может привести к выходу из строя оборудования, предназначенного для приема фтора.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пашкевич Д.С., Костяев Р.А. Десорбция продуктов реакции в процессе фторирования этилена трифторидом кобальта // ЖПХ. Т.67. № 10. 1994. С.1624-1629.
2. Костяев Р.А., Пашкевич Д.С. Роль фторводорода и дифторида кобальта в процессах фторирования углеводородов трифторидом кобальта // ЖПХ. Т.67. № 12. 1994. С.2012-2016.
3. Трусов Б.Г. Программная система моделирования фазовых и химических равновесий при высоких температурах // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Серия «Приборостроение». Спец. выпуск 2: «Программная инженерия», – 2012. – № 2, – С. 240–249.
4. Гурвич Л.В. Термодинамические свойства индивидуальных веществ / Л.В. Гурвич, И.В. Веич, В.А. Медведев и др.// Справ. изд. В 4-х т. / Под. ред. В.П. Глушко – М.: Наука.

ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ТЕПЛООБМЕНА ПОПЕРЕЧНО ОБТЕКАЕМОГО ЦИЛИНДРА
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СТЕРЖНЕЙ-ТУРБУЛИЗАТОРОВ

Введение. Постоянное повышение энергоэффективности энергетического оборудования, в том числе и входящих в его состав теплообменников, способствуют развитию исследований по интенсификации теплообмена. Основной целью таких работ является повышение интенсивности теплообмена при удовлетворительном уровне гидравлических потерь. Одним из перспективных способов повышения эффективности конвективного теплообмена являются различные поверхностные интенсификаторы [1].

Интенсивность теплообмена зависит от состояния пограничного слоя. В некоторых случаях для улучшения теплообмена можно использовать различные турбулизаторы на поверхности цилиндра [2]. Применение турбулизаторов изменяет картину обтекания, а также сдвигает точку ламинарно-турбулентного перехода. Турбулизация пограничного слоя позволяет увеличить средний коэффициент теплоотдачи нагретого цилиндра и уменьшить коэффициент лобового сопротивления.

В работе представлено экспериментальное исследование вынужденно-конвективного теплообмена на поверхности одиночного кругового цилиндра, оснащенного круглыми стержнями-турбулизаторами, установленными на его поверхности.

Постановка эксперимента. Исследования проводились в диапазоне чисел Рейнольдса Re от 3900 до $30 \cdot 10^4$ в дозвуковой аэродинамической трубе Научно-образовательного центра «Теплофизика в энергетике» СПбПУ (НОЦ) [2]. Экспериментальная модель – полый круговой цилиндр, обогреваемый насыщенным водяным паром при атмосферном давлении, что обеспечивало постоянную температуру на поверхности цилиндра, близкую к $100\text{ }^\circ\text{C}$ (рис.1). Два стержня-турбулизатора относительной толщиной $d/D = 0,024$ и $0,048$ (d и D – диаметры турбулизаторов и несущего цилиндра, соответственно) симметрично устанавливались вдоль образующих цилиндра на угол $\psi = 30...90^\circ$, отсчитываемый от лобовой образующей. Несущий цилиндр мог проворачиваться на углы $\phi = 0...180^\circ$ с шагом измерения 10° .

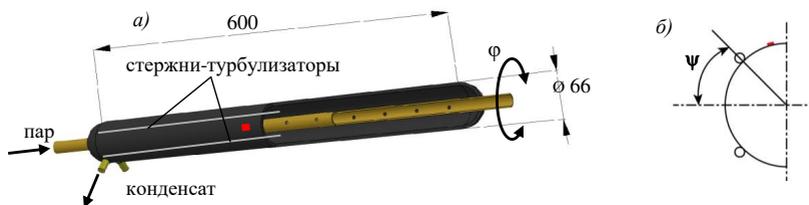


Рис. 1. Схема экспериментальной модели (а) и расположения стержней-турбулизаторов (б)

Измерения местной плотности теплового потока выполнялось методом градиентной теплометрии [3]. Для определения плотности теплового потока на поверхность цилиндра устанавливался градиентный датчик теплового потока (ГДТП). В экспериментах использован

^(*) М.Д. Селезнева, selezneva2317@mail.ru

ГДТП из монокристаллического висмута чистоты 0,9999 размерами $2,5 \times 2,5 \times 0,2$ мм и вольт-ваттной чувствительностью 5 мВ/Вт. В опытах также измерялась температура набегающего потока, что позволило рассчитать коэффициент теплоотдачи (КТО).

Визуализация течения и измерение поля скорости вблизи цилиндра и в следе за ним производилось с помощью метода Particle Image Velocimetry (PIV), с использованием оборудования, поставляемого компанией ПОЛИС. По результатам PIV получены распределения компонент скорости в следе за цилиндром – продольной и поперечной ее составляющих, а также их среднеквадратическое отклонение, что позволяет рассчитать коэффициент сопротивления цилиндра по формуле, представленной в работе [4]:

$$C_D = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{U}{U_1} \left(\frac{U_1 - U}{U_1} \right) d \left(\frac{y}{D} \right) + 2 \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\langle v \rangle^2 - \langle u \rangle^2}{U_1^2} \right) d \left(\frac{y}{D} \right), \quad (1)$$

где U – средняя продольная компонента скорости в следе за цилиндром, м/с; U_1 – скорость набегающего потока, м/с; y/d – поперечная координата, отнесенная к диаметру цилиндра; $\langle v \rangle$ и $\langle u \rangle$ – пульсационные составляющие поперечной и продольной компоненты скорости, соответственно, м/с [4].

Результаты. В качестве примера на рис. 2 представлены распределение местного числа Нуссельта по поверхности цилиндра и профиль продольной компоненты скорости в следе за цилиндром. Совмещены кривые для гладкого цилиндра и цилиндра со стержнями-турбулизаторами, установленными на угол $\psi = 60^\circ$.

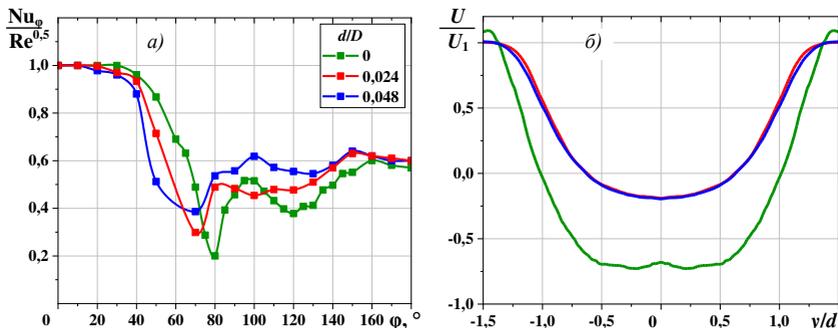


Рис. 2. Распределение числа Нуссельта по полуповерхности цилиндра (а) и профиль продольной составляющей скорости в следе за цилиндром на расстоянии $x/d=1,5$ (б) с/без стержней-турбулизаторов ($Re = 9600$).

Кривые для местного числа Нуссельта показывают неоднозначное влияние стержней: минимум КТО сдвигается влево – в область за стержнем, однако отличие от лобовой точки для обоих турбулизаторов меньше. С другой стороны, при установке стержней перед ними образуется застойная зона и кривая числа Нуссельта спускается более круто. Для представленной геометрии и режима среднее по поверхности число Нуссельта меньше для стержня относительного диаметра 0,024 на 2,5% и больше для стержня $d/D=0.048$ на 4%.

Влияние стержней на течение в следе выражается более явно. Размеры области зоны рециркуляции уменьшаются, также, как и величина скорости возвратного течения. С другой стороны, уровень пульсации обеих компонент скорости растет. Влияние толщины

турбулизаторов, разнесенных на угол $\psi > 60$, очень мало (рис. 2, б). Коэффициент сопротивления цилиндра с турбулизаторами, рассчитанный по результатам PIV, оказался на 3,7% ниже, чем для гладкого.

Возможно оценить влияние турбулизаторов более комплексно. Для применяемой геометрии рассчитана теплогидравлическая эффективность системы [5]:

$$\eta = \frac{Nu_t / Nu_0}{C_{D_t} / C_{D_0}}, \quad (2)$$

где индекс «т» обозначает результаты, полученные для цилиндра со стержнями-турбулизаторами, а индекс «0» – результаты, полученные для гладкого цилиндра.

Оказалось, что для тонкого турбулизатора ($d/D = 0,024$) теплогидравлическая эффективность близка к 1, а для турбулизатора толщиной $d/D = 0,048$ $\eta = 1,1$.

Заключение. В результате экспериментального исследования интенсификации теплообмена показана возможность применения стержней-турбулизаторов в задачах интенсификации теплообмена. Предлагаемый подход позволяет оценить теплогидравлическую эффективность системы, что позволяет говорить о ее практической применимости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Çelik HS, Erbay LB. Heat transfer enhancement using different types of turbulators on the heat exchangers // Journal of Thermal Engineering. – 2021. – Vol. 7 (7). – P. 1654-70.
2. A. Mityakov, A. Babich, A. Bashkatov [et al.] Investigating heat transfer augmentation using gradient heat flux measurement and PIV method // MATEC Web of Conferences : 33rd Siberian Thermophysical Seminar, STS 2017, Novosibirsk, 06–08 июня 2017 года. Vol. 115. – Novosibirsk: EDP Sciences, 2017. – P. 02006.
3. Seroshtanov, V. Gradient Heatmetry and PIV Investigation of Heat Transfer and Flow near Circular Cylinders / V. Seroshtanov, A. Gusakov // Inventions. – 2022. – Vol. 7, No. 3. – P. 80.
4. R. A. Antonia and S. Rajagopalan. Determination of drag of a circular cylinder // AIAA Journal – 1990/ – Vol. 28 (10). – P. 1833-1834
5. Ю. В. Жукова, С. А. Исаев. Численное моделирование ламинарного течения масла и теплообмена вблизи кругового цилиндра с дугообразными направляющими пластинами // ИФЖ. – 2088/ – Т. 81. – № 4. – С. 705-711.

УДК 533.6.04

А.В. Семенюта, А.А. Матюшенко
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ВЛИЯНИЕ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА НА АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДНЕГО АНТИКРЫЛА ГОНОЧНОГО АВТОМОБИЛЯ

Введение. Для повышения скорости гоночных автомобилей в повороте, в том числе и автомобилей серии Formula Student, на них используется аэродинамический обвес, который повышает прижимную силу и препятствует срыву колес. Заднее антикрыло гоночного автомобиля является важным элементом этого обвеса, поэтому определение прижимной силы и аэродинамических характеристик антикрыла, а также их оптимизация являются

^(*) А.В. Семенюта, alsemenyuta86@gmail.com

значимыми задачами при проектировании гоночного автомобиля. Число Рейнольдса, построенное по длине антикрыла и типичной скорости болида Formula Student, составляет порядка $10^5 - 10^6$, поэтому заметная часть пограничного слоя на антикрыле является ламинарной, что влияет на его аэродинамические свойства.

В данной работе проводится численное моделирование двумерного обтекания нескольких конфигураций трехэлементного антикрыла гоночного автомобиля Tre класса Formula Student команды Polytech North Capital Motorsport, представленного на рисунке 1, в рамках решений уравнений Рейнольдса [1], замкнутых при помощи различных моделей турбулентности, включая модели для описания Ламинарно-Турбулентного перехода (ЛТП).

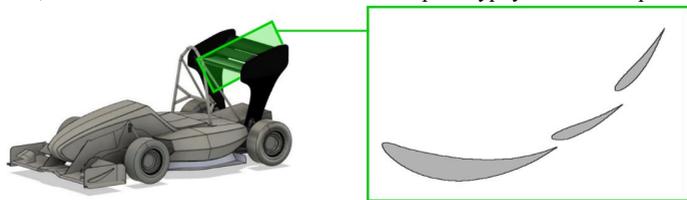


Рис. 1. Болид Tre и его заднее антикрыло

Постановка задачи. Рассматривается двумерное обтекание средней секции антикрыла болида Tre при нулевом угле атаки переднего крыла и числе Рейнольдса равным $Re = UC/v \sim 7 \cdot 10^5$, посчитанном по типичной для автомобилей класса Formula Student скорости $U = 20$ м/с и сумме длин хорд профилей $C = 0.5$ м. Средняя секция этого антикрыла повернута относительно передней на 25° , а задняя – на 55° . Помимо оригинального антикрыла были рассмотрены его модификации с углом поворота заднего профиля β относительно оси крепления, равным 48° , 45° и 42° соответственно. Все расчеты проводились в пакете ANSYS FLUENT 2021R2 с использованием уравнений Рейнольдса для несжимаемой жидкости, замкнутых при помощи модели турбулентности $k-\omega$ SST Ментера [2], предполагающей полностью турбулентный режим обтекания, и модели перехода γ -alg-SST [3], учитывающей наличие ЛТП.

Размер расчетной области, представленной на рисунке 2(а), составлял около 20С, расстояние от антикрыла до границ области - около 10С. Граничные условия задавались следующим образом. На твердых стенках использовались условия прилипания и непроницаемости. На входной границе задавались однородные профили скорости и турбулентных характеристик, которые обеспечивали уровень интенсивности турбулентности $Tu=5\%$ и отношение турбулентной к молекулярной вязкости $\nu_t/\nu=10$. На выходной границе задавалось постоянное давление, а все остальные переменные экстраполировались из внутренних точек области.

Расчетная сетка блочно-структурированного типа содержала порядка $2.3 \cdot 10^5$ ячеек и обеспечивала сеточно-независимое решение. Для разрешения особенностей течения сетка была сгущена к стенкам элементов крыла, чтобы обеспечить выполнение условия $\Delta y_w^+ < 1$, при этом коэффициент расширения сетки по нормали к поверхности не превышал 1.1. Число точек сетки по обводу профилей составило около 400 для разрешения ЛТП.

Расчеты проводились как в стационарной, так и в нестационарной постановке – для случаев, когда отсутствовала сходимости итераций в стационарной постановке. Для модели SST все расчеты проводились в стационарной постановке и были получены сошедшиеся по итерациям решения для всех рассмотренных углов поворота заднего профиля, а при использовании модели перехода γ -alg-SST проводились нестационарные расчеты. Безразмерный шаг по времени $\Delta t U/C$ равнялся 10^{-3} , что соответствовало максимальному числу Куранта $CFL < 10$.

Структура течения. Результаты расчетов показали довольно сложную структуру течения, с образованием нескольких локальных рециркуляционных зон. На рисунке 2(б) представлены поля продольной компоненты скорости и линии тока для угла поворота заднего профиля на 48 градусов, при котором достигается максимальная прижимная сила. На задней кромке всех профилей образуются отрывные зоны, причем размер отрыва от заднего профиля больше других и уменьшается с уменьшением угла его поворота. В случае модели перехода γ -alg-SST на нижней стороне центрального и заднего профилей в окрестности их середины дополнительно формируются локальные вытянутые и тонкие рециркуляционные зоны, вызванные отрывным характером ЛТП. Эти отрывные зоны являются нестационарными, и, несмотря на свой небольшой размер, приводят к глобальной нестационарности всего течения.

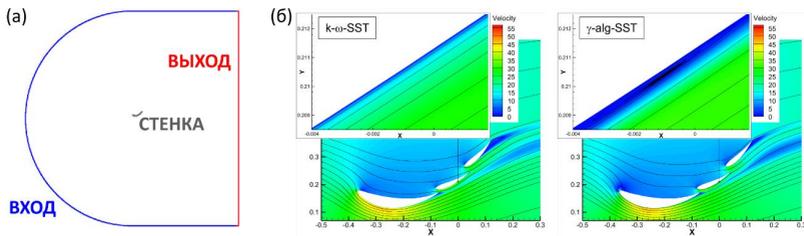


Рис. 2. Расчетная область (а) и структура течения (б) для антикрыла с углом поворота заднего профиля на 48 градусов, полученная с использованием моделей SST и γ -alg-SST

Предсказание аэродинамических характеристик. Результаты сравнения зависимостей аэродинамических характеристик крыла от угла поворота третьего профиля, полученные с использованием моделей SST и γ -alg-SST, представлены на рисунке 3. Видно, что эти зависимости монотонные для коэффициента сопротивления, с максимумом в окрестности 48° для коэффициента прижимной силы, качественно похожи для обеих рассмотренных моделей турбулентности. Однако количественное различие является весьма значительным и, в зависимости от угла поворота заднего профиля, составляет 4-5% для коэффициента прижимной силы и 5-20% для коэффициента сопротивления.

С практической точки зрения интерес представляют не сами значения аэродинамических характеристик, а углы, при которых достигаются их оптимальные значения. К сожалению, универсальные рекомендации о том, какие критерии необходимо оптимизировать при разработке антикрыла автомобиля, по существу, отсутствуют. В настоящей работе, согласно [4], предполагалось, что оптимальное крыло должно обладать максимальной прижимной силой. С этой точки зрения оптимальный угол поворота третьего крыла предсказывается обеими моделями примерно одинаково и составляет около 48° .

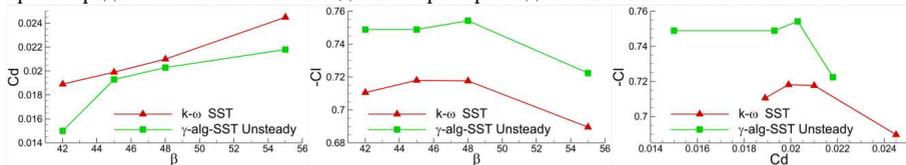


Рис. 3. Зависимости коэффициентов прижимной силы ($-C_l$) и силы сопротивления (C_d) антикрыла для моделей SST и γ -alg-SST

Отдельного комментария заслуживает использование нестационарных расчетов при отсутствии сходимости итераций в стационарном расчете. Этот подход, хотя и позволяет получить более точные результаты, существенно более затратен. В этой связи в инженерной

практике зачастую используют не вполне сошедшиеся результаты стационарного расчета. В настоящей работе выполнена оценка погрешности, вносимой при таком подходе, на примере модели γ -alg-SST (рис 4). Видно, что эта погрешность в некоторых случаях может достигать 10%. В то же время, «оптимальный» угол поворота заднего профиля, предсказанный этим подходом, совпадает с оптимальным углом, полученным при помощи нестационарных расчетов. Учитывая то, что не до конца сошедшееся стационарное решение может быть получено при гораздо меньших вычислительных затратах, чем среднее нестационарное решение, этот подход может быть использован на начальной стадии оптимизации при условии дальнейшей проверки сделанного выбора при помощи нестационарных расчетов.

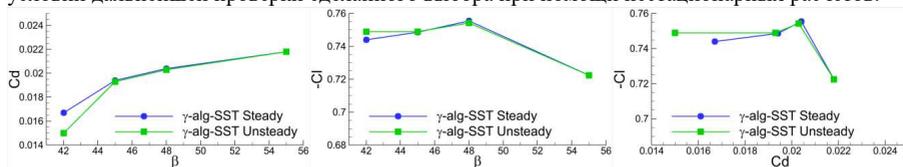


Рис. 4. Зависимости коэффициентов прижимной силы (C_l) и силы сопротивления (C_d) для несоедшегося стационарного и нестационарного решения модели γ -alg-SST

Заключение. В работе исследовано обтекание трехэлементного заднего крыла гоночного автомобиля с использованием $k-\omega$ SST модели Ментера и модели перехода γ -alg-SST. Особенностью решения с моделью перехода является наличие локальной нестационарной зоны отрыва в окрестности ЛТП. Значения коэффициентов силы сопротивления и подъемной силы значительно отличаются для разных моделей, при этом форма зависимостей схожа, что позволяет определить оптимальный угол поворота заднего крыла с использованием модели $k-\omega$ SST и сильно сократить время расчетов.

Расчеты проведены с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра СПбПУ (<https://scc.spbstu.ru>).

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 23-21-00031.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. Изд. 7-е. – М.: Дрофа, 2003. – 840 с.
2. Menter F.R., Kuntz M., Langtry R.B. Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model / Turbulence, Heat and Mass Transfer 4. – Antalya, 2003. – P. 625-632.
3. Menter F.R., Matyushenko A., Lechner R. et al. An Algebraic LCTM Model for Laminar–Turbulent Transition Prediction // Flow Turbulence Combust. – 2022. – Vol. 109. – № 4. – P. 841-869.
4. Iljaž J., Škerget L., Štrkl M., Marn J. Optimization of SAE Formula Rear Wing // Strojniški vestnik - Journal of Mechanical Engineering. – 2016. – Vol. 62. – № 5. – P. 263-272.

УДК 536.244

Ю.А. Устин, П.В. Яковлев

Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II (•)

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДОВ ИНТЕНСИФИКАЦИИ ТЕПЛООБМЕНА В ТРУБАХ ЖАРОТРУБНЫХ КОТЛОВ

Введение. Паспортный к.п.д. жаротрубных котлов, в большом количестве применяемых в котельных коммунального назначения, чаще всего находится в пределах 80%. Это обусловлено требованием снижения стоимости, достигаемым ограничением площади теплообменной поверхности, и, как следствие, повышением температуры уходящих газов.

(•)Ю.А. Устин, yurust22898@mail.ru

Для повышения к.п.д. применяются различного рода вставки-турбулизаторы в дымогарные трубы. Исследование эффективности вставок и поиск путей их совершенствования стали целью настоящей работы.

Метод исследования – численное моделированное [1-4] с проверкой полученных результатов по замерам температур водогрейного котла. Расчетная схема включает четыре варианта (труба без вставки, труба с профилированной вставкой, труба с одной пластиной, труба с перекрещивающимися пластинами) и приведена на рис. 1.

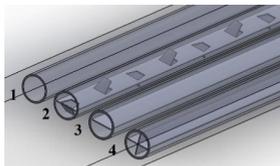


Рис. 1. Геометрия расчетной области: 1 – труба без вставки; 2 – труба с профилированной вставкой; 3 – труба с одной пластиной; 4 – труба с перекрещивающимися пластинами

Первоначальной целью работы было определение оптимальных параметров вставок, в настоящее время применяемых в теплообменном оборудовании для интенсификации конвективного теплообмена. Полученное поле скоростей иллюстрирует сложный характер движения газа в варианте 2 (рис. 2)

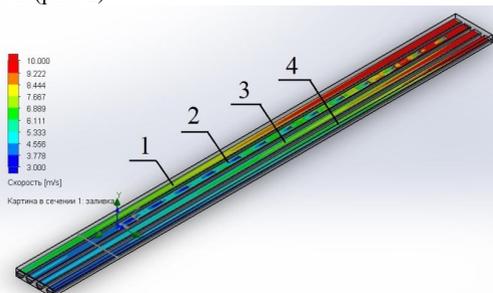


Рис. 2. Поле скоростей: 1 – труба без вставки; 2 – труба с профилированной вставкой; 3 – труба с одной пластиной; 4 – труба с перекрещивающимися пластинами

Особенностью жаротрубных котлов является высокая температура продуктов сгорания, и результаты расчетов показали, что при разности температур в сотни градусов большой вклад в теплообмен вносит лучистый теплообмен, который определяется относительно небольшим процентным содержанием водяных паров и диоксида углерода. В связи с этим, было предложено внести в поток пластину, омываемую потоком газа и выполняющую роль излучающего экрана. С учетом задачи увеличения угла облученности предложен 4 вариант в виде перекрещивающихся пластин.

Анализ поля температур (рис. 3) показал, что одиночная пластина (вариант 3) существенно увеличивает интенсивность теплообмена по сравнению с трубой без вставок, но несколько хуже трубы с профилированной вставкой (вариант 2). Перекрещивающиеся пластины (вариант 4) дают наилучший результат при меньшем аэродинамическом сопротивлении.

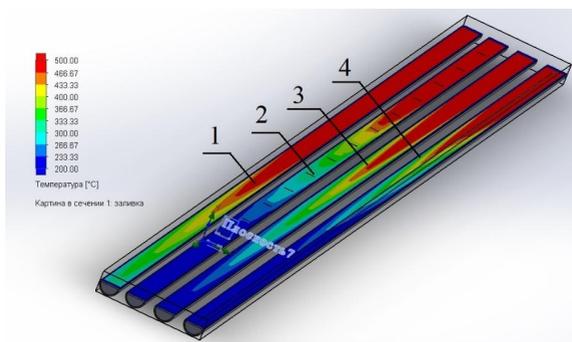


Рис. 3. Поле температур: 1 – труба без вставки; 2 – труба с профилированной вставкой; 3 – труба с одной пластиной; 4 – труба с перекрещивающимися пластинами

Сделанные выше выводы подтверждаются графиками изменения температур в выходном сечении труб (рис. 3).

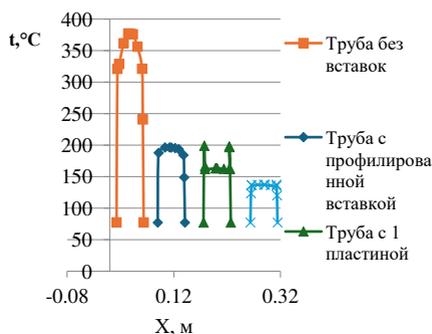


Рис. 4. Графики изменения температур по выходному сечению труб

Приведенное на рис. 5 поле относительных давлений иллюстрирует повышенное сопротивление профилированной вставки, которое не достигает существенных величин и позволяет успешно применять этот метод в котлах, но при наличии загрязнений (сажи, золы) значение этого фактора может возрастать, что позволяет сделать выбор в пользу гладких пластин.

Основные результаты работы. Применение вставок-турбулизаторов интенсифицирует теплообмен, увеличивая сопротивление газового тракта. Исследование показало, что значительный вклад в интенсификацию теплообмена вносит лучистый теплообмен, поэтому сопоставимый эффект может быть получен применением гладких листов-экранов, омываемых высокотемпературным потоком газа. Экраны интенсифицируют лучистый теплообмен, снижая температуру уходящих газов. Гладкие листы, в отличие от профилированных, имеют меньшую стоимость, менее подвержены загрязнению, незначительно повышая аэродинамическое сопротивление.

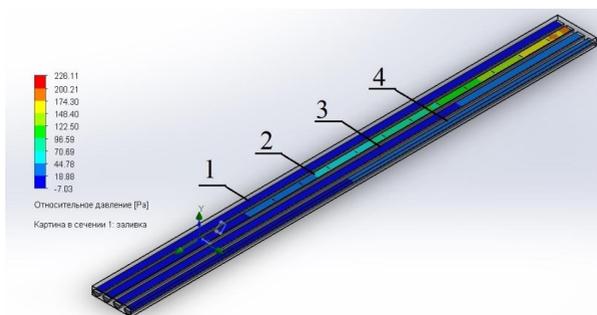


Рис. 5. Поле относительных давлений: 1 – труба без вставки; 2 – труба с профилированной вставкой; 3 – труба с одной пластиной; 4 – труба с перекрещивающимися пластинами

Планируется продолжить исследования и выполнить экспериментальную проверку эффективности гладких листов в условиях жаротрубных водогрейных котлов. Вторым направлением исследования может быть анализ эффективности предложенной технологии при различных температурах и составах продуктов сгорания. Представляется перспективным применение этого метода для интенсификации теплообмена в топках с целью создания компактных котельных агрегатов с высокими тепловыми напряжениями в топке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лыков А.В. Теория теплопроводности: учебное пособие для студентов теплотехнических специальностей высших учебных заведений / А. В. Лыков. - Москва : Высшая школа, 1967. - 599 с. : ил., табл.; 26 см.
2. Кутателадзе С.С. Теплопередача и гидродинамическое сопротивление: Справочное пособие – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 367 с.
3. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. - 2-е изд., стер. - Москва : Энергия, 1977. - 343 с. : ил.; 22 см.
4. Кудинов И.В. Математическое моделирование гидродинамики и теплообмена в движущихся жидкостях : учебное пособие / И. В. Кудинов, В. А. Кудинов, А. В. Еремин, С. В. Колесников. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 208 с. — ISBN 978-5-8114-1837-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/211796> (дата обращения: 28.03.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

УДК 536.46:661.48

Т.А. Федорова¹, Д.С. Пашкевич^{1,2}

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²ООО «Новые химические продукты»

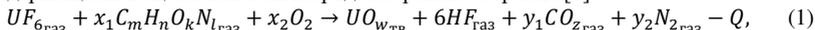
СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ГЕКСАФТОРИДА УРАНА С ВОДОРОДОМ И КИСЛОРОДОМ, И С МЕТАНОМ И КИСЛОРОДОМ В РЕЖИМЕ ГОРЕНИЯ

При изотопном обогащении природного урана в качестве побочного продукта образуется гексафторид урана, обедненного по U-235 (ОГФУ). Ежегодно объемы накопления

(*) Т.А. Федорова tan.fedorova2014@yandex.ru

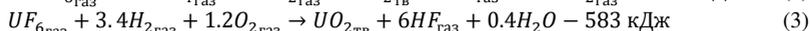
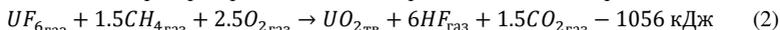
ОГФУ увеличиваются на 50 тысяч тонн. Для его переработки ведется разработка технологии, позволяющей не только эффективно утилизировать вещество первого класса опасности, которым является ОГФУ, но и получить коммерчески значимые продукты – фторид водорода и оксиды ядерно-чистого урана, используемые при производстве МОКС-топлива.

Одним из направлений исследований является взаимодействие ОГФУ с водородсодержащими веществами и кислородом в режиме горения [1]:



где $C_m H_n O_k N_l$ – летучее водородсодержащее вещество, $n > 0, m \geq 0, k \geq 0, l \geq 0, nx_1 \geq 6, x_2 > 2, z = 1, 2$.

В качестве водородсодержащих веществ предлагается использование водорода и метана, как одних из самых распространенных и коммерчески выходных горючих:



Адиабатическая температура продуктов реакций (2) и (3) без учета диссоциации составляет 3281 и 2542 К соответственно [2]. Исходя из этого, процессы (2) и (3) могут быть реализованы в режиме горения.

Для процессов (2) и (3) создана математическая модель диффузионного турбулентного горения, основанная на дифференциальных уравнениях движения, неразрывности, переноса кинетической энергии турбулентности, переноса удельной скорости диссипации кинетической энергии турбулентности, диффузии, переноса теплового излучения, энергии. Для расчета скорости химической реакции использована модель дробления вихрей. Движущаяся сплошная среда считается несжимаемой – число Маха менее 0.5. Частицы оксидов урана, размер которых в опытах составил величину порядка 1 мкм, предполагаются «вмороженными» в поток. Модель реализована в программном комплексе «Ansys Fluent 2019 R3». Верифицирована модель на основе экспериментальных данных, представленных в [1], по измерению температуры, настраивая блок теплообмена излучением, в котором использовалась модель серого газа [3].

Численные расчеты проводились для реактора типа «туннельная горелка»: диаметр реактора 142 мм; диаметр осевого канала форсунки – 4 мм, внутренний диаметр кольцевого канала – 6 мм, внешний – 8 мм; температура стенки реактора и исходная температура компонентов составляли 353 К; согласно физическим экспериментам [1] водородсодержащее вещество подавалось по осевому каналу, по кольцевому – смесь кислорода и ОГФУ, расход ОГФУ – 3 г/с.

В табл. 1 приведены некоторые характеристики процессов (2) и (3), полученные в результате математического моделирования – максимальная температура в зоне реакции T_{max} , характерный размер рециркуляционных течений x_{rot} ; глубина конверсии ОГФУ $x_{\eta 99}$; удельная производительность реактора G ; эффективная теплопроводность потока $\lambda_{\text{eff,max}}$ в сечении реактора, в котором тепловой поток из зоны реакции максимален; продольная координата сечения реактора, в котором среднemasсовая температура потока снижается до 1000 К, $x_{T=1000}$; максимальное значение теплового потока из зоны реакции Q_{max} ; максимальное значение радиационного потока из зоны реакции $Q_{\text{rad,max}}$; температура рециркулирующих продуктов у корня факела на входе в реактор T_{vort} ; среднemasсовая температура зоны реакции, внутри которой достигается конверсия ОГФУ 99%, $T_{\eta 99}$.

Одним из определяющих параметров процесса является максимальная температура в зоне реакции – при более высокой температуре выше вероятность достижения состава продуктов близкого к термодинамическому. При использовании метана в качестве горючего наблюдается более высокая максимальная температура в зоне реакции (2054 К), чем при использовании в качестве топлива водорода (1847 К).

Табл. 1. Основные параметры исследуемых процессов

Параметр	Значение	
	$UF_{6\text{газ}} + 1.5CH_{4\text{газ}} + 2.5O_{2\text{газ}}$	$UF_{6\text{газ}} + 3.4H_{2\text{газ}} + 1.2O_{2\text{газ}}$
T_{max}, K	2054	1847
$x_{T_{max}}, M$	0.012	0.074
$x_{T=1000}, M$	0.31	0.24
$Q_{max}, кВт/м^2$	51	22
$Q_{rad,max}, кВт/м^2$	9.6	3.3
$x_{Q_{max}}, M$	0.26	0.29
$\lambda_{eff,max}, Вт/м \cdot K$	10.4	5.8
x_{rot}, M	0.37	0.42
$x_{п99}, M$	0.17	0.09
$G, кг/с \cdot м^3$	24	172
T_{vort}, K	500	517
$T_{п99}, K$	1030	1400

На рис.1 представлено наложение поля функции тока и поля массовой доли ОГФУ на поле температуры. Из рисунка следует, что при температуре стенки реактора порядка 353К, значения низком для традиционных процессов горения, на входе в реактор у корня факела температура рециркулирующих продуктов составляет величину порядка 500 К для метана и порядка 517 К для водорода, при этом оба значения ниже температур самовоспламенения используемых горючих. Следовательно, для стабилизации фронта пламени в течение всего времени работы реактора необходимо использовать инициирующий факел.

Для сохранения структуры потока, поддерживающего указанные значения максимальных температур, длина реактора не должна быть менее длины области рециркуляции x_{rot} продуктов процесса - порядка 0.42 м (рис.1 и табл.1).

При температуре ниже 1000 К термодинамически не запрещена реакция фторирования диоксида урана фторидом водорода, получаемых в реакциях (2) и (3), поэтому разделять твердые и газообразные продукты целесообразно на расстоянии порядка 0.3 м для (2) и порядка 0.2 м для (3).

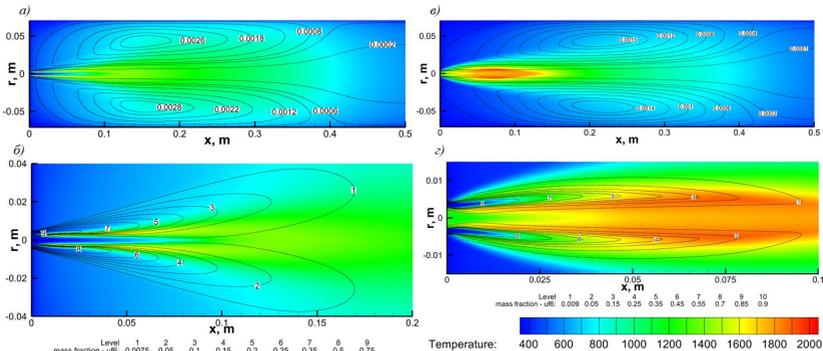


Рис. 1. а) наложение поля функции тока на поле температуры для реакции (2); б) наложение поля массовой доли ОГФУ на поле температуры для реакции (2); в) наложение поля функции тока на поле температуры для реакции (3); г) наложение поля массовой доли ОГФУ на поле температуры для реакции (3)

Из рис.1(б, г) следует, что площадь сечения области зоны реакции, внутри которой достигается конверсия ОГФУ 99% при использовании в качестве горючего водорода, в 7 раз меньше, чем при использовании метана, несмотря на то что интенсивность турбулентности в указанной области при использовании водорода составляет 1.8, а при использовании метана – 3.9. Это объясняется более высокой интенсивностью молекулярного переноса с участием H_2 по сравнению с CH_4 , что в свою очередь приводит к получению более высокой среднemasсовой температуры в зоне реакции с участием H_2 , несмотря на то что максимальная температура в зоне реакции с участием CH_4 выше, чем с участием H_2 , табл. 1.

Удельная производительность реактора, рассчитанная по объему внутри изоповерхности, соответствующей 99% превращению UF_6 , для процесса (2) составляет $24 \text{ кг/с}\cdot\text{м}^3$ (среднemasсовая температура в этой области порядка 1030 К, коэффициент диффузии CH_4-O_2 – $1.4 \text{ см}^2/\text{с}$) и $172 \text{ кг/с}\cdot\text{м}^3$ (среднemasсовая температура – 1400 К, коэффициент диффузии H_2-O_2 – $7.4 \text{ см}^2/\text{с}$) для процесса (3).

Таким образом, с помощью численного эксперимента определены основные характеристики процессов взаимодействия UF_6 с метаном или водородом и кислородом, позволяющие сформулировать рекомендации по конструкции и режимам работы реактора типа «туннельная горелка».

ЛИТЕРАТУРА

1. Пашкевич Д.С., Алексеев Ю.И., Мухортов Д.А. и др. Получение фторида водорода при взаимодействии гексафторида урана с водородом и кислородом в режиме горения. Эксперимент//Инженерно-физический журнал. – 2021. – Т.94. – №5. – С. 1335–1342.
2. Пашкевич Д.С., Зимин А.Р., Капустин В.В. и др. Получение фторида водорода при взаимодействии гексафторида урана с водородом и кислородом в режиме горения. Термодинамический анализ//Инженерно-физический журнал. – 2021. – Т.94. – №4. – С. 987–995.
3. Cassol F., Brittes R., Application of the weighted-sum-of-gray-gases model for media composed of arbitrary concentrations of H_2O , CO_2 and soot// International Journal of Heat and Mass Transfer – 2014. – Vol.79. – P.796-806.

УДК 532.517

А.В. Филатова, М.А. Засимова, А.Г. Абрамов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СВОБОДНОКОНВЕКТИВНОГО ТЕЧЕНИЯ ВОЗДУХА ЧЕРЕЗ ОДНОРЯДНЫЙ ГОРИЗОНТАЛЬНЫЙ ТРУБНЫЙ ПУЧОК С ВНЕШНИМ ОРЕБРЕНИЕМ

В работе представляются и обсуждаются результаты массовых параметрических расчетов свободноконвективного течения воздуха в однорядном горизонтально ориентированном пучке из шести оребренных труб. Подобные конструкции широко применяются в промышленности для контроля теплового состояния технологических сред в составе аппаратов воздушного охлаждения. обстоятельно изучены оребренные трубные пучки в режимах с преобладанием вынужденной конвекции [1], а в последнее время повысился интерес к исследованиям свободноконвективных течений и особенностей теплообмена при варьировании геометрических и режимных параметров.

^(*) А.В. Филатова, filatova3.av@edu.spbstu.ru

Геометрические параметры задачи были выбраны соответствующими экспериментальной установке, задействованной в [2]. На рис. 1а представлен фрагмент оребренной трубы: на несущей трубе диаметром $d_0 = 26.4$ мм накатаны поперечные ребра цилиндрической формы, диаметр которых $d = 56.8$ мм (высота $h = 15.2$ мм), толщина $\delta = 0.55$ мм, расстояние между ребрами по длине трубы $s = 2.43$ мм. Коэффициент оребрения, определяемый как отношение площади поверхности всех ребер и участков между ними к поверхности неоребренных участков, равен $\varphi = 1 + 2h(d_0 + h + \delta)/(s \cdot d_0) = 20.9$. Поперечный шаг компоновки труб S_1 варьировался, принимая значения 58, 61.2, 65, 72, 87.2, 113.4, 145 мм, при этом безразмерный шаг $\sigma = S_1/d$ изменялся в диапазоне от 1.02 до 2.55 (рис. 1б). Вдоль оси трубы (по оси z) расчетная область охватывала половину шага оребрения.

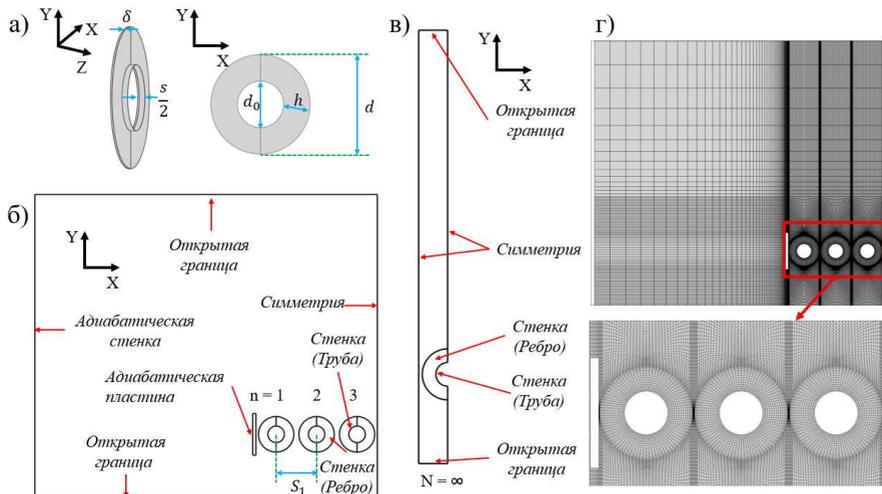


Рис. 1. а) Геометрия оребренной трубы, расчетная область при б) $N = 6$ и в) $N = \infty$, г) расчетная сетка

Использовались две базовые расчетные постановки задачи: приближенная к экспериментам [2], где пучок состоял из шести труб $N = 6$ (далее – «постановка 1», рис. 1б), и периодическая, предполагающая, что пучок включает бесконечное количество труб $N = \infty$ («постановка 2», рис. 1в).

На поверхности несущих труб задавалась постоянная температура T_w , значение которой варьировалось в диапазоне 310...505 К. На верхней и нижней открытых границах температура считалась постоянной $T_0 = 295$ К. Соответствующие значения числа Грасгофа $Gr = 10^4 \dots 10^6$ (построено по диаметру труб и перепаду температуры $\Delta T = T_w - T_0$). Для постановки 1 на левой границе расчетной области и на ограничивающей пучок пластине было задано условие адиабатичности, на правой – условие симметрии. В постановке 2 на левой и правой границах области задавалось условие симметрии.

Расчеты были проведены в пакете ANSYS Fluent в сопряженной постановке на основе системы уравнений Навье-Стокса, уравнения энергии и уравнения теплопроводности в стенке ребра трубы. Использовалась модель сжимаемого совершенного газа с термодинамическими и теплофизическими свойствами, зависящими от температуры.

Размерности квазиструктурированных расчетных сеток для задачи в постановке 1 составили $(13 \dots 23) \cdot 10^4$ ячеек, а для постановки 2 – $(17 \dots 34) \cdot 10^3$ ячеек. Вид сетки для

постановки 1 при наименьшем расстоянии между трубами показан на рис. 1г. Вдоль окружного направления количество ячеек было равно 44, а между ребрами труб для разных расстояний изменялось от 12 (при $S_1 = 58$ мм) до 63 (при $S_1 = 145$ мм) для постановки 1 и, в силу симметрии задачи, от 6 до 32 ячеек для постановки 2. Шаг по времени был задан равным 0.02 с; время выхода на статистически установившийся режим течения составляло около 40 с, а время осреднения – 120 с.

На рис. 2а-г показана типичная структура течения, формирующегося вблизи трубного пучка (для варианта с $S_1 = 58$ мм). Действие сил плавучести заставляет воздух двигаться вверх по направлению к пучку и проходить сквозь межреберное пространство с формированием над пучком теплового факела. Структура течения для двух базовых постановок имеет видимые различия над пучком, при этом в межтрубном пространстве различия минимальны с близкими характерными значениями скорости.

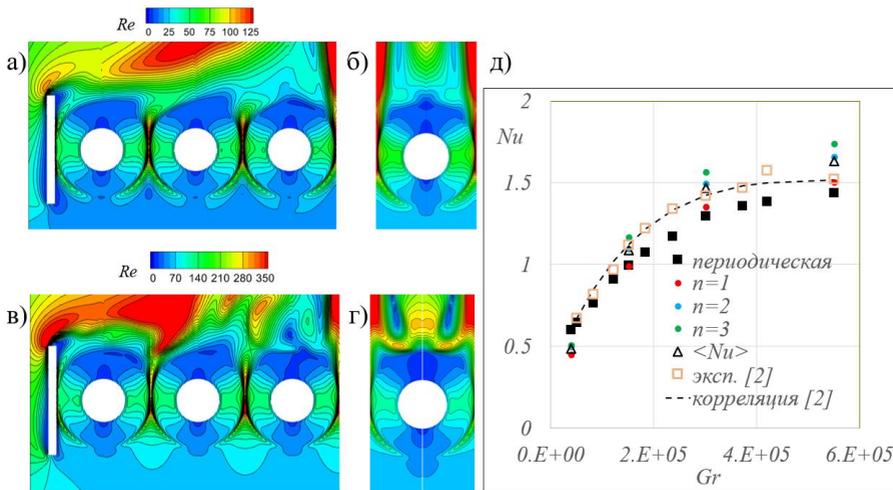


Рис. 2. Поля локального числа Рейнольдса $Re = Vd_p/\nu$, полученные при а, в) $N = 6$ и б, г) $N = \infty$, для вариантов с разными перепадами температуры ΔT : а, б) $Gr = 4 \cdot 10^4$ и в, г) $Gr = 5.5 \cdot 10^5$; д) график зависимости Nu от числа Gr для варианта $S_1 = 58$ мм ($\sigma = 1.02$)

Увеличение числа Грасгофа в рассмотренном диапазоне приводит к росту характерных значений скорости в межреберном пространстве пучка от 1 до 10 см/с (рис. 2а-г). На рис. 1д для варианта с наименьшим расстоянием между трубами и разными значениями перепада температур ΔT (Gr) приведены рассчитанные значения осредненного по поверхности каждой трубы (n , см. рис. 1б) числа Nu и данные экспериментов, обобщенные корреляционной зависимостью (штриховая линия) [2]. Полученные в расчетах Nu хорошо согласуются между собой и с экспериментами; видимые различия, не превышающие 20%, наблюдаются для больших перепадов температуры, при $\Delta T > 60$ К ($Gr > 1.5 \cdot 10^5$).

Варьирование расстояния между трубами, в целом, слабо влияет на характерные значения скорости в межреберном пространстве (рис. 3а-г). Структура течения вблизи пучка при этом существенно изменяется: при $\sigma > 1.3$ формирующийся над пучком единый обширный тепловой факел разрушается и над каждой трубой образовывается отдельный локализованный факел.

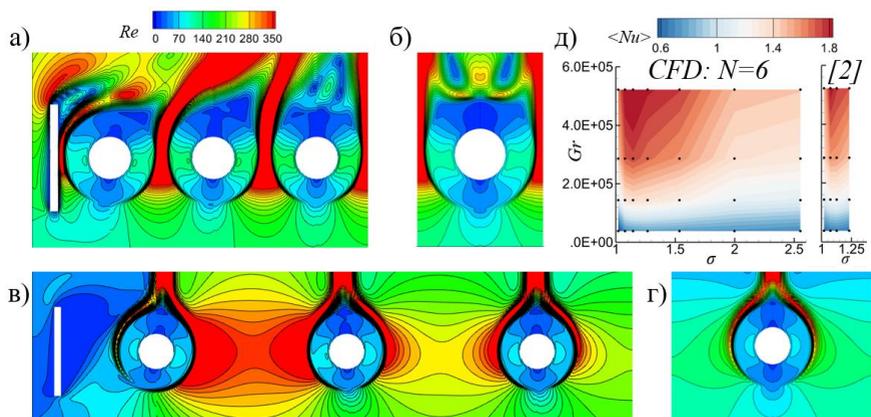


Рис. 3. Поля локального числа Рейнольдса при числе $Gr = 5.5 \cdot 10^5$ для а, б) $\sigma = 1.14$ и в, г) $\sigma = 2.55$ при а, в) $N = 6$ и б, г) $N = \infty$; д) график зависимости Nu от σ

На рис. 3д визуализированы тепловые карты с распределениями осредненных по поверхности пучка значений числа Нуссельта в зависимости от Gr и σ , полученные в расчетах для постановки 1, и экспериментальных значений, построенных по данным [2]. Установлено, что для фиксированного значения Gr с увеличением σ значения Nu повышаются и при $\sigma = 1.07 \dots 1.14$ (в зависимости от T_w) достигают максимума. Возрастание Nu происходит в 1.2...1.6 раз относительно данных для наименьшего σ . При дальнейшем увеличении σ значения Nu уменьшаются, а при $\sigma > 2$ меняются слабо. Таким образом показано, что изменение продольного шага компоновки труб может повысить эффективность теплообмена с пучка.

Исследование выполнено при поддержке гранта РНФ № 24-49-10003.

Расчеты проведены с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра СПбПУ (<https://scc.spbstu.ru>).

ЛИТЕРАТУРА

1. Бессонный А.Н. и др. Основы расчета и проектирования теплообменников воздушного охлаждения: справочник. СПб.: Недра, 1996. 512 с.
2. Маршалова Г.С. Тепловой расчет и проектирование аппаратов воздушного охлаждения с вытяжной шахтой / дис. ... канд. техн. наук: 01.04.14, Минск, 2019. 153 с.

УДК 533.6.08

Ю.С. Чумаков, Т.М. Хакимов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

УСТАНОВКА И МЕТОДИКА КАЛИБРОВКИ ТЕРМОАНЕМОМЕТРИЧЕСКИХ ДАТЧИКОВ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ СКОРОСТИ В НИЗКОСКОРОСТНОМ ВОЗДУШНОМ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОМ ПОТОКЕ

Введение. Важным аспектом экспериментального изучения потоков жидкости или газа является выбор подходящей методики измерения скорости потока. К наиболее

^(*) Т.М. Хакимов, hakimov.t@edu.spbstu.ru

распространенным методам можно отнести метод ЛДИС (лазерное доплеровское измерение скорости), метод PIV (particle image velocimetry) и термоанемометрический метод (ТА). Особый интерес представляет именно последний, ввиду простоты своей реализации, сравнительной дешевизны и, что самое важное, возможности непрерывного во времени измерения скорости. Однако сложность калибровки, особенно на низких скоростях ограничивает его применение. В данной статье рассматриваются оригинальная методика калибровки и сконструированная на ее основе установка для калибровки датчиков для измерений в неизотермических потоках в диапазоне скоростей от нескольких сантиметров до 0.5 м/с и диапазоне температур от 20 до 80 °С

Сравнительный обзор методов измерения скорости потока. В основе ЛДИС-метода [1] лежит эффект Доплера, согласно которому при относительном перемещении источника и приемника электромагнитных колебаний частота колебаний ν_1 , воспринимаемых приемником, отличается от частоты колебаний ν_0 источника. В качестве источника и приемника выступают мелкие частицы, которыми предварительно заполняется исследуемый поток. При отражении света от частицы, которая выступает как приемник, а затем как источник излучения, эффект Доплера проявляется дважды – при восприятии движущимся объектом и при восприятии приемником. Изменение частоты рассеивающегося света после двойного действия доплеровского эффекта пропорционально скорости объекта исследования.

Следует отметить, относительно недавно, появившейся метод измерения скорости потока – так называемый, метод PIV (Particle Image Velocimetry) – цифровая трассерная визуализация [2], позволяющая измерять мгновенное поле скорости. Метод основан на измерении перемещения частиц примеси, находящихся в плоскости сечения, за фиксированный интервал времени. Световой нож выделяет измерительную плоскость, а образы частиц в ней дважды фиксируются на цифровую камеру. Последующая обработка полученных изображений позволяет рассчитать смещения частиц за время между вспышками источника света и построить двухкомпонентное поле скорости. Для измерения третьей компоненты вводят дополнительный регистрирующий модуль, расположенный под углом к основному.

Оба рассмотренных способов измерения скорости потока относятся к группе бесконтактных методов. Следует отметить, что для их реализации требуется довольно сложная электронная аппаратура и, кроме того, необходимо введение в поток примесей, со строго нормируемыми размерами и формой частиц.

Принцип действия, рассматриваемого в данной работе, ТА метода [3] основан на охлаждающем эффекте потоком воздуха, обтекающим предварительно нагретый сенсор датчика (рис.1). Уравнение баланса тепла вблизи от него можно записать в виде:

$$I^2 R_w = \alpha (T_w - T_g) \quad (1),$$

где I – сила тока, проходящего через датчик, R_w – сопротивление нити датчика, α – коэффициент теплоотдачи, T_w и T_g – температуры сенсора и окружающего газа соответственно.

Для поддержания баланса тепловой энергии необходимо компенсировать изменение правой части уравнения (за счет охлаждающего действия потока) соответствующим изменением одного из параметров в левой. Наибольшее распространение получила схема, поддерживающая постоянство тока, протекающего через сенсор, т.е. температура сенсора остается постоянной независимо от скорости потока.

Описание проблемы. Принципиальным отличием от первых двух рассмотренных способов измерения скорости и несомненным преимуществом является непрерывность измерения скорости во времени. Однако, существенным недостатком ТА метода является

необходимость предварительной калибровки для выяснения соотношения между измеряемой скоростью и регулирующим изменением тока. Для диапазона скоростей от нескольких метров до сотен метров в секунду существует отработанная методика калибровки, например в аэродинамической трубе, посредством применения трубки Пито-Прандтля. Однако в случае гипозвуковых скоростей (до 50 см/с) возникает проблема создания стабильного потока и собственно измерения его скорости. Примером подобного создания стабильного потока может быть широко распространенное в природе свободноконвективное течение, возникающее в поле массовых сил при наличии разности температур. Таким образом, в соотношении (1) добавляется еще параметр – температура T_g исследуемого потока, который необходимо учитывать при калибровке.

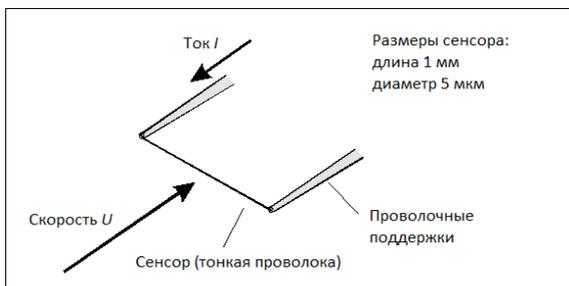


Рис. 1. Общая схема ТА датчика

Описание методики калибровки и конструкции установки. В основе методики и реализующей ее установки (рис. 2) лежат две концепции: а) двигать не сам поток, а калибруемый датчик в неподвижном потоке; б) моделировать неизотермичность среды, в которой движется датчик, с помощью локального нагрева, а для определения значения локальной температуры в конструкцию зонда добавляется датчик температуры, который является неотъемлемой частью зонда для дальнейших измерений.

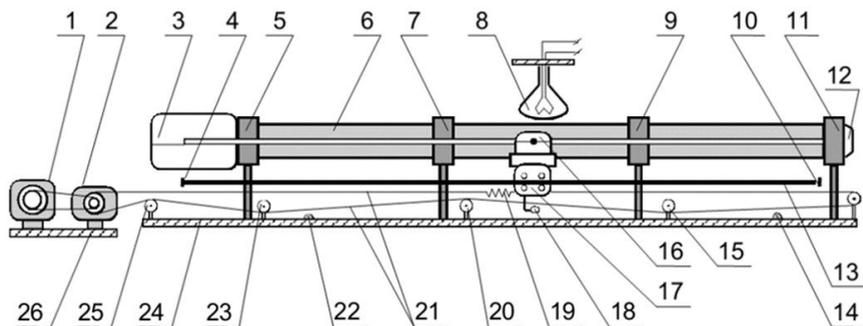


Рис. 2. Схема калибровочной установки:

1 – электродвигатель; 2 – редуктор; 3 – пенопластовый короб; 4,10 – концевые выключатели; 5,7,9,11 – опоры трубы; 6 – латунная труба; 8 – инфракрасный нагреватель; 12 – пенопластовая заглушка; 13 – направляющие; 14,22 – герконы; 15,20,23 – вспомогательные ролики; 16 – прижимное устройство; 17 – тележка с зондом; 18 – постоянный магнит; 19 – пружина; 21 – тросик; 24,26 – основания; 25 – регулирующий ролик

В процессе калибровки скоростной и температурный сенсоры движутся по оси латунной трубы с заданной скоростью. Дистанционное управление двигателем и редуктором позволяет оперативно изменять скорость и направление движения. На границе базового участка (где скорость можно считать установившейся) расположены датчики, подающие сигналы на запуск и остановку таймера, измеряющего временной интервал. В середине участка установлена инфракрасная лампа, необходимая для создания переменной по трассе температуры воздуха.

Испытания показали, что движение тележки на всем базовом расстоянии осуществляется достаточно равномерно, без рывков, благодаря наличию пружины, соединяющей ее с тросиком. Повторяемость измеренных значений скорости достаточно высока – максимальные отклонения не превышают 0.2%. Процесс калибровки занимает около часа. По его окончании автоматически формируется файл, состоящий из массивов напряжений, температур и базовых значений скорости (определяемых по времени прохождения базового расстояния). Массив данных затем обрабатывается в специально разработанной программе, результатом работы которой является семейство калибровочных кривых для заданного температурного диапазона. Пример таких готовых к использованию кривых приведен на рис. 3.

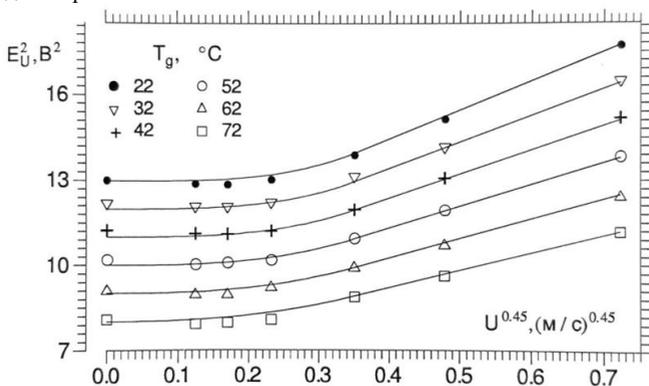


Рис. 3. Калибровочные зависимости (экспериментальные точки и их аппроксимация)

Заключение. Разработана методика и на ее основе спроектирована установка для калибровки термоанемометрических датчиков в диапазоне скоростей от 2 до 80 см/с и температур воздуха от 20 до 80 °С. Для дальнейших измерений в гипозвуковых неизотермических потоках зонд, как правило, должен состоять из скоростного сенсора и, обязательно, температурного. Процесс измерения состоит из определения температуры в данной точке потока, по которой выбирается из семейства калибровочных кривых (рис.3) соответствующая скоростная калибровка, по которой, в свою очередь, определяется скорость.

ЛИТЕРАТУРА

1. Архипов В.А. Лазерные методы диагностики гетерогенных потоков. Учебное пособие. Томск: Изд-во ТГУ, 1997. -140с.
2. Научный парк СПбГУ. Метод цифровой трассерной визуализации – PIV метод. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://researchpark.spbu.ru/methods-iasmk-rus/2308-aerodinamika-mth01-rus> (дата обращения: 23.02.2024).
3. Bruun Н.Н. Hot-Wire Anemometry, Oxford University Press, 1995.

ВЛИЯНИЕ РАСХОДА ГАЗОВОЙ СМЕСИ CH_4/H_2 НА СКОРОСТЬ РОСТА АЛМАЗА
МЕТОДОМ ПЛАЗМОХИМИЧЕСКОГО ОСАЖДЕНИЯ ИЗ ГАЗОВОЙ ФАЗЫ

Введение. Плазмохимическое осаждение из газовой фазы в смеси CH_4/H_2 является одним из перспективных методов получения алмазных покрытий для широкого спектра приложений. Установки плазмохимического осаждения спроектированы таким образом, чтобы энергия электромагнитной волны была локализована вблизи подложки, что позволяет обеспечить существование плотной СВЧ плазмы. Локализация плазмы над подложкой приводит к нагреву газа в камере реактора до 2500°C и образованию химически активных радикалов CH_3 и H , ответственных за рост алмазных покрытий [1,2]. Концентрация и, следовательно, диффузионный поток частиц на подложку определяется пространственным распределением температуры газовой смеси, которая в свою очередь зависит от условий процесса, таких как давление газа и поглощенная мощность в плазме. Конвективный перенос определяется течением газа в камере реактора и зависит от расположения газовых инжекторов, состава газовой смеси, расхода и давления. Увеличение скорости осаждения покрытий за счет повышения эффективности доставки радикалов к поверхности подложки за счет диффузии и конвекции является одной из распространенных проблем в данной технологии.

Постановка задачи. В данной работе представлены результаты анализа влияния полного расхода газовой смеси в диапазоне 20 – 2000 кубических сантиметров в минуту с содержанием 6% CH_4 в H_2 на скорость роста алмазных покрытий в типовом реакторе [3]. Рассмотрены механизмы формирования диффузионного и конвективного потоков радикалов CH_3 и H на подложку в условиях протекания газовой смеси через область сильного нагрева газа с учетом объемных химических реакций.

Метод решения задачи. Численное моделирование проводилось в приближении сплошной среды с использованием специализированной программы. Данная программа позволяет проводить самосогласованное численное моделирование взаимодействия электромагнитной волны с плазмой, нагрева газа с протекающими химическими реакциями в объеме и на поверхности. Объектом моделирования выбран типовой реактор, описанный в статье [3], в котором рассматривалось влияние расхода газовой смеси CH_4/H_2 на скорость роста алмазных покрытий.

Этапы осаждения алмаза и конструкция реактора. Процесс плазмохимического осаждения алмаза начинается с введения газов в реактор, активации реагентов в плазме, переноса активных радикалов и молекул к поверхности подложки, химических и диффузионных процессов, а завершается формированием алмаза и других форм углерода на поверхности алмазной затравки. Источником углерода служит метан, который смешивается с водородом. Камера реактора плазмохимического осаждения имеет цилиндрическую форму. В центре реактора расположена молибденовая подложка диаметра 60 мм с алмазной затравкой диаметра 4 мм. Стенки реактора изготовлены из нержавеющей стали, что обеспечивает его прочность и устойчивость к высоким температурам и химически активным средам. Камера реактора разделена от системы коаксиальных волноводов кварцевыми стенкам,

(*) Р.Р. Хозин, rostislav.hozin@gmail.com

что обеспечивает проникновение электромагнитной волны от источника на частоте 2.45 ГГц в область затравки.

Анализ результатов моделирования. На рис. 1 представлены скалярное поле модуля скорости с отображением вектора скорости и распределение температуры. Изображения расположены слева направо в порядке возрастания общего расхода газов, а именно, 50, 1000 и 2000 $\text{см}^3/\text{мин}$, соответственно. Увеличение полного расхода до 1000 $\text{см}^3/\text{мин}$ приводит к формированию деформации поля температуры газа за счет холодной струи газа, бьющей по центру (рис. 1).

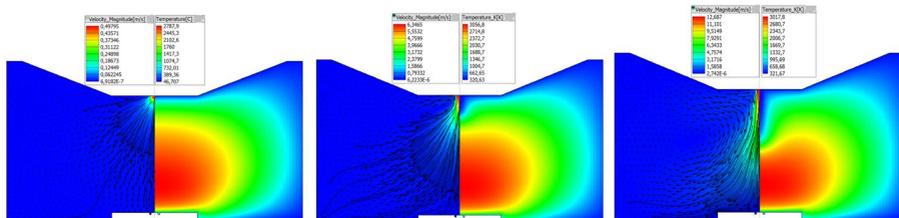


Рис. 1. Левая половина изображения – скалярное поле модуля скорости с отображением вектора скорости в камере реактора, правая половина – поле температуры газа (слева направо: 50, 1000 и 2000 $\text{см}^3/\text{мин}$).

Распределение концентрации радикалов Н и CH_3 представлены на рис. 2 слева направо в порядке возрастания общего расхода газов, а именно, 50, 1000 и 2000 $\text{см}^3/\text{мин}$, соответственно. Деформация поля температуры из-за холодной струи приводит к сжатию области максимума массовой доли Н (рис. 2).

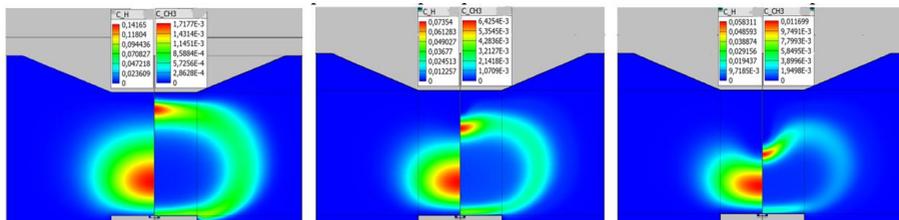


Рис. 2. Левая половина изображения – распределение массовой доли CH_3 в камере реактора, правая половина – массовой доли Н (слева направо: 50, 1000 и 2000 $\text{см}^3/\text{мин}$)

Более наглядно деформация профиля атомарного водорода представлена на рис. 3(а) в виде распределения вдоль центральной оси камеры реактора. Как следствие, деформация поля массовой доли Н приводит к последующему сжатию по вертикали области плазмы, объемного тепловыделения и температуры. Это обусловлено тем, что ионизационные процессы в СВЧ плазме в смеси с малым содержанием CH_4 в H_2 определяются распределением атомарного водорода из-за низкого потенциала ионизации Н по сравнению с H_2 . Распределение массовой доли CH_3 имеет вид кольца (рис. 2), которое деформируется в верхней области (рис. 3(б)) из-за наличия холодной струи газа. Форма кольца обусловлена тем фактом, что в горячем центре молекулы эффективно разваливаются на атомы С и Н за счет реакций диссоциации электронным ударом и как результат химических реакций $\text{CH}_{x=1-4}$ с Н. На периферии температура газа падает ниже 1000 К, что делает процесс производства Н и CH_3 из реакций Н с CH_4 неэффективным.

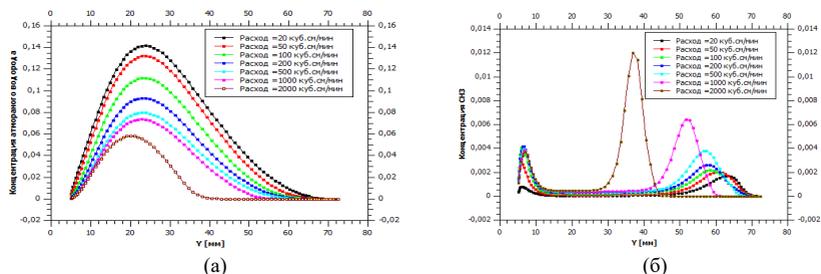


Рис. 3. Распределение концентрации радикалов вдоль оси симметрии реактора (подложка слева): (а) Н; (б) CH_3

На рис. 4 представлены зависимости средней по площади скорости роста алмазного покрытия, мольной доли CH_3 и Н вблизи затравки как функция общего расхода смеси. Зависимость мольной доли CH_3 и скорости роста от полного расхода являются немонотонными. Возрастание расхода в интервале 20 – 100 $\text{см}^3/\text{мин}$ приводит к увеличению транспорта CH_3 к поверхности затравки за счет конвекции. При значениях расхода более 100 $\text{см}^3/\text{мин}$ наблюдается падение мольной доли CH_3 вследствие сильного снижения концентрации Н, ответственного за генерацию CH_3 из метана.

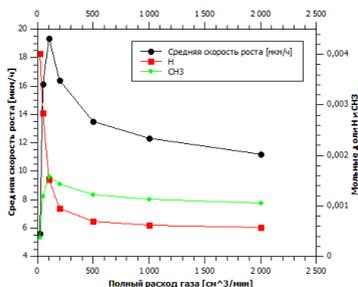


Рис. 4. Зависимость средней по площади скорости роста, мольных долей Н и CH_3 от величины расхода газовой смеси

Вывод. Проанализирована эффективность плазмохимического осаждения алмазных покрытий из газовой фазы в типовом реакторе на частоте 2.45 ГГц при различных значениях полного расхода смеси в широком диапазоне 20 – 2000 $\text{см}^3/\text{мин}$. Показан эффект немонотонной зависимости скорости роста алмаза как функции скорости прокачки, максимум которой достигается при 100 $\text{см}^3/\text{мин}$. Результаты исследования согласуются с данными [3] в отдельных точках по величине полного расхода смеси.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хмельницкий Р.А., Талипов Н.Х., Чучева Г.В. Синтетический алмаз для электроники и оптики / Хмельницкий Р.А. – М.: Издательство ИКАР, 2017. – 228 стр., илл.
2. Gorbachev Y.E., Leshchev D.V. On the role of atomic carbon in diamond growth // Fullerenes, Nanotubes and Carbon Nanostructures. – 2022. – Vol. 30. – № 1. – P. 76-79.
3. Li Y. et al. Thinning strategy of substrates for diamond growth with reduced PCD rim: design and experiments // Diamond and Related Materials. – 2020. – Vol. 101. – P. 107574.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КУБА, УСТАНОВЛЕННОГО НА ПЛОСКОЙ СТЕНКЕ: ВЛИЯНИЕ ОРИЕНТАЦИИ ГРАНЕЙ К ПОТОКУ И СКРУГЛЕНИЯ РЕБЕР

Введение. Течения около плохообтекаемых тел характеризуются формированием сложных вихревых структур. Такими структурами определяются аэродинамические характеристики объекта, при этом большое значение имеет форма обтекаемого тела. Исследование аэродинамических характеристик плохообтекаемых тел является актуальной задачей, поскольку корректный учет ветрового воздействия на здания является важным этапом при их проектировании [1-2], а большинство зданий – это плохообтекаемые тела с острыми кромками, фиксирующими положение отрыва потока. Важно отметить, что с точки зрения аэродинамики обтекание подобных объектов аналогично обтеканию параллелепипедов, установленных на горизонтальной поверхности, поэтому в данной работе рассматривалась именно такая постановка.

Существует значительное количество экспериментальных исследований по обтеканию куба, установленного на горизонтальной поверхности [3-4], однако авторами данной статьи не были обнаружены работы, подробно раскрывающие влияние кромки модели на формирующееся течение. Поскольку закругление кромки может значительно изменять структуру потока, целью данной работы являлось экспериментальное исследование влияния радиуса закругления кромок куба, установленного на плоской горизонтальной непроницаемой поверхности, на его аэродинамические характеристики. В задачи работы входило проектирование и изготовление моделей кубов с острыми и закругленными кромками, визуализация течения, измерения интегральной нагрузки, то есть силы, действующей со стороны потока на модель, и измерения распределенной нагрузки, то есть давления.

Постановка задачи. Экспериментальные исследования проводились в Большой аэродинамической трубе Крыловского научного центра. Для моделирования горизонтальной поверхности в рабочую часть трубы помещался квадратный экран, на котором была расположена исследуемая модель. Характерный размер куба составлял $H = 0.5$ метра. В экспериментах с помощью поворота модели в горизонтальной плоскости в пределах от 0 до 90 градусов изменялся угол натекания потока α . На рис. 1 представлена схема установки модели с фрагментом экрана, на которой приведены угол α и оси связанной с моделью системы координат, использовавшейся для определения интегральной нагрузки.

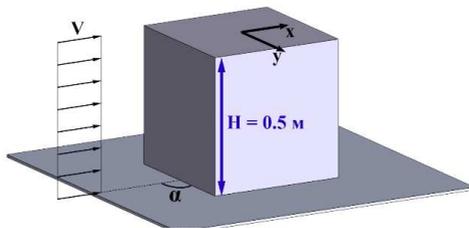


Рис. 1. Схема установки модели с фрагментом экрана в аэродинамической трубе

(*) Е.А. Хоменок, zhenyah30@gmail.com

Для измерения распределенной нагрузки использовались сканеры давления, подключенные трубками к отверстиям на гранях моделей. Измерения интегральной нагрузки производились с помощью многокомпонентного динамометра, закрепленного в уровне нижних граней кубов.

В исследованиях варьировались следующие параметры: число Рейнольдса, построенное по высоте куба, $Re = [2.33; 5.00; 8.33] \times 10^5$ и радиус закругления кромок $R = [0.00; 0.05; 0.10; 0.15] \times H$.

Результаты. Для качественной оценки влияния кромки на формирование вихревых структур с использованием глицеринсодержащего пара была проведена визуализация течения. Было обнаружено, что при натекании потока по нормали к грани, то есть при $\alpha = 0^\circ$, картины течения около разных моделей существенно различаются. В случае обтекания острых кромок над верхней гранью куба наблюдается протяженная отрывная зона, охватывающая всю поверхность грани. Течение около наиболее закругленных кромок характеризовалось формированием локализованного отрыва, при этом ниже по течению наблюдалось обратное прилипание потока к поверхности. Описанные особенности течения представлены на рис. 2. Важно отметить, что при обтекании моделей как с острыми, так и с закругленными кромками снизу перед наветренными гранями формировался подковообразный вихрь.

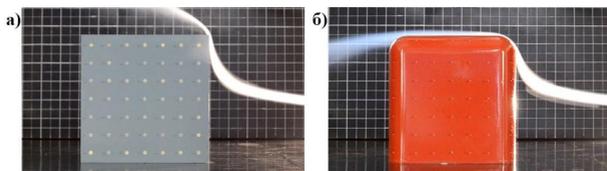


Рис. 2. Визуализация течения (виду сбоку) при $\alpha = 0^\circ$ и $Re = 5 \times 10^5$ около кубов с а) $R = 0.00 \times H$, б) $R = 0.15 \times H$

В отличие от описанной выше картины течения около моделей при $\alpha = 0^\circ$, при $\alpha = 45^\circ$ не наблюдается значительного различия между обтеканием моделей с разными кромками, что хорошо заметно по картинам течения, представленным на рис. 3.

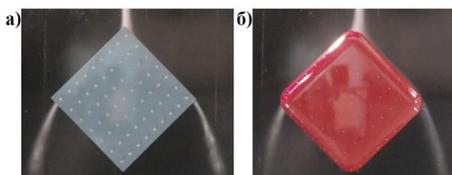


Рис. 3. Визуализация течения (виду сверху) при $\alpha = 45^\circ$ и $Re = 5 \times 10^5$ около кубов с а) $R = 0.00 \times H$, б) $R = 0.15 \times H$

Влияние радиуса закругления кромки было определено не только с помощью визуализации течения, но и при измерении интегральной нагрузки. На рис. 4 приведена зависимость коэффициента C_x (безразмерного коэффициента x -составляющей аэродинамической силы) от угла α для всех кубов. Из рис. 4 видно, что при $\alpha = 0^\circ$ коэффициент C_x существенно зависит от радиуса закругления ребер. Отличие данного коэффициента для $R = 0.15 \times H$ от случая $R = 0.00 \times H$ составляет почти 80%. Такое изменение интегральной нагрузки можно объяснить изменением характера отрыва потока, вызываемого увеличением радиуса закругления кромки, что было продемонстрировано с

помощью визуализации на рис. 2. Влияние кромки на C_x при $\alpha = 45^\circ$ существенно меньше, чем в случае $\alpha = 0^\circ$, что косвенно подтверждается визуализацией течения, представленной на рис. 3.

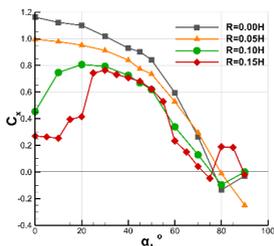


Рис. 4. Зависимость коэффициента C_x от угла α

По измерениям давления было оценено локальное изменение структуры потока при увеличении радиуса закругления кромок. На рис. 5 приведены распределения безразмерного коэффициента давления C_p при $\alpha = 0^\circ$ по вертикальной и горизонтальной линиям симметрии. Анализ зависимостей для вертикальной линии симметрии позволяет судить об изменении положения точки падения давления при увеличении R . Для $R = [0.10; 0.15] \times H$ на верхней грани заметно формирование локализованного отрыва. По распределению C_p по горизонтальному обходу также можно судить об изменении характера отрывных зон при увеличении радиуса закругления кромок.

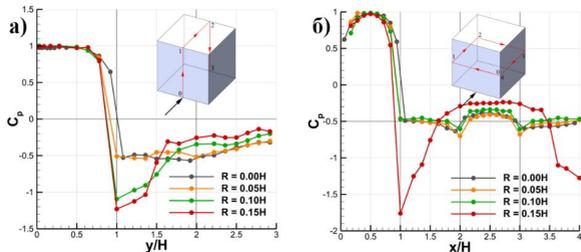


Рис. 5. Распределения безразмерного коэффициента давления C_p при $\alpha = 0^\circ$ по а) вертикальной, б) горизонтальной линиям симметрии

Заключение. В настоящей работе рассмотрено влияние радиуса закругления ребер на формирование вихревых структур при обтекании кубов, установленных на горизонтальной поверхности. Совместный анализ визуализации течения, измерений аэродинамической силы и давления позволил судить об образовании протяженной отрывной зоны при натекании потока по нормали к грани куба с острыми кромками и формировании локализованного отрыва при течении около моделей с закругленными кромками. При $\alpha = 45^\circ$ значительных отличий в данных обтекания кубов с разными типами кромок не обнаружено.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гагарин В.Г., Гувернюк С.В., Леденев П.В. Аэродинамические характеристики зданий для расчета ветрового воздействия // Жилищное строительство. – 2010. – № 1. – С. 7-10.
2. Гордеев В.Н., Лантух-Лященко А.И., Пашинский В.А., Перельмутер А.В., Пичугин С.Ф. Нагрузки и воздействия на здания и сооружения. – М.: АСВ, 2007. – 676 с.

3. Castro I.P., Robins A.G. The flow around a surface-mounted cube in uniform and turbulent streams // J. Fluid Mech. – 1977. – Vol. 79 (pt. 2). – P. 307–335.
4. Richards, P.J. et al. Wind-tunnel modeling of the Silsoe Cube // J. Wind Eng. Ind. Aerodyn. – 2007. – Vol. 95. – P. 1384–1399.

УДК 532.517

С.Т. Шекелашвили, Н.А. Щур
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

РАСЧЕТ ПРОПУЛЬСИВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОФИЛЯ, СОВЕРШАЮЩЕГО ВЗМАХОВЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Введение. Пропульсия на основе взмахов широко представлена в природе: например, в плавании рыб и морских млекопитающих. Они эффективно передвигаются в своей среде обитания, развивая высокие скорости и поддерживая существенный КПД. Так, в работе [1] приведены оценки силовых характеристик хвоста финвала (*Balaenoptera physalus*) на основе приближенных двумерных расчетов по линейной теории. С поправками на вязкость и трехмерные эффекты авторами был получен пиковый КПД взмаха, равный 85%. Вдохновленные высокой эффективностью природных систем, исследователи стремятся сконструировать механизмы, обладающие схожими пропульсивными характеристиками. При этом требуется оптимизация большого числа параметров, таких как амплитуды поворотов и перемещений, закон их предписанного изменения, геометрические размеры движителей. Использование методов вычислительной гидродинамики (CFD) в данных исследованиях позволяет не только определить зависимость силовых характеристик от отдельных параметров, но и объяснить их с точки зрения динамики жидкости.

Возможность взмаховых движителей генерировать существенную тягу с сохранением высокой эффективности подтверждается экспериментальными работами [2–4]. В них описываются измерения для случая гармонических колебаний профиля в гидроканале. Авторы исследовали случаи течения, близкого к двумерному, нивелируя трехмерные эффекты путем использования пластин на концах экспериментального образца. При этом максимальные значения КПД, достигнутые в эксперименте, превышают 80%, что сопоставимо с оценками из работы [1]. Авторам удалось показать, что столь высокая эффективность не только достижима, но и возможна при существенной тяге.

Целью настоящей работы является численное моделирование течения жидкости вблизи колеблющегося тела, имеющего в сечении аэродинамический профиль, и определение его силовых характеристик. Рассматривается ограниченный набор параметров, представленный во всех упомянутых выше работах: результаты расчетов сравниваются с экспериментом.

Постановка задачи. Объектом исследования является симметричный профиль NASA 0012: он изображен на рисунке 1, длина хорды обозначена c , а расстояние от передней критической точки до центра вращения – b . Профиль совершает трансляционные и вращательные колебания по гармоническому закону в однородном потоке, движущемся со скоростью U . Свойства среды, а именно плотность ρ и динамическая вязкость μ , считаются постоянными. Число Рейнольдса, посчитанное по хорде профиля, определяется как $Re = \rho U c / \mu$.

Поток жидкости направлен вдоль оси Ox , перпендикулярно трансляционным колебаниям тела. Профиль перемещается относительно прямой $y = 0$, его поперечное

^(*) С.Т. Шекелашвили, shekelashvili.st@hotmail.com

смещение h и угол поворота θ изменяются согласно формулам (1) и (2). В них символами h_0 и θ_0 обозначены амплитуды колебаний, f – их частота, а ψ – сдвиг фаз между перемещением и поворотом.

$$h(t) = h_0 \sin(2\pi ft) \quad (1)$$

$$\theta(t) = \theta_0 \sin(2\pi ft + \psi) \quad (2)$$

Еще одним параметром, играющим важную роль при оценке пропульсивных характеристик, является максимальный эффективный угол атаки α_0 . Если обозначить символом α его мгновенное значение, то получим уравнение (3), связывающее углы поворота и атаки со скоростью набегающего потока и скоростью поперечного перемещения профиля в конкретный момент времени. В случае, когда сдвиг по фазе между перемещением и вращением равен 90° , можно вычислить максимальный эффективный угол атаки по формуле (4). На рисунке 2 приведена схема к задаче, где V обозначает скорость потока относительно профиля. Число Струхалия, рассчитанное по размаху поперечных колебаний $2h_0$, определяется как $St = 2h_0 f/U$.

$$\tan[\alpha(t) + \theta(t)] = \frac{1}{U} \frac{dh(t)}{dt} \quad (3)$$

$$\alpha_0 = \text{atan}\left(\frac{2\pi f h_0}{U}\right) - \theta_0 \quad (4)$$

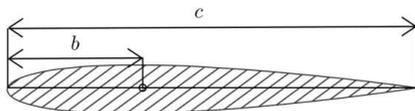


Рис. 1. Объект исследования и его измерения

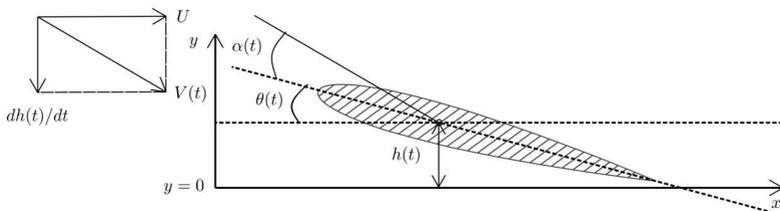


Рис. 2. Иллюстрация закона колебаний профиля

В настоящей работе зафиксированы следующие численные значения параметров: число Рейнольдса равно 40000, амплитуда поперечных колебаний h_0 равна 0.75с, сдвиг по фазе $\psi - 90^\circ$, а максимальный эффективный угол атаки $\alpha_0 - 15^\circ$. Были рассмотрены три значения числа Струхалия St : 0.2, 0.3 и 0.4.

Особенности численной постановки. Расчеты проводились по URANS подходу с моделями турбулентности $k-\omega$ SST и $k-\omega$ SST γ_{alg} , использовался алгоритм SIMPLE. Применялись схемы второго порядка точности по пространству и по времени. Число временных шагов на период колебаний составляло 1000. Движение профиля моделировалось с помощью метода деформируемых сеток: использовался алгебраический алгоритм деформации, перемещения узлов масштабировались в зависимости от того, насколько далеко они расположены относительно движущегося тела.

Внешняя граница расчетной области имела форму круга, разделенного на часть с входным граничным условием и часть с выходным. Она была отдалена от объекта

исследования на 1000с. Степень турбулентности потока и отношение турбулентной вязкости к молекулярной на внешних границах задавались равными 0.1% и 1, соответственно. Использовались неструктурированные расчетные сетки с призматическими слоями вблизи профиля.

Результаты расчетов и обсуждение. Сравнение с экспериментальными данными осуществляется по двум характеристикам – коэффициенту тяги $C_t = 2\langle F_x \rangle / \rho U^2 c$ и коэффициенту энергетических затрат $C_p = 2\langle P \rangle / \rho U^3 c$. Средние за период продольная сила $\langle F_x \rangle$ и затрачиваемая мощность $\langle P \rangle$ определялись по формулам (5) и (6).

$$\langle F_x \rangle = 1/T \int_0^T F_x(t) dt \quad (5)$$

$$\langle P \rangle = 1/T \int_0^T \left(F_y(t) \frac{dh(t)}{dt} + M_z(t) \frac{d\theta(t)}{dt} \right) dt \quad (6)$$

Результаты расчетов с применением модели $k-\omega$ SST приводятся для двух сеток: с $y^+ \approx 1$ (70 тыс. ячеек) и с $y^+ \approx 15$ (20 тыс. ячеек). Также приводятся результаты, полученные с моделью $k-\omega$ SST γ_{alg} на первой сетке. Отметим, что дробление ее ячеек в два раза в каждом координатном направлении приводит к изменению силовых характеристик менее, чем на 1%. Исследование их зависимости от количества шагов по времени на период так же показало, что дальнейшее уменьшение шага не приводит к существенному изменению тяги и энергетических затрат.

Сравнение с экспериментальными данными представлено на рисунке 3. Можно видеть, что в работах [2-4] наблюдается существенный разброс по измеренной тяге, но тем не менее, результаты расчетов попадают в облако экспериментальных точек.

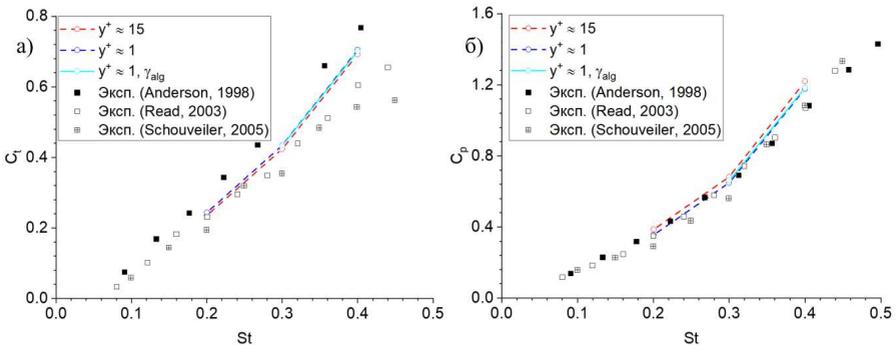


Рис. 3. Зависимость силовых характеристик профиля от числа Струхалия:
а) коэффициент тяги, б) коэффициент энергетических затрат

Полученные значения коэффициента C_p с умеренной точностью соотносятся с представленными в экспериментах, расхождение не превышает 10%. Также стоит отметить, что для оценки интегральных характеристик оказалось достаточным применение стандартной модели $k-\omega$ SST на грубой сетке, не разрешающей вязкий подслой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bose N., Lien J. Propulsion of a Fin Whale (*Balaenoptera physalus*): Why the Fin Whale is a Fast Swimmer // Proceedings of the Royal Society of London. B. Biological Sciences. — 1989. — July. — Vol. 237, no. 1287. — P. 175—200.
2. Anderson J. M. [et al.] Oscillating foils of high propulsive efficiency // Journal of Fluid Mechanics. — 1998. — Apr. — Vol. 360. — P. 41—72.

3. Read D., Hover F., Triantafyllou M. Forces on oscillating foils for propulsion and maneuvering // Journal of Fluids and Structures. — 2003. — Jan. — Vol. 17, no. 1. — P. 163—183.
4. Schouveiler L., Hover F., Triantafyllou M. Performance of flapping foil propulsion // Journal of Fluids and Structures. — 2005. — Oct. — Vol. 20, no. 7. — P. 949—959.

СОДЕРЖАНИЕ

СЕКЦИЯ «МНОГОМАСШТАБНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕНОСА И КОНВЕРСИИ ЭНЕРГИИ»

<i>Ершов А.Д.</i> Рассмотрение N-ступенчатого перехода между двумя полубесконечными одномерными кристаллами	3
<i>Груздев И.Е., Кривоцов А.М.</i> Построение решения параксиального приближения волнового уравнения n-го порядка	5

СЕКЦИЯ «МЕХАНИКА И ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ»

<i>Азова А.Ф., Смирнова Н.А.</i> О приближенных методах оценки характеристик параметрических колебаний маятника	7
<i>Антуфьев Д.В., Лукин А.В., Попов И.А.</i> Параметрическое усиление колебаний кольцевого резонатора микромеханического вибрационного гироскопа	10
<i>Астапов Я.К., Семенов А.С.</i> Определение эффективных параметров ползучести пористых электродов твердооксидных топливных элементов	13
<i>Баккар М.М., Семенов А.С.</i> Влияние условий термомеханического воздействия и технологии изготовления на вибрационные свойства лопатки газовой турбины	16
<i>Барышкин И.С., Антонова О.В.</i> Определение силовых и моментных реакций в шарнирах каркаса экзоскелета	19
<i>Баянов И.В., Шитлов А.В., Семенов А.С.</i> Исследование вязкоупругого поведения компаунда СТЭП-К197 при одноосном сжатии	22
<i>Быкова С.А., Иванова Е.А.</i> Уравнения механики и электродинамики в случае движущихся сред	25
<i>Живетьев П.В., Керестень И.А., Никитин М.А., Нурмухамбетов М.С.</i> Многовариантное моделирование напряженно-деформированного состояния камеры сгорания с учетом аэродинамики многофазных систем диспергирования	28
<i>Шаделко Ф.В., Федоренко Р.В., Модестов В.С.</i> Подбор демпфирующей среды для амортизирующего устройства при транспортировке контейнеров с ядерным топливом	31
<i>Журавлев Д.Н., Боровков А.И., Михайлов И.А.</i> Моделирование изнашивания осесимметричных пар трения в стационарной постановке	33
<i>Зайченко Т.Б., Грищенко А.И.</i> Идентификация параметров низкопроницаемых коллекторов на основе моделирования процессов фильтрации в окколесквацинной области	36
<i>Карасева У.П., Фрейдин А.Б.</i> Влияние учета напряжений в моделях неравновесной вязкости с релаксирующими параметрами состояния	40
<i>Керестень И.А., Ховайко М.В.</i> Разработка цифровых моделей и многовариантные виртуальные испытания по определению эффективных тепловых и термомеханических характеристик волокнистых композиционных материалов	43
<i>Кравчинский С.А., Смирнов А.С.</i> Оптимизация демпфирования колебаний связанных осцилляторов	46
<i>Мирошников Н.А., Суханов А.А.</i> Управление щебнеукладывающей баржей якорными тросами	49
<i>Морозов Д.В., Смирнов А.С.</i> Устойчивость плавающих тел с дополнительными грузами	53
<i>Муртазин И.Р., Емельянов А.В., Семенов А.С.</i> Валидация параметров микромеханической модели неупругого деформирования поликристаллического никеля	56
<i>Мхемид-Дбес А.А., Баккар М.М., Семенов А.С.</i> Конечно-элементное моделирование процесса роста перовскитной фазы в сегнетоэлектрической пленке	59

<i>Никитин М.А., Суранов Я.С., Керестень И.А.</i> Об опыте проектирования предохранительной пластины для привода шасси летательного аппарата	62
<i>Никишин А.П., Грищенко А.И.</i> Применение механически мотивированной нейронной сети для предсказания эффективных свойств композиционных материалов	66
<i>Павлюк Н.И., Цейтлин Б.В.</i> Использование результатов вибрационных измерений для уточнения математических моделей бетонных плотин	69
<i>Пашковский Д.М., Иванова Е.А.</i> Описание магнитных полей на основе модели континуума Коссера	72
<i>Рублев И.А., Фрейдлин А.Б.</i> Связанная задача хемомеханики распространения фронта химической реакции	75
<i>Садовченко Е.А., Витохин Е.Ю.</i> Расчет прочности водосброса при действии гидродинамической нагрузки с использованием пространственного описания	78
<i>Семенова А.А., Грищенко А.И.</i> Спектральный анализ матрицы пластических модулей микроструктурных моделей упругопластического деформирования монокристаллических сплавов	81
<i>Скутин Н.В., Семенов А.С.</i> Моделирование гистерезисного поведения сегнетоэлектродупругих материалов с учетом моноклинной фазы	84
<i>Степанов П.С., Стронгин П.Я., Яковис Л.М.</i> Комбинированный метод робастной настройки типовых регуляторов для многосвязных динамических объектов в условиях интервальной неопределенности	87
<i>Федоренко Р.В., Лукин А.В.</i> Разработка упрощенной численной процедуры анализа приспособляемости термоциклически нагружаемого сосуда под давлением	90
<i>Фролов М.М., Савиковский А.В., Семенов А.С.</i> Анализ влияния критериев роста трещины на ее расчетную траекторию при хрупком разрушении	93
<i>Чернуха Д.А., Шитлов А.В.</i> Сравнительный анализ классических теорий прочности и концепции долговременной прочности на примере расчета трубопровода	96

СЕКЦИЯ «ФИЗИКА ПРОЧНОСТИ И ПЛАСТИЧНОСТИ МАТЕРИАЛОВ»

<i>Петров Д.А., Гуткин М.Ю.</i> Дислокационный механизм релаксации напряжений несоответствия в двухслойном цилиндре	100
<i>Красницкий С.А., Смирнов А.М., Гуткин М.Ю.</i> Неравновесная энергетическая модель эволюции внутренних полостей в икосаэдрических частицах	103
<i>Андреева О.О., Баталова Н.Д., Платонова М.В.</i> Исследование влияния солености на некоторые прочностные характеристики льда	106
<i>Ковалев И.А., Золоторевский Н.Ю.</i> Влияние кристаллографической текстуры на распределение разориентировок элементов микроструктуры поликристаллического материала	109
<i>Бараков Д.Р., Филлин В.Ю., Черчиев Р.О.</i> Моделирование распространения трещины в образце судостроительной стали при испытании на температуру нулевой пластичности	111
<i>Черчиев Р.О., Лаврентьев А.А., Бараков Д.Р.</i> Исследование масштабного эффекта при испытаниях на статическую трещиностойкость с использованием численного моделирования	114
<i>Петер А.Е., Красницкий С.А.</i> Эффективная вязкость суспензии тороидальных частиц	117

СЕКЦИЯ «БИОМЕХАНИКА»

<i>Ровойой Э., Антонова О.В.</i> Анализ основных этапов установки полимерных коронарных стентов	121
<i>Охотников А.О., Рахман М., Антонова О.В., Охотников О.И.</i> Анализ динамики потока содержимого двенадцатиперстной кишки при перистальтическом движении ее стенки	124

<i>Забелло К.К., Щур Н.А.</i> Опыт моделирования управляемого движения подводного аппарата с волнообразным движением плавников типа каракатица	127
<i>Синицына Д.Э., Юрина А.В., Рева В.А.</i> Численное моделирование кровотока в моделях временных протезов кровеносных сосудов	130
<i>Синицына Д.Э., Юрина А.В., Рева В.А.</i> Влияние закругления входной кромки временного сосудистого протеза на характеристики кровотока	134
<i>Гатаулин Я.А., Майоров Д.А., Смирнов Е.М., Юхнев А.Д., Молочников В.М., Паикова Н.Д.</i> Численное исследование переходного течения в модели сосуда с местным сужением	138
<i>Тихомолова Л.Г., Юхнев А.Д., Синицына Д.Э., Врабий А.А.</i> Исследование кровотока в месте ответвления шунта от бедренной артерии ультразвуковыми методами	141

СЕКЦИЯ «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»

<i>Бочкарев И.А., Баженов А.Н.</i> Применение нечетких множеств в задачах восстановления зависимостей	146
<i>Воротников А.А., Новиков Ф.А.</i> Регулярные выражения для атрибутированного текста	149
<i>Гольдберг А.А., Климова С.А., Давыдов В.В.</i> Особенности использования модуляционной методики для измерения времени продольной релаксации при экспресс-контроле жидких сред	152
<i>Иванов А.И., Баженов А.Н.</i> Применение мультимодальных интервалов для описания спектральных данных	155
<i>Колосков А.О., Елисеев А.А.</i> Моделирование сборки авиационных конструкций с учетом адгезии	158
<i>Красников Р.А., Титова М.В., Бакланов С.М.</i> Исследование быстрого градиентного метода применительно к задачам сборки	161
<i>Куксенко К.С., Баженов А.Н.</i> Применение твинов для описания данных и вычислений	164
<i>Новиков Ф.А., Харисова Т.А., Афанасьева И.В., Федорченко Л.Н.</i> Применение условных регулярных выражений в задачах верификации управляющих автоматных программ	167
<i>Божжюкин С.В., Рябокоть А.А., Шохин Т.Д.</i> Применение вейвлет-анализа для исследования турбулентности сердечного ритма	170
<i>Яворук Т.О., Баженов А.Н.</i> Приложение твинных систем линейных алгебраических уравнений для прикладных задач	173
<i>Габдрахманов Б.М., Баженов А.Н.</i> Несимметричные меры совместности в анализе данных	175

СЕКЦИЯ «ФИЗИКА ПЛАЗМЫ И КОСМОСА»

<i>Голубев М.Н., Кислицын П.А., Иванчик А.В.</i> Сверхтонкое расщепление уровней атомов и молекул Ранней вселенной как возможный источник спектрального искажения реликтового излучения	178
<i>Белоус Ф.В., Пономаренко А.М., Токарев А.Ю., Яшин А.Ю.</i> Система автоматической диагностики плазмы с элементами машинного обучения на токамаке глобус-М2	180
<i>Дерябина М.В., Шаталин С.В., Лаикул С.И., Алтухов А.Б., Есинов Л.А.</i> Зондовые измерения в экспериментах с дополнительным газонапуском в раскрыве нижнегибридной антенны-грилла токамака ФТ-2	184
<i>Елатонцев В.А., Роцупкин С.П., Дубов В.В.</i> Резонансная кинематика рождения электрон-позитронной пары и гамма-кванта при взаимодействии высокоэнергетичных гамма-квантов с сильной электромагнитной волной	187
<i>Лашкина Ю.С., Сергеев В.Ю., Кривошеев А.Н.</i> Исследование поперечного переноса частиц при создании возмущений в плазме гелиотрона LHD	190

<i>Мелихова Е.С., Павлов А.К., Васильев Г.И., Константинов А.Н., Остряков В.М.</i> Ограничения солнечной активности по данным о космогенном радиоуглероде в лунном реголите	193
<i>Матросова Д.Б., Кропотина Ю.А., Петрукович А.А., Чугунова О.М., Быков А.М.</i> Моделирование структуры головной ударной волны Земли в периоды слабого магнитного поля	196
<i>Петренко В.Д., Солоха В.В.</i> Влияние концентрации примесных атомов на стабилизацию пилинг-баллонной неустойчивости на токамаке Глобус-М2	199
<i>Ренев М.Е., Добров Ю.В., Лаишков В.А., Машек И.Ч., Хоронжук Р.С.</i> Влияние безыскровой лазерной инициации на надежность и порог зажигания СВЧ разряда	202
<i>Рыбась А.А., Воронов Я.В., Беляев А.К.</i> Исследование неупругих процессов в низкоэнергетических столкновениях свинца с водородом	205
<i>Сербин А.Б., Курдубов С.Л.</i> Моделирование структуры квазара без использования карт радиояркости	208
<i>Серов В.Д., Роцупкин С.П., Дубов В.В., Макаров С.Б.</i> Резонансная кинематика процесса двухфотонной аннигиляции ультрарелятивистской электрон-позитронной пары в сильном электромагнитном поле	210
<i>Шохин Т.Д., Чариков Ю.Е., Шабалин А.Н.</i> Предвестники солнечных вспышек в УФ и рентгеновском излучении	213
<i>Матевосян А.А., Барсуков Д.П.</i> Влияние искривления пространства на момент инерции внешнего магнитного поля пульсара	216

СЕКЦИЯ «ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ В ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ И МЕДИЦИНСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ»

<i>Шапаев Д.С., Бердников Я.А.</i> Рождение прямых фотонов в столкновениях ядер дейтерия при энергиях 13,5 ГэВ и 27 ГэВ	220
<i>Лобанов А.А., Бердников Я.А.</i> Полуинклюзивное глубоконеупругое рассеяние поляризованного электрона на протоне с рождением π^+ мезона	222
<i>Горелкина Т.Д., Гуньков П.С., Козловский С.С., Бердников Я.А.</i> Рентгенофлуоресцентный анализ ювелирного изделия	225
<i>Музьев Е.В., Бердников Я.А.</i> Асимметрия Сиверса в глубоко неупругом рассеянии мезонов на поперечно поляризованном протоне при энергии 160 ГэВ	228
<i>Шахов М.В., Роцупкин С.П.</i> Резонансная кинематика рождения электрон-позитронных пар и электрона при столкновении ультрарелятивистских электронов с сильной электромагнитной волной	231
<i>Комарова С.Д., Банников Е.В., Котов Д.О.</i> Определение разрешения плоскости события в $\text{Ne}+\text{Au}$ столкновениях при энергии $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200$ ГэВ	234
<i>Анциуров С.М., Бердников Я.А.</i> Систематические неопределенности инвариантного спектра $K^*(892)$ мезонов в $\text{Au}+\text{Au}$ столкновениях при энергии $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200$ ГэВ	237
<i>Васильев А.А., Голиков И.Г., Халиков А.И., Шевченко И.И.</i> Оптимизация режима облучения на ускорителе протонов с энергией 1000 МэВ, ПИЯФ	239
<i>Халытин А.В., Бобашев С.В., Барсуков Д.П.</i> Спектр позитронов и вероятность образования электрон-позитронных пар при взаимодействии гамма-квантов с коротким когерентным рентгеновским импульсом	241
<i>Покидова М.В., Бердников Я.А., Нарышкин Ю.Г.</i> Поиски распада бозона Хиггса на частицы Темной Материи в процессе его рождения при слиянии векторных бозонов в эксперименте АТЛАС	244
<i>Борисов И.И., Банников Е.В., Бердников Я.А.</i> Особенности подготовки электромагнитного калориметра к измерению эллиптических потоков π^0 -мезонов в	

столкновениях U+U при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 193$ ГэВ	246
<i>Трушков Д.А., Банников Е.В., Котов Д.О.</i> Определение разрешения плоскости события в столкновениях U+U при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 193$ ГэВ	249
<i>Арутюнова А.Ю., Маев Е.М.</i> Исследование комптоновского рассеяния с помощью активной мишени	252
<i>Романов А.Н., Бакаев В.А., Мелентьев А.В.</i> Сравнительный анализ методов облучения в дистанционной лучевой терапии	254
<i>Бакаев В.А., Шаяхметова П.Р., Червяков А.М.</i> Дистанционное облучение молочной железы методом 3D-CRT на медицинском ускорителе электронов	257
<i>Берналь Д.А., Селезнев А.Д., Бердников Я.А.</i> Мертвые карты электромагнитного калориметра в столкновениях $p+Au$ при энергии 200 ГэВ	260
<i>Шарило Н.А., Селезнев А.Д., Котов Д.О.</i> Калибровка электромагнитного калориметра для измерения инвариантных спектров рождения η -мезонов в столкновениях $p+Al$ при энергии 200 ГэВ	263
<i>Кох Д.В., Бердников Я.А.</i> Фильтрационный модуль комплекса для проведения воздушной радиационной разведки местности	266

СЕКЦИЯ «ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕД И НАНОСТРУКТУР»

<i>Крутько Е.-К.С., Горбунова И.А., Яшков Д.В., Сасин М.Э., Васютинский О.С.</i> Особенности процессов релаксации возбужденного состояния кофермента NADPH в свободной форме и при связывании с ферментами	270
<i>Грабарь В.А., Лифищ М.Б., Аверкиев Н.С.</i> Динамическая поляризации ядер As в кремнии в условиях ЭПР	273
<i>Ипатов А.Н., Куприянов Г.А.</i> Плазмонный резонанс в полупроводниковых нанокристаллах селенида кадмия с различным типом легирования	280
<i>Ненашева К.В., Бабич Е.С.</i> Рост серебряных наночастиц в объеме и на поверхности стекла	283
<i>Плешаков О.С., Щербак С.А.</i> Формирование заряда Максвелла-Вагнера в ионообменных структурах на основе стекол	286
<i>Поленок Е.Д., Чалдышев В.В., Семягин Б.Р.</i> Плазмонный резонанс упорядоченной системы наночастиц висмута в матрице арсенида галлия	289
<i>Райков И.О., Бельтюков Я.М.</i> Полиномиальная аппроксимация плотности колебательных состояний больших аморфных систем	292
<i>Тертицкий А.Н., Решетов И.В., Кан Г.</i> Заглубление ионообменных областей стекла при поляризации в тлеющем разряде	295
<i>Урсулenco Н.С., Редьков А.В.</i> Оптимизация ростовых процессов кристаллов и тонких пленок с использованием методов машинного обучения	298
<i>Чудаков К.А., Бельтюкова Д.М., Белик В.П., Васютинский О.С.</i> Генерация синглетного кислорода фотосенсибилизатором Радахлорин в PBS в зависимости от температуры	301

СЕКЦИЯ «ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ И ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ»

<i>Тархов Д.А., Закирова М.Д., Лавыгин А.А., Скрипкин О.А.</i> Решение задачи управления нелинейной динамической системой с использованием нейросетевого метода	304
<i>Ащеулов А.В., Паламарчук В.В., Тархов Д.А.</i> Задача построения нейросетевой модели разводного моста	306
<i>Тархов Д.А., Ащеулов А.В., Закирова М.Д., Лавыгин А.А., Скрипкин О.А.</i> Моделирование поведения составных блоков сложных динамических систем с использованием нейросетевого подхода	309

<i>Тархов Д.А., Макаров М.Д., Кожевникова В.Ю.</i> Пример сверхпрогностических свойств метода Эйлера	312
<i>Корчагин А.П., Чернуха Д.А., Ащеулов А.В., Тархов Д.А.</i> Получение функционального решения нелинейной системы дифференциальных уравнений с динамическими параметрами с помощью нейронных сетей на примере модели клапана подпитки	314
<i>Лазовская Т.В., Паламарчук В.В., Разумов Е.М., Тархов Д.А., Чистякова М.А.</i> Сравнение нейросетевых и основанных на аналитической модификации численных методов моделей на примере анализа нелинейного изгиба консольного стержня при использовании экспериментальных данных	317
<i>Кочкин А.С.</i> Проявление эффекта нелинейной супратрансмиссии в биатомном модельном кристалле стехиометрии АЗВ	320
<i>Дмитриев М.И., Кузнецова В.О., Гарбарук В.В.</i> Оценка рисков коллективных решений .	322
<i>Майфот Е.А., Нарсеев А.С., Захаров П.В.</i> Молекулярно-динамическое исследование плавления наночастиц интерметаллидов Ni-Al и Fe-Al	324
<i>Янковская У.И.</i> Влияние ориентации углеродных нанотрубок в композите в условиях растягивающей нагрузки: молекулярно-динамическое моделирование	327
<i>Бутусов Д.В.</i> Один метод квадратичной интерполяции и его сравнение с другими интерполяционными методами на примере физической задачи	329
<i>Климова С.А., Гольдберг А.А., Давыдов В.</i> Анализ траектории движения симметричного волчка с учетом магнитного поля земли	332
<i>Гаенко О.И., Кудряшова О.Б., Тутов С.С., Клименко В.А.</i> Экспериментальное исследование нейтрализации модельного химического вещества с помощью ультрадисперсного аэрозоля диоксида титана	334
<i>Аблязов Р.Д., Рыбак У.Г., Третьяков Р.Е., Рунев Е.В.</i> Операторы Донкина первого порядка с коэффициентами в виде линейных или квадратичных форм	336
<i>Береснева А.Т., Борисов Д., Посохова Е.Н., Рунев Е.В.</i> Исследование свойств гармонических функций с рациональными степенями однородности в евклидовом пространстве	338
<i>Чередниченко А.И.</i> Дискретные бризеры на цилиндрической и сферической поверхности ГЦК кристаллов	341
<i>Китова Е.Е., Кондратьев К.Д., Терушкин Б.С., Терушкина О.Б.</i> Междисциплинарные связи. Проверка некоторых формул кинематики в подвижной системе координат при изучении математики	343

СЕКЦИЯ «ГИДРОАЭРОДИНАМИКА, ГОРЕНИЕ И ТЕПЛООБМЕН»

<i>Агеев Д.Э., Засимова М.А.</i> Численное моделирование ламинарной свободной конвекции воздуха около горизонтальной оребренной трубы	346
<i>Адиатуллин В.Р., Смирнов Е.М.</i> Развитие программного кода SINF/Flag-S: реализация и тестирование LES WALE модели турбулентности	349
<i>Адиатуллин В.Р., Рис В.В.</i> Численное моделирование турбулентного течения и теплообмена на начальном участке канала прямоугольного сечения с внутренним двусторонним наклонным оребрением	352
<i>Акунец М.В., Гарбарук А.В.</i> Модификация модели турбулентности SA для расчета обтекания крыловых профилей при околокритических углах атаки с использованием обратного метода и машинного обучения	355
<i>Бабич Е.В., Колесник Е.В.</i> Численное моделирование ударно-волнового взаимодействия в нестационарных течениях с применением схем повышенной точности	358
<i>Баранов В.А., Абрамов А.Г.</i> Оценка качества прогнозирования глубокими сверточными нейросетями двумерных полей и аэродинамических характеристик применительно к	

задаче обтекания крылового профиля	361
<i>Васильев А.А., Булович С.В., Громов И.А., Кулешов Д.О., Дьяченко А.А.</i> Новая мультикапиллярная установка для исследования физических процессов при электрораспылении из нескольких эмиттеров	365
<i>Голубков В.Д., Гарбарук А.В.</i> Обтекание цилиндра как тестовая задача для апробации технологии автоматического дифференцирования при реализации метода глобального анализа устойчивости	367
<i>Градусов А.Д., Смирнов Е.М.</i> Потери давления при смешении турбулентного потока в канале с узкой струей, сонаправленно дуваемой у дна прямоугольной каверны	371
<i>Демо И.О., Калаев В.В.</i> Моделирование сопряженного тепломасообмена при раствор-расплавной кристаллизации SiC	373
<i>Заворохин Т.А., Зайнуллина Э.Р., Романова В.И., Митяков В.Ю.</i> Исследование теплообмена при конденсации насыщенного водяного пара на наружной поверхности горизонтальной трубы	377
<i>Игнатьев И.А., Галаев С.А.</i> Численное моделирование турбулентного течения и теплообмена в оребренном канале системы охлаждения лопатки газовой турбины	380
<i>Кикоть Н.Е., Бобылев П.Г., Павлов А.В.</i> Исследование теплообмена при кипении воды на трубчатом нагревателе методом градиентной теплотметрии	383
<i>Князев С.А., Селезнева М.Д., Клюс А.А., Осюк Е.А., Сероштанов В.В.</i> Исследование теплообмена в одиночной овално-траншейной лунке на пластине при ее различной ориентации по потоку	386
<i>Коекин В.Ю., Булович С.В.</i> Газодинамика теплообменного аппарата роторно-лопастной машины	389
<i>Коляин Ю.М., Зайцев Д.К.</i> Оценка применимости метода VOF для расчета расслоенного газожидкостного течения в плоском канале	393
<i>Корскова Т.С., Засимова М.А.</i> Численное исследование термогравитационной конвекции вблизи цилиндра при варьировании наклона его оси	396
<i>Корчагин А.П., Мамчиц А., Шувалов С.Е., Макеев А.А.</i> Оценка влияния законцовок лопасти воздушного винта на параметры тяги и акустического давления методами компьютерного моделирования	399
<i>Кучиев Д.Ю., Смирновский А.А.</i> Численное моделирование свободной конвекции расплавленного стекла в двумерной модели тигля	402
<i>Лушников Л.Л., Галаев С.А.</i> Численное моделирование течения и теплообмена в плоском канале с оребренной стенкой	405
<i>Любимов П.В.</i> Способ герметизации полости горизонтального участка газопровода с локальным сквозным дефектом	408
<i>Максумов Д.А., Колесник Е.В.</i> Программная реализация и тестирование моделей реального газа в коде SINF/Flag-S для решения задач динамики существенно сжимаемого газа	412
<i>Мезенцев С.И., Кутузова Н.В., Усов Д.А.</i> Оценка эффективности теплообменной насадки со сложной структурой для систем вентиляции	415
<i>Монахов Н.А., Попов П.А., Павлов А.В., Сахаров В.А., Куракин Р.О.</i> Измерение теплового потока в критической точке затупленного тела с помощью датчика на гетерогенной металлической структуре	418
<i>Монахов Н.А., Масюкевич А.В., Попов П.А., Колесник Е.В., Бабич Е.В.</i> Измерение давления и теплового потока в передней отрывной области при обтекании цилиндра спутным сверхзвуковым потоком в экспериментах на ударной трубе	421
<i>Муранов Д.А., Абрамов А.Г.</i> Разработка методики создания суррогатных моделей методами машинного обучения на основе данных о двумерном турбулентном течении в	

канале с крутым разворотом	424
<i>Олисов М.А., Пашкевич Д.С.</i> Термодинамическое обоснование целесообразности регенерации фтора и лития из гексафторфосфата лития при его взаимодействии с водородом и кислородом в режиме горения	427
<i>Орлов Ф.А., Попов П.А., Монахов Н.А., Котов М.А.</i> Измерение теплового потока за отраженной ударной волной датчиками на основе термоэлектрически анизотропной пленки	429
<i>Осадчий Д.С., Колесник Е.В., Попов П.А., Сахаров В.А., Монахов Н.А.</i> Численное моделирование газодинамических процессов в ударной трубе с отражающим соплом на основе квазиодномерного подхода	432
<i>Осадчий Л.А., Гарбарук А.В.</i> Расчетно-экспериментальное исследование распространения тороидальных вихрей в воздухе	435
<i>Подмаркова А.Д., Засимова М.А., Иванов Н.Г.</i> Численное моделирование развития автоколебаний при взаимодействии приточных струй в модели атриума	438
<i>Пожевнюк К.Ю., Булович С.В.</i> Математическое моделирование течения газа в щелевом зазоре роторно-лопастной машины	441
<i>Попова Д.К., Кортиков Н.Н.</i> Численное моделирование теплообмена и температурной сепарации применительно к задаче управления потерями в ступени турбины	444
<i>Романов А.С., Коок П.Н.</i> Сопряженный тепло-гидравлический расчет рабочей лопатки первой ступени турбины высокого давления	448
<i>Садикова Е.В., Капустин В.В., Пашкевич Д.С.</i> Термодинамический анализ термостабильности трифторида кобальта	451
<i>Селезнева Д.С., Князев С.А., Сероштанов В.В., Гусаков А.А.</i> Интенсификация теплообмена поперечно обтекаемого цилиндра с использованием стержней-турбулизаторов	453
<i>Семянота А.В., Матюшенко А.А.</i> Влияние ламинарно-турбулентного перехода на аэродинамические характеристики заднего антикрыла гоночного автомобиля	455
<i>Устин Ю.А., Яковлев П.В.</i> Исследование эффективности методов интенсификации теплообмена в трубах жаротрубных котлов	458
<i>Федорова Т.А., Пашкевич Д.С.</i> Сравнение результатов численного моделирования процесса взаимодействия гексафторида урана с водородом и кислородом, и с метаном и кислородом в режиме горения	461
<i>Филатова А.В., Засимова М.А., Абрамов А.Г.</i> Численное моделирование свободноконвективного течения воздуха через однорядный горизонтальный трубный пучок с внешним обребрением	464
<i>Чумаков Ю.С., Хакимов Т.М.</i> Установка и методика калибровки датчиков ТА для измерения скорости в низкоскоростном воздушном неизотермическом потоке	467
<i>Хозин Р.Р., Горбачев Ю.Е., Лещев Д.В.</i> Влияние расхода газовой смеси CH_4/H_2 на скорость роста алмаза методом плазмохимического осаждения из газовой фазы	471
<i>Хоменок Е.А., Чумаков Ю.С.</i> Экспериментальное исследование аэродинамических характеристик куба, установленного на плоской стенке: влияние ориентации граней к потоку и скругления ребер	474
<i>Шекелашвили С.Т., Шур Н.А.</i> Расчет пропульсивных характеристик профиля, совершающего взмаховые колебания	477

НЕДЕЛЯ НАУКИ ФИЗМЕХ

Сборник материалов
Всероссийской научной конференции

1–5 апреля 2024 года

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, т. 2; 95 3004 – научная и производственная литература

Подписано в печать 11.11.2024. Формат 60×84/16. Печать цифровая.
Усл. печ. л. 30,75. Тираж 32. Заказ 5532.

Отпечатано с готового оригинал-макета,
предоставленного организационным комитетом конференции,
в Издательско-полиграфическом центре Политехнического университета.
195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.
Тел.: (812) 552-77-17; 550-40-14.